

УДК 621.378.325

КАСКАД УДВОЕНИЙ ПЕРИОДА И ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС В ЛАЗЕРЕ С САМОСИНХРОНИЗАЦИЕЙ МОД ЗА СЧЕТ КОМБИНАЦИИ ИНЕРЦИОННЫХ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ И ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

М. В. Горбунков, Ю. Я. Маслова, О. И. Чабан, Ю. В. Шабалин

Предложена простая лазерная система, демонстрирующая поведение, характерное для логистического отображения: каскад удвоений периода, окна устойчивости периодических режимов, перемежаемость и детерминированный хаос на временах, равных времени обхода светом резонатора.

Системы с управляемой хаотической динамикой находят все большее применение в различных областях науки и техники. Новые методы криптографии и широкополосных систем связи ставят задачу разработки быстрых, простых и надежных генераторов хаотических последовательностей [1–4]. В оптическом диапазоне необходимыми свойствами мог бы обладать охваченный цепью отрицательной обратной связи лазер, генерирующий ультракороткие импульсы в режиме синхронизации мод. Для такого лазера поведение энергии импульсов x , нормированной на чувствительность обратной связи, описывается рекуррентным соотношением [5]

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), \quad (1)$$

где x_{n+1} – энергия на проходе $n+1$, x_n – энергия на проходе n , r – усиление, нормированное на пороговое значение, а выражение в скобках описывает действие отрицательной обратной связи. Рекуррентное соотношение (1) представляет собой одномерное дискретное отображение, известное как логистическое [6, 7].

В работе [8] было показано, что режим самосинхронизации мод может быть получен в лазере, охваченном цепью инерционной отрицательной обратной связи, действующей

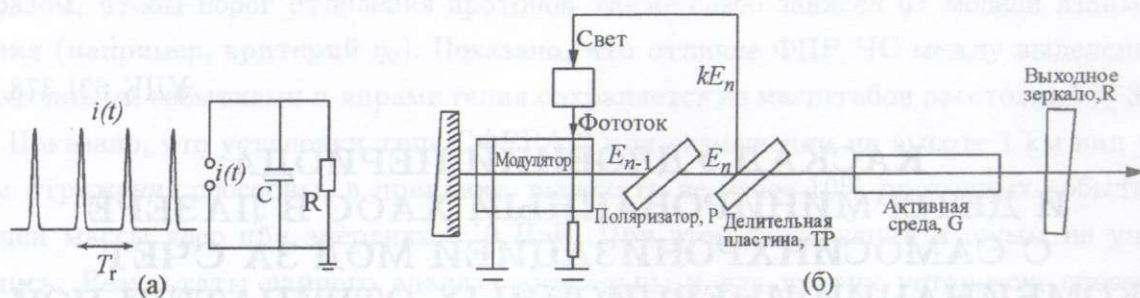


Рис. 1. Простейший релаксатор (а) и упрощенная схема лазера с электрооптическим модулятором (б).

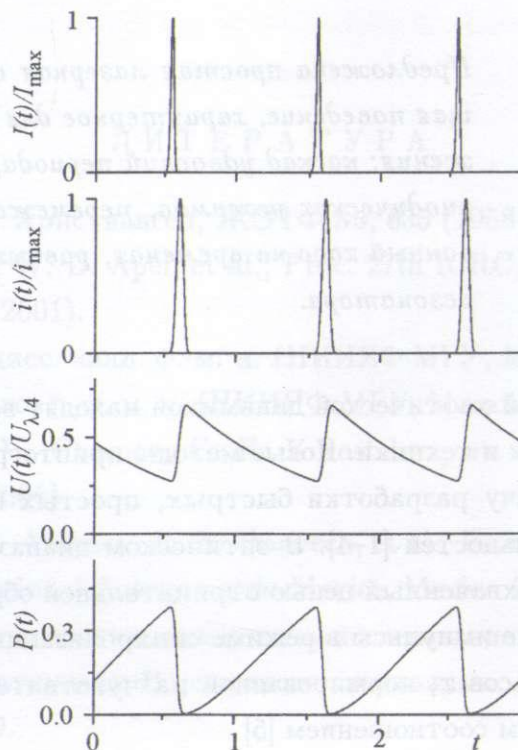


Рис. 2. Временной ход интенсивности выходного излучения лазера $I(t)$, фототока $i(t)$, напряжения на модуляторе $U(t)$ и пропускания модулятора $P(t)$. Время нормировано на T_r .

с определенной задержкой. Пример лазера с отрицательной обратной связью за счет использования внутрирезонаторного электрооптического модулятора схематически представлен на рис. 1. Электрооптический модулятор на основе ячейки Поккельса (ЯП) управляется фототоком, который генерируется под действием лазерного излучения, от-

водящегося с помощью делительной пластинки в цепь обратной связи. В простейшем случае электрическая цепь модулятора представляет собой релаксатор, образованный емкостью модулятора C и сопротивлением R . Инерционность управления имеет характерное время $\tau = RC$. Роль выбора задержки для осуществления режима самосинхронизации мод иллюстрирует рис. 2. Предположим, что сформирован достаточно короткий одиночный импульс, циркулирующий в резонаторе, время обхода которого равно T_r . Последовательность ультракоротких импульсов будет генерировать импульсы фототока, следующие с периодом, равным T_r (предполагается, что длительность светового импульса τ_c и время отклика фотоприемника τ_{ph} связаны соотношением $\tau_c < \tau_{ph} \ll T_r$). В свою очередь, последовательность импульсов фототока, поданная на вход простейшего релаксатора, формирует на емкости C пилообразное напряжение с крутым передним фронтом, определяемым длительностью импульса фототока и пологим задним, определяемым временной постоянной релаксатора τ . Пилообразное напряжение характеризуется максимальным и минимальными значениями U_{max} и U_{min} , соотношение между которыми задается инерционностью обратной связи

$$U_{min} = U_{max} e^{-T_r/RC}. \quad (2)$$

Зависимость пропускания ЯП от напряжения смещения выражается как

$$P = \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{U + U_0}{U_{\lambda/4}} \right), \quad (3)$$

где U_0 – начальное напряжение смещения, U – напряжение, возникающее под действием излучения, $U_{\lambda/4}$ – напряжение полного закрытия ячейки Погкельса с учетом двух проходов модулятора (см. рис. 1). Если управление построено по принципу отрицательной обратной связи, большей интенсивности лазерного излучения соответствует большее напряжение, приводящее к большему закрытию модулятора. Для достижения режима самосинхронизации мод необходимо, чтобы импульсы фототока были задержаны на величину, которая обеспечивает прохождение импульсов света через модулятор в момент максимального пропускания. Режим самосинхронизации мод осуществляется в ряде областей значений задержки оптического сигнала. Первая область соответствует минимальной задержке управляющего воздействия. В этом случае управляющий импульс закрывает ЯП, а световой импульс проходит через нее в момент почти максимального открытия. Пропускание ячейки в момент прихода импульса определяется его энергией, а также энергией импульсов на всех предыдущих проходах резонатора с

учетом разряда емкости C . Этому случаю соответствует рекуррентное соотношение:

$$x_{n+1} = rx_n \left(1 - \sum_{m=0}^{\infty} x_{n-m} \gamma^m \right), \quad (4)$$

где $\gamma = e^{-T_r/\tau}$. Удачным примером системы с минимальной задержкой является твердотельный лазер с оптоэлектронным управлением, в котором внутриврезонаторная ЯП управляется фототоком высоковольтных субнаносекундных полупроводниковых структур [9]. При этом для устойчивого формирования одиночных на аксиальном интервале импульсов минимальной длительности оптимальная временная постоянная затухания τ составляет $(1-2)T_r$ [10, 11].

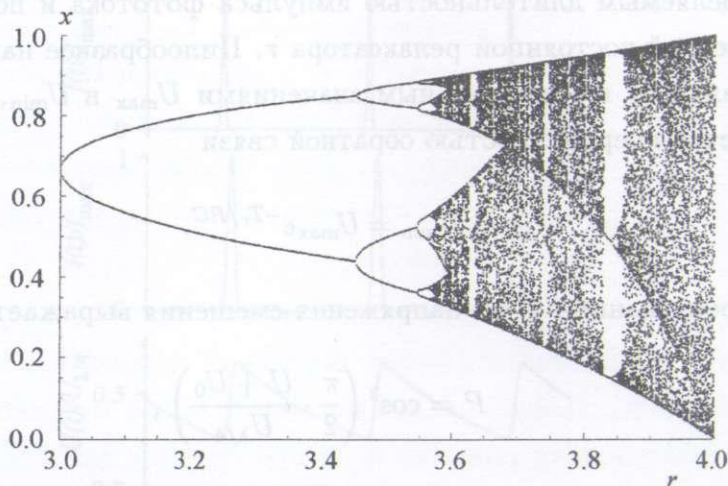


Рис. 3. Фрагмент фазопараметрической диаграммы (зависимость установившегося значения x от r), соответствующей нелинейной динамике отображения (1), $r > 3$.

Фазопараметрические диаграммы отображений, представленные на рис. 3 и 4, демонстрируют отличия в динамике системы с памятью (4) и логистического отображения (1). Уже при $\gamma = 0.1$ ($\tau = 0.43T_r$) отсутствует “окно” (суперустойчивый цикл) с периодом, равным $3T_r$, которое в отображении (1) реализуется при $r > 1 + \sqrt{8} \approx 3.83$ (рис. 3). При дальнейшем увеличении γ поведение системы становится все менее разнообразным. Фазопараметрические диаграммы, представленные на рис. 4(б) и 4(в), соответствуют значениям $\tau = T_r$ и $\tau = 2T_r$.

Проявление инерционности может быть преодолено в системе с управлением комбинацией двух обратных связей: отрицательной и задержанной относительно нее на время

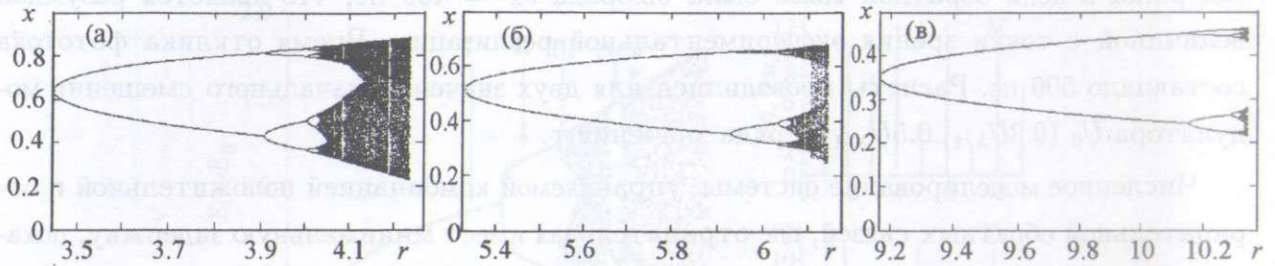


Рис. 4. Фрагменты фазопараметрических диаграмм системы с памятью (4), соответствующие нелинейной динамике. (а) $\tau = 0.43T_r$, (б) $\tau = T_r$, (в) $\tau = 2T_r$.

ΔT положительной, относительная чувствительность которой α выбирается так, чтобы компенсировать остаточное (по истечении времени относительной задержки) управляющее воздействие отрицательной обратной связи. Такая организация управления приводит к “стиранию памяти”. Дискретное отображение, соответствующее комбинации положительной и отрицательной обратных связей, в которой отрицательная имеет минимальную задержку, а $\Delta T = T_r$ имеет вид:

$$x_{n+1} = rx_n \left(1 - \sum_{m=0}^{\infty} x_{n-m} \gamma^m + \alpha \sum_{m=0}^{\infty} x_{n-m-1} \gamma^m \right). \quad (5)$$

При $\alpha = \gamma$ суммы, соответствующие инерционности обратных связей, взаимно сокращаются и в результате отображение (5) точно совпадает с логистическим отображением (1). Следовательно, переход к комбинации отрицательной и положительной обратных связей позволяет обогатить динамику лазера.

Возможность реализации простой лазерной системы, способной демонстрировать каскад удвоений периода, окна устойчивости периодических режимов, перемежаемость, детерминированный хаос с характерным временем, равным времени обхода резонатора, была нами исследована с помощью численного моделирования динамики. Для этого был применен подход [10, 11], в котором для выбранного времени задержки в цепи обратной связи прослеживается тонкая временная структура излучения на временах, много меньших T_r , с учетом конечной ширины линии усиления активной среды и шумового вклада спонтанного излучения. В модели используется последовательный (от прохода к проходу) расчет интенсивности лазерного излучения, фототока, напряжения на емкости C и потерь, вносимых ЯП.

Была исследована лазерная система с параметрами активной среды, соответствующими Nd:YAG. В расчетах время обхода резонатора T_r составляло 10 нс. Минимальная

задержка в цепи обратной связи была выбрана $\delta T = 400$ пс, что является разумной величиной с точки зрения экспериментальной реализации. Время отклика фототока составляло 500 пс. Расчеты проводились для двух значений начального смещения модулятора U_0 ($0.3U_{\lambda/4}$, $0.5U_{\lambda/4}$) и ряда значений τ .

Численное моделирование системы, управляемой комбинацией положительной и отрицательной обратных связей, где отрицательная имеет минимальную задержку, показало, что, несмотря на существенные изменения во времени пропускания ячейки Поккельса в режимах, соответствующих характерным проявлениям нелинейной динамики логистического отображения, самосинхронизация мод не срывается: на аксиальном интервале генерируется одиночный ультракороткий импульс. Примеры временного хода пропускания ячейки Поккельса и тонкая временная структура лазерного излучения в условиях окна устойчивости с периодом $3T_r$ и в условиях хаотической динамики в области перемежаемости представлены на рис. 5.

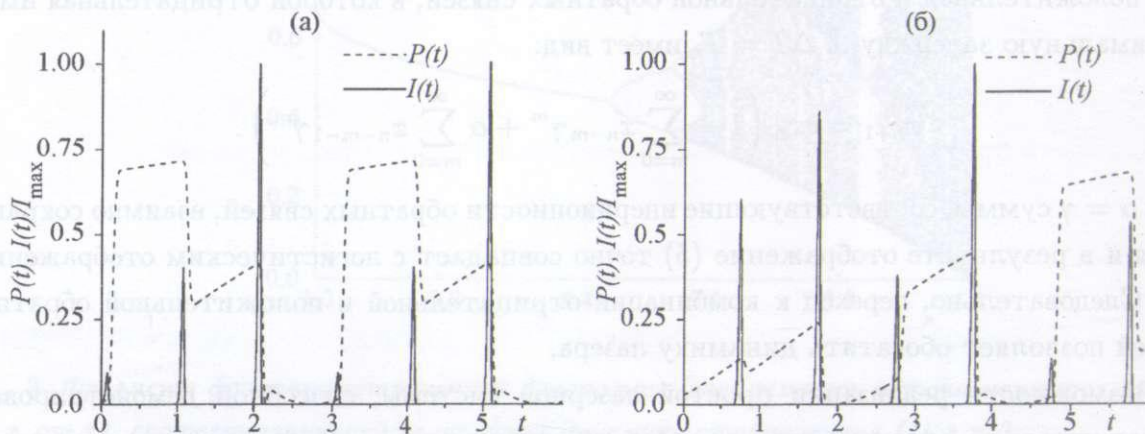


Рис. 5. Тонкая временная структура излучения лазерной системы со “стиранием памяти” в режиме самосинхронизации мод. Временной ход интенсивности $I(t)$ и пропускания модулятора $P(t)$: (а) – в окне стабильности периода $3T_r$; (б) – в области перемежаемости (при меньшем усилении). Время нормировано на T_r .

Результаты моделирования динамики лазера, генерирующего ультракороткие импульсы в условиях минимальной задержки ($\delta T = 400$ пс) в режиме “стирания памяти”, представлены на рис. 6. Показана зависимость энергии импульсов выходного излучения лазера $E(t)$ при линейном нарастании r за $n = 10000$ обходов резонатора от 1

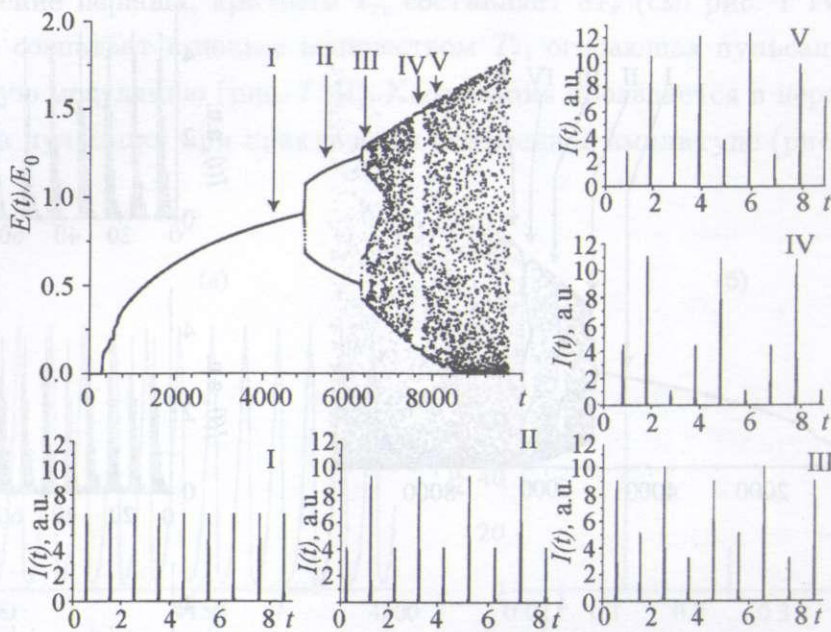


Рис. 6. Временная структура излучения лазерной системы со “стиранием памяти” в режиме самосинхронизации мод. $U_0 = 0.3U_{\lambda/4}$. Время нормировано на T_r . Усиление r линейно меняется с номером обхода резонатора от 1 до 5.5, число обходов $n = 10000$.

до 5.5. Энергия нормирована на энергию импульса E_0 , соответствующую заряду емкости ЯП на величину $U_{\lambda/4}$. Задержка отрицательной обратной связи составляла δT , задержка положительной $\delta T + T_r$, относительная чувствительность обратных связей $\alpha = 0.717$ ($\tau = 3T_r$). Моделирование показало, что порог возникновения нелинейной динамики r_2 (так называемый второй порог) несколько превышает соответствующее значение $r_2 = 3$ для логистического отображения. Так, при $\tau = 3T_r$ и $U_0 = 0.3U_{\lambda/4}$ $r_2 = 3.28$, а при $U_0 = 0.5U_{\lambda/4}$ $r_2 = 3.71$. В то же время, основные особенности динамики отображения (1) сохраняются. Так, отчетливо наблюдается каскад бифуркаций удвоения периода, заканчивающийся переходом к хаотической динамике, далее возникновение периода 3 через перемежаемость и т.д. Вставки I–V на рис. 6 демонстрируют тонкую временную структуру излучения характерных режимов: I – стационарная точка отображения (1), II – удвоение периода, III – учетверение периода, IV – окно устойчивости периода $3T_r$, V – детерминированный хаос. Хаотизация динамики не нарушает режим синхронизации мод при росте усиления до уровня $r = 4.5$.

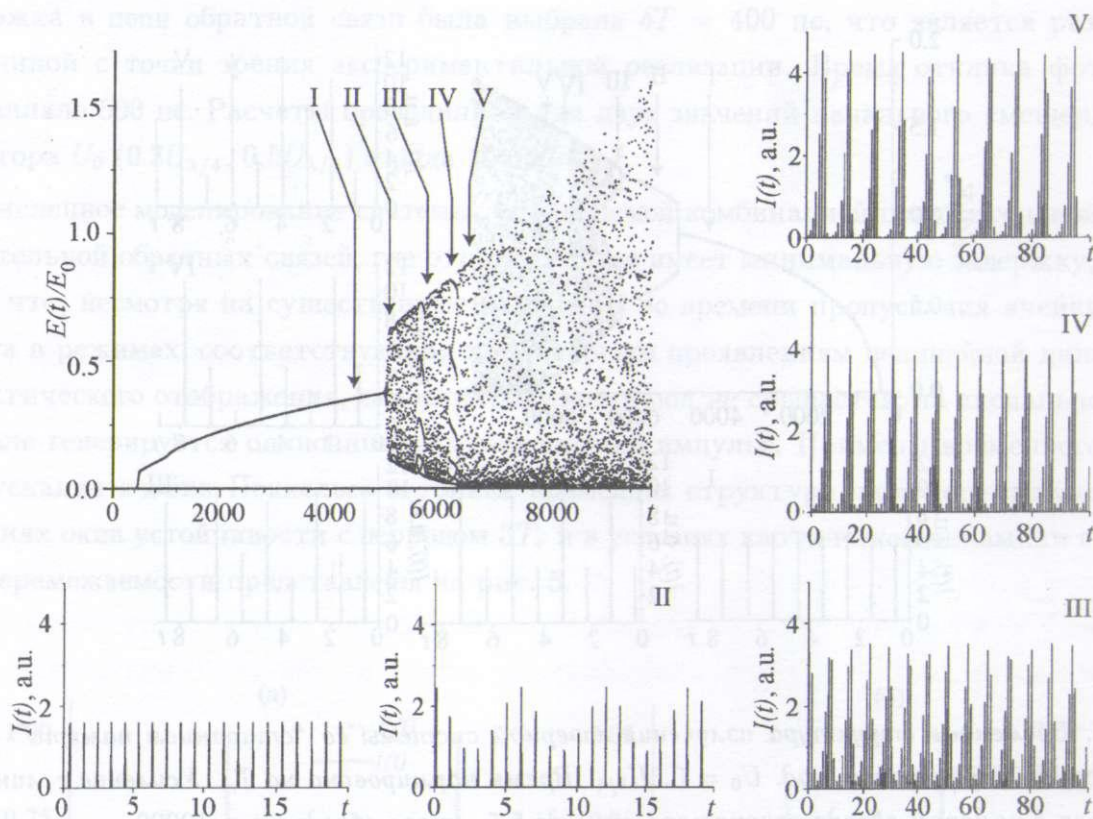


Рис. 7. Временная структура излучения лазерной системы со “стиранием памяти” в режиме самосинхронизации мод с дополнительной задержкой на T_r , остальные условия – как на рис. 6.

С помощью численного моделирования продемонстрировано также драматическое изменение нелинейной динамики при увеличении задержек обратных связей. Исследовалась самосинхронизация мод в режиме “стирания памяти”, когда задержка отрицательной обратной связи составляла $\delta T + T_r$, задержка положительной $\delta T + 2T_r$, относительная чувствительность обратных связей $\alpha = 0.368$ ($\tau = T_r$). Порог развития нелинейной динамики в этом случае ощутимо снижается. При $U_0 = 0.5U_{\lambda/4}$ r_2 составило 1.98, а для $U_0 = 0.3U_{\lambda/4}$ $r_2 = 2.15$. Каскад бифуркаций удвоения периода не наблюдается: при увеличении усиления развитие нелинейной динамики начинается с гармонической модуляции огибающей ультракоротких импульсов с периодом $\sim 6T_r$ (рис. 7 II). С дальнейшим увеличением r регулярная нелинейная динамика проявляется в формировании все более выраженных периодических пульсаций, скважность которых увеличивается. Наблюдается постепенный рост периода следования пульсаций. Макси-

мальное значение периода, кратного T_r , составляет $8T_r$ (см. рис. 7 IV). Если период пульсаций не совпадает с целым количеством T_r , огибающая пульсаций приобретает низкочастотную модуляцию (рис. 7 III). Хаотизация проявляется в нерегулярном изменении периода пульсаций при практически неизменной амплитуде (рис. 7 V и рис. 8).

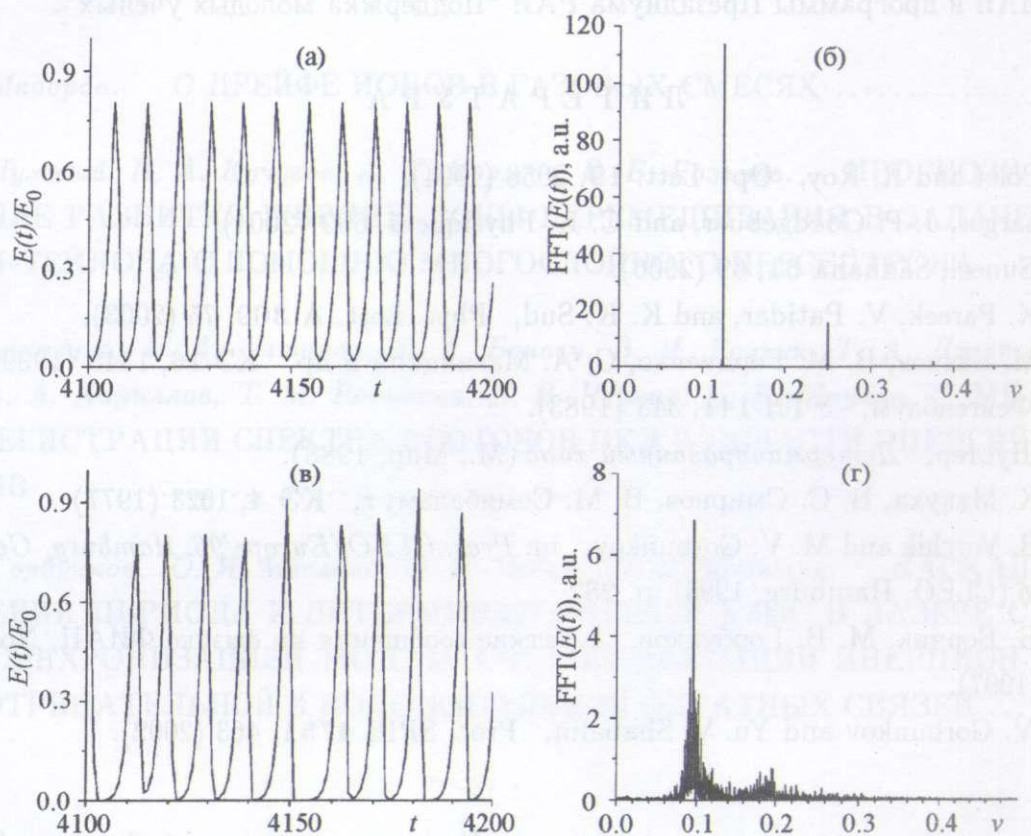


Рис. 8. Тонкая временная структура излучения лазерной системы со “стиранием памяти” в режиме самосинхронизации мод с дополнительной задержкой на T_r . Временные зависимости энергии ((а), (в), время нормировано на T_r) и соответствующие спектры ((б), (г), частота ν в единицах $1/T_r$): (а), (б) – регулярные пульсации с периодом $8T_r$, (в), (г) – хаотическая нелинейная динамика при большем усилении.

Таким образом, предложена простая лазерная система, основанная на комбинации отрицательной и положительной обратных связей в режиме “стирания памяти”, в которой реализуется нелинейная динамика, характерная для логистического отображения. Численное моделирование подтвердило, что такая система может быть создана на основе твердотельного лазера с оптоэлектронным управлением.

Авторы признательны А.Ю. Быковскому, А.В. Виноградову, М.С. Курдоглыну, В.А. Петухову и В.Г. Тункину за полезные обсуждения. Работа проведена при частичной поддержке РФФИ, проекты No. 08-08-00108а, 09-02-01190а, Программы фундаментальных исследований Отделения физических наук РАН “Фундаментальные проблемы фотоники и физика новых оптических материалов”, Программы поддержки молодежи УНК ФИАН и программы Президиума РАН “Поддержка молодых ученых”.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] P. Colet and R. Roy, *Opt. Lett.* **19**, 2056 (1994).
- [2] L. Larger, J.-P. Goedgebuer, and C. R. Physique **5**, 609 (2004).
- [3] M. Suneel, *Sādhanā* **31**, 69 (2006).
- [4] N. K. Pareek, V. Patidar, and K. K. Sud, *Phys. Lett. A* **309**, 75 (2003).
- [5] И. М. Баянов, В. М. Гордиенко, С. А. Магницкий и др. *КЭ* **16**, 1545 (1989).
- [6] М. Фейгенбаум, *УФН* **141**, 343 (1983).
- [7] Г. Шустер, *Детерминированный хаос* (М., Мир, 1988).
- [8] В. К. Макуха, В. С. Смирнов, В. М. Семибаламут, *КЭ* **4**, 1023 (1977).
- [9] D. V. Vorchik and M. V. Gorbunkov, in: *Proc. CLEO/Europe'96, Hamburg, Germany, 1996* (CLEO, Hamburg, 1996), p. 282.
- [10] Д. В. Ворчик, М. В. Горбунков, *Краткие сообщения по физике ФИАН*, No. 11-12, 70 (1997).
- [11] M. V. Gorbunkov and Yu. V. Shabalin, *Proc. SPIE* **4751**, 463 (2002).

Поступила в редакцию 3 апреля 2009 г.