

УДК 535.4

## ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА В ПРИМЕНЕНИИ К ОДНОЙ ИЗ ЗАДАЧ МИКРО- И НАНООПТИКИ

С. Н. Семёнов, Т. В. Стаценко, Ю. А. Толмачев

*Санкт-Петербургский государственный университет, Минобрнауки,  
Россия 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, ул. Ульяновская, д. 3;  
ussrom@mail.ru; ne\_znau\_dingo@mail.ru; yurii.tolmach@rambler.ru*

*В статье показана возможность применения импульсного метода для анализа работы многокомпонентной оптической системы – линзы Френеля, на которую действуют сигналы различной формы и длительности. В частности, метод позволяет исследовать произвольные последовательности фемто- и аттоимпульсов, а также некогерентное излучение. Проблема особенно актуальна в связи с перспективностью применения ультракоротких импульсов при решении научных, технических и технологических задач микро- и наноэлектроники.*

**Ключевые слова:** *дельта-импульс, многокомпонентные линзы, кольцевые линзы.*

Задачи создания бинарных изображений с высоким пространственным разрешением, ставшие актуальными в связи с быстрым продвижением размеров элементной базы микроэлектроники в область десятков нанометров и отсутствием прозрачных веществ для ВУФ и мягкого рентгеновского диапазона, выявили два ведущих направления в оптике коротковолнового излучения. Первое – использование зеркальных систем с многослойными покрытиями, второе – применение дифракционных элементов, в частности, зонной пластинки Соре–Френеля [1, 2]. В нашей работе рассматривается промежуточный вариант, сочетающий достоинства каждого из них и близкий по физическому смыслу к фазовой голограмме. Для исследования возможностей такого устройства использованы

результаты описания действия оптических систем, основывающиеся на применении модели  $\delta(t)$ -образных волн, прежде всего, работа [3], в которой применение импульсного метода позволило нетривиальным образом интерпретировать действие зонной пластинки на плоскую волну.

Зонная пластинка обладает очень малой дифракционной эффективностью и значительным уровнем фоновой засветки, что ведет к понижению контраста формируемых изображений. Зеркальные ВУФ микрообъективы требуют прецизионного изготовления поверхностей большой кривизны, что представляет собой сложную техническую проблему. Этого недостатка может быть лишено многокомпонентное зеркало, преобразующее волну по тем же принципам, что и линза Френеля. Именно линзу мы будем рассматривать с целью упрощения решения задачи. Будем считать ее состоящей из совокупности концентрических кольцевых плосковыпуклых, примыкающих друг к другу линз, причем внешний край каждого кольца имеет нулевую толщину, и все они имеют один общий фокус  $F$ .

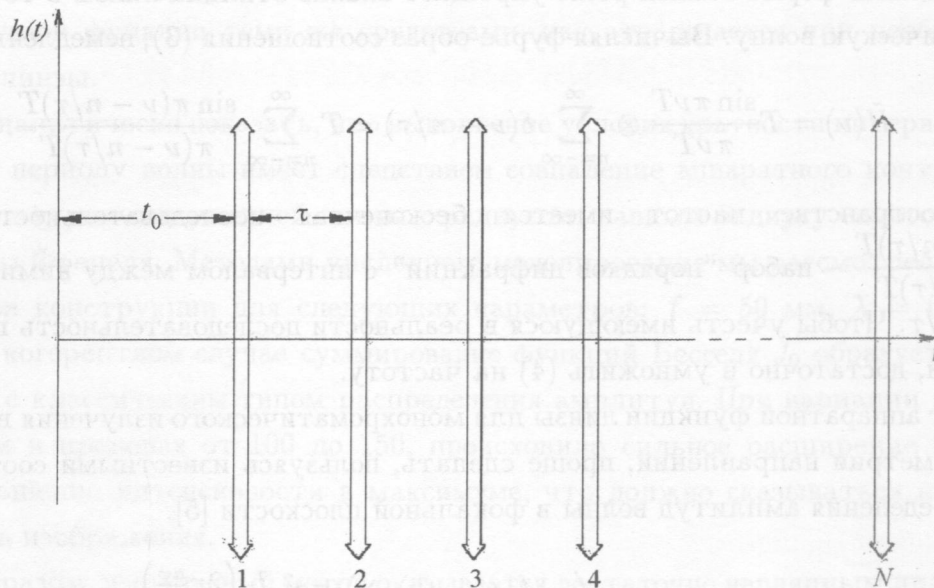
Рассмотрим импульсный отклик описанной системы в точке  $F$ , пренебрегая дисперсией вещества. Используем данные по дифракции сферической  $\delta(t)$ -волны на круглой диафрагме [4] и принцип Бабиня [5]. Решение для выходящей волны представляет собой разность решений для апертур с внешним и внутренним радиусами. Вблизи точки  $F$  на оси симметрии системы наблюдается сумма прошедшей  $\delta(t)$ -волны и “догоняющего” ее по мере приближения к фокусу отрицательного  $\delta(t)$ -импульса. Непосредственно в  $F$  они формируют импульс, представляющий собой производную  $\delta(t)$ -функции. Для реального сигнала это означает, что кольцевая линза, так же как круглое отверстие, преобразует в точке  $F$  сигнал в его производную по времени.

Между волнами, прошедшими через различные кольца линзы существует задержка по времени. Следовательно, импульсный отклик  $h(t)$  линзы, состоящей из  $N$  элементов, будет состоять из совокупности  $N$  производных  $\delta(t)$ -функции, каждая из которых будет иметь свою амплитуду (свой “вес”), который определяется геометрическими параметрами кольца (рис. 1). Изменяя эти параметры, мы можем, во-первых, сделать компоненты отклика эквидистантными, а во-вторых, имеющими одинаковую амплитуду.

Тогда импульсный отклик линзы Френеля в фокальной точке можно записать в форме:

$$h(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta'(t - k\tau), \quad (1)$$

здесь начало отсчета времени смещено к первому импульсу, соответствующему времени прихода сигнала из центральной зоны, а величина  $\tau$  задается конструкцией системы

Рис. 1. Последовательность откликов на  $\delta$ -импульс.

колец. Линза Френеля из проходящей плоской  $\delta(t)$ -волны создает последовательность эквидистантных производных от  $\delta(t)$ -импульсов. Этот результат следует рассматривать не столько как реальный физический отклик, сколько как удобный математический аппарат для дальнейшего перехода к анализу реальных сигналов.

Для того чтобы упростить дальнейший математический анализ, вспомним, что для оператора  $\delta'(t)$  верно  $\delta'(t) = \delta'(t) \otimes \delta(t)$ , где символом  $\otimes$  обозначена операция свертки. Это позволяет нам перейти от суммы производных к сумме  $\delta(t)$ -функций и осуществить операцию свертки на последнем этапе. В дальнейшем будем рассматривать функцию

$$\tilde{h}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta(t - k\tau). \quad (2)$$

Она представляет собой отрезок гребенки Дирака длительностью  $T = (N - 1)\tau$ , который мы запишем в форме произведения функции-прямоугольника на гребенку, сдвинув, для удобства, начало отсчета времени на точку, соответствующую положению центра прямоугольника:

$$\tilde{h}(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k\tau). \quad (3)$$

Приведенная форма записи резко упрощает анализ отклика линзы в точке  $F$  на монохроматическую волну. Вычисляя фурье-образ соотношения (3), немедленно получаем:

$$\check{H}(\nu) = T \frac{\sin \pi \nu T}{\pi \nu T} \otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\nu - n/\tau) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin \pi(\nu - n/\tau)T}{\pi(\nu - n/\tau)T}. \quad (4)$$

В пространстве частот имеется бесконечная последовательность функций  $\frac{\sin \pi(\nu - n/\tau)T}{\pi(\nu - n/\tau)T}$  – набор “порядков дифракции” с интервалом между ними, по частоте равным  $1/\tau$ . Чтобы учесть имеющуюся в реальности последовательность производных  $\delta$ -функций, достаточно в умножить (4) на частоту.

Расчет аппаратной функции линзы для монохроматического излучения в поперечном к оси симметрии направлении, проще сделать, пользуясь известными соотношениями для распределения амплитуд волны в фокальной плоскости [5].

$$U(\varphi) \propto i \exp \left( 2\pi \frac{f}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2}\varphi^2 \right) \right) \frac{\pi a^2 J_1 \left( 2\pi \frac{a\varphi}{\lambda} \right)}{\lambda \left( 2\pi \frac{a\varphi}{\lambda} \right)}, \quad (5)$$

где  $\varphi \approx y/f$  – угол дифракции, причем нетрудно из (5) получить для узкого кольца ( $a_k - a_{k-1} = \Delta a_k \ll a_k$ ) более простое соотношение:

$$\Delta U(\varphi) \propto i \exp \left( 2\pi \frac{z}{\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2}\varphi^2 \right) \right) \frac{2\pi a \Delta a}{\lambda} J_0 \left( 2\pi \frac{a\varphi}{\lambda} \right). \quad (6)$$

Амплитуда первого экстремума функции  $J_0$  составляет 40% от центрального максимума и асимптотический спад величины побочных максимумов происходит пропорционально  $1/\sqrt{\varphi}$ . Эти свойства и обуславливают низкое качество изображения, даваемого линзой Френеля в обычно используемом некогерентном случае.

Чтобы сигналы от разных колец линзы Френеля приходили в точку фокуса синфазно, необходимо, чтобы интервал времени между откликами от соседних колец был равен  $m\lambda$ , где  $m$  – целое число, определяющее разность хода волн соседних колец. Радиусы колец линзы Френеля тогда должны удовлетворять условию:

$$a_k = \sqrt{m^2 \lambda^2 + a_{k-1}^2 + 2m\lambda \sqrt{f^2 + a_{k-1}^2}}. \quad (7)$$

Заметим, что формула (7) рекурсивная, радиус первой линзы задается “вручную”.

Как следует из (5), (6), амплитуда отклика любой отдельно взятой компоненты линзы пропорциональна ее площади. Очевидно, что (7) не удовлетворяет требованию равенства амплитуд откликов *точно*. Соответствующая поправка квадратично мала, но

растет с ростом апертуры линзы. Эффект ее воздействия легко учитывается при расчете аппаратной функции теми же средствами, как это делается при необходимости аподизации линзы.

Можно аналитически показать, что выполнение условия кратности интервала между импульсами периода волны имеет следствием совпадение аппаратного контура линзы Френеля с контуром совершенной линзы с радиусом, равным радиусу самого большого кольца линзы Френеля. Методами численного моделирования мы рассмотрели несколько вариантов конструкции для следующих параметров:  $f = 50$  мм,  $\lambda = 0.0005$  мм,  $m = 100$ . В когерентном случае суммирование функций Бесселя  $J_0$  образует аппаратный контур с классическим типом распределения амплитуд. При вариации  $m$  случайным образом в пределах от 100 до 150, происходило сильное расширение контура и резкое уменьшение интенсивности в максимуме, что должно сказываться на ухудшении качества изображения.

Таким образом, импульсный метод оказывается достаточно наглядным для описания работы многоэлементных систем. Его применение позволяет найти простые средства управления формой отдельных импульсов и их распределением во времени. Рассмотренный нами когерентный режим работы линзы Френеля дает большой выигрыш в яркости изображения и пространственном разрешении. С этой же точки зрения можно рассмотреть и особенности фокусировки ею излучения с различными длинами волн.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Дж. Х. Андервуд, Д. Т. Аттвуд, УФН 151(1), 114 (1987).
- [2] *Рентгеновская оптика и микроскопия*. Под ред. Г. Шмаля и Д. Рудольфа (М., Мир, 1987).
- [3] М. В. Разманова (Фроленкова), Ю. А. Толмачев, Вестник СПбГУ. Сер. 4. Физика, химия N 4(1), 22 (2003).
- [4] М. К. Лебедев, Ю. А. Толмачев, В сб: *Лазерные исследования в Санкт-Петербургском государственном университете*. Третий выпуск. Под ред. В. Б. Смирнова, А. А. Петрова (СПб., НИИ "Российский центр лазерной физики", 2004), с. 81.
- [5] М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики* (М., Наука, 1970).

*По материалам 3 Всероссийской молодежной школы-семинара "Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики" Москва, ФИАН, октябрь 2009 г.*

Поступила в редакцию 28 октября 2009 г.