

УДК 535.4

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ФОКУСИРОВКИ УЛЬТРАКОРОТКОГО ИМПУЛЬСА

М. В. Фроленкова, Ю. А. Толмачев

Санкт-Петербургский государственный университет, Минобрнауки,
Россия 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф, ул. Ульяновская, д. 3
e-mail: frolen-maria@yandex.ru; yurii.tolmach@rambler.ru

Развит метод исследования трансформации ультракороткого импульса сферической волны в окрестности фокуса. Показано, что импульсный отклик круглой апертуры содержит две составляющие: прошедшую, "вырезанную" отверстием из падающей волны, и тороидальную краевую. Выведены простые алгебраические соотношения, описывающие процесс распространения, и разработано соответствующее программное обеспечение. Приводится пример изменения формы импульса с гауссовой огибающей. Показано, что на оси системы образуются импульсы, распространяющиеся со скоростью $v > c$, один из которых обгоняет исходную волну.

Ключевые слова: дифракция ультракоротких импульсов, дельта-импульс, импульсный отклик.

Расширение диапазона применения сверхширокополосных сигналов, в частности, содержащих одно или несколько колебаний поля ультракоротких импульсов (УКИ), обуславливает насущную потребность исследования нестационарного поля сферической сходящейся волны вблизи фокуса. Для решения такой задачи мы использовали приближение скалярных $\delta(t)$ -образных волн, наиболее полно изложенное в [1]. Зная импульсный отклик – реакцию системы на $\delta(t)$ -сигнал, – нетрудно вычислить ее реакцию на сигнал произвольной формы с помощью операции свертки. Достоинством метода является простота, устойчивость процедуры вычислений и возможность наглядной интерпретации процесса дифракции волны.

Приведенное в [3] решение задачи о дифракции на круглом отверстии радиуса a в сферическом экране радиуса R сходящейся сферической волны $V_{ps}(P, t) = \frac{R}{\rho} \delta\left(t - \frac{R - \rho}{c}\right)$ (ρ – текущий радиус волны) в приближении Кирхгофа [2] показывает, что в любой точке пространства за экраном импульсный отклик содержит только

две компоненты: прошедшую сквозь отверстие часть исходной волны и краевую волну. Поле $\delta(t)$ -волны для произвольной точки P части полупространства внутри экрана перед фокусом описывается соотношением:

$$V_{sph}(P, t) = -\frac{cR}{\pi} \cdot \frac{(\cos \alpha - \cos \theta \cdot \cos \gamma)}{\sqrt{\sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \theta - (\cos \gamma - \cos \theta \cdot \cos \alpha)^2}} \times \\ \times \frac{[\Theta(t - l_1/c) - \Theta(t - l_2/c)]}{(ct - R + x)(R + x - ct)} + V_{ps}(P, t). \quad (1)$$

и содержит только две составляющие: прошедшую через отверстие часть исходной волны $V_{ps}(P, t)$ и краевую волну.

Проходящая составляющая полностью описывается приближением геометрической оптики, т.е. в соотношении (1) $V_{ps}(P, t) = 0$, если точка P находится в области геометрической тени, и $V_{ps}(P, t) = \frac{R}{x} \delta\left(t - \frac{R-x}{c}\right)$ в освещенной области.

Краевая волна имеет более сложную структуру и ограничена в пространстве. Она имеет в любой точке пространства за экраном переднюю и заднюю границы, которые в (1) определяются функциями Хевисайда Θ . Между этими границами амплитуда волны непрерывна и меняет знак. В выражении для краевой волны $\cos \theta = \frac{R^2 + x^2 - c^2 t^2}{2Rx}$, величины l_1 и l_2 есть расстояния от точки наблюдения до ближней и дальней границ отверстия соответственно, α – угол между направлениями из фокуса на центр отверстия и на точку наблюдения, x – расстояние до точки наблюдения, отсчитанное от фокуса, γ – апертурный угол отверстия, а t – текущее время, отсчитанное от момента прохода волны через экран. Знаки слагаемых в правом полупространстве изменяются на противоположные, что свидетельствует об изменении полярности как проходящей, так и краевой волн. Подчеркнем, что в отличие от решения задачи о дифракции монохроматической волны, формула (1) содержит только элементарные функции и ступенчатую функцию Хевисайда Θ .

Импульсный отклик вблизи фокуса на оси симметрии системы имеет особенно простую форму – он состоит из двух δ -импульсов разной полярности. Введя время \tilde{t} , отсчитанное от середины интервала между ними, отклик можно представить в виде:

$$V(x, \tau) \approx \frac{1}{x} \left[\delta\left(\tilde{t} + \frac{x}{c} \sin^2 \frac{\gamma}{2}\right) - \delta\left(\tilde{t} - \frac{x}{c} \sin^2 \frac{\gamma}{2}\right) \right]. \quad (2)$$

Соотношение (2) показывает, в частности, что непосредственно в точке фокуса зависимость амплитуды поля от времени описывается первой производной от падающего

сигнала по времени:

$$V_{axis}(F) = \frac{a^2}{2cR^2} \delta'_t(t).$$

Расчет с помощью свертки (1) с монохроматической волной λ при условии $a \gg \lambda$ приводит к ранее известным в оптике результатам [3]. Для точек P на оси симметрии системы получено совпадение с известными соотношения в аналитическом виде, а для области вне оси симметрии – в пределах погрешности численного расчета.

Одной из наиболее распространенных моделей ультракороткого импульса является гармоническое колебание периода T с гауссовой огибающей:

$$\phi(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right) \cdot \exp\left(i \cdot 2\pi \frac{t}{T}\right). \quad (3)$$

Используя $\phi(t)$ в качестве входного сигнала и выполнив свертку (3) с импульсным откликом (1), достаточно затем рассмотреть *вещественную часть* результирующего отклика $\Psi(P, t)$ для того, чтобы определить искомую амплитуду световой волны в точке наблюдения P , при этом квадрат модуля $\Psi(P, t)$ даст дополнительную информацию о том, как меняются во времени и в пространстве энергетические характеристики волны. Если огибающая гармонического колебания медленная (для нашего случая это означает $\tau > (2...3)T$), модуль функции $\Psi(P, t)$ практически совпадает с гауссовым множителем в (3).

Благодаря тому, что в (1) входят комбинации только элементарных функций, свертка $\phi(t)$ с импульсным откликом вычисляется быстро. На обычном РС построение одного распределения с использованием стандартных математических программ высокого уровня происходит за 5 минут. Нами были построены несколько серий изображений поля волны, позволяющих детально проследить развитие во времени как амплитуды $\Psi(P, t)$ поля, так и значения модуля $|\Psi(P, t)|$.

Возможность детального анализа развития поля во времени позволила изучить структуру точек δ -образных особенностей краевой волны на оси симметрии рассматриваемой системы. Эти точки образуются самопересечением тороидальной краевой волны, расходящейся от края круглой диафрагмы, и движутся со скоростью, превосходящей скорость света. Одна из двух точек “догоняет” δ -импульс падающей волны и при взаимодействии с ним формирует в фокусе производную по времени. Вторая расположена вне области, которая может рассматриваться в представлениях Кирхгофа, но хорошо видна на серии полученных нами решений. Эта точка движется в сторону, противоположную направлению распространения падающей волны. Она аналогична одной

из линий пересечения цилиндрических краевых δ -волн, обнаруженных нами в работе [4] при решении задачи о дифракции плоской волны на щели.

Таким образом,

- на основе импульсного метода разработан алгоритм, позволяющий оперативно вычислять в приближении Кирхгофа распределение амплитуды волнового поля сходящейся сферической волны в окрестности фокуса и адаптированный для исследования ультракоротких импульсов произвольной структуры;
- анализ полученных результатов позволяет определить для любой длительности импульса как положение экстремумов волнового поля (например, расстояние от центра волнового пакета до первого минимума), так и величину полной энергии, полученной при облучении;
- изучена динамика развития формы сферического сходящегося гауссова импульса при его дифракции на круглой диафрагме;
- продемонстрирован процесс преобразования исходного сигнала в свою первую производную по времени в точке фокуса;
- установлено существование в пространстве дифракции точечных компонентов $\delta(t)$ -волны, движущихся со скоростью больше скорости света в вакууме;
- продемонстрировано наличие двух таких точек, движущихся в противоположных направлениях.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] М. К. Лебедев, Ю. А. Толмачев, *Лазерные исследования в Санкт-Петербургском государственном университете*. Третий выпуск. Под ред. В.Б.Смирнова, А.А.Петрова (СПб., НИИ "Российский центр лазерной физики", 2004, с. 81-153).
- [2] М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики* (М., Наука, 1970), 721 с.
- [3] М. К. Лебедев, Ю. А. Толмачев, *Оптика и Спектроскопия* **90**(3), 457 (2001).
- [4] М. К. Лебедев, Ю. А. Толмачев, М. В. Фроленкова, А. В. Кытманов, *Оптика и Спектроскопия* **100**(1), 129 (2006).
- [5] И. Э. Сулейменов, М. К. Лебедев, Ю. А. Толмачев, *Оптика и спектроскопия* **88**(1), 104 (2000).

По материалам 3 Всероссийской молодежной школы-семинара "Инновационные аспекты фундаментальных исследований по актуальным проблемам физики", Москва, ФИАН, октябрь 2009 г.

Поступила в редакцию 29 октября 2009 г.