

УДК 21.373.626

ИЗМЕНЕНИЕ ЭНЕРГИИ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

У. Юсупалиев, С. А. Шутеев¹, П. У. Юсупалиев¹, В. В. Чубаров¹

Получено уравнение изменения энергии вихревых колец (свободных тороидальных вихрей) в однородной среде (воздухе и воде при атмосферном давлении и температуре ~ 293 К) в зависимости от их начальных параметров и среды. Показано, что решение этого уравнения согласуется с экспериментальными данными.

Несмотря на давнюю историю исследования вихревых колец в воздухе и воде при атмосферном давлении и температуре 285–293 К [1–16], а также плазменного тороидального вихря (ПТВ) в воздухе при тех же условиях [17–21], экспериментальное исследование их силовых и энергетических характеристик проведено сравнительно недавно [22–26]. Это обстоятельство связано с экспериментальной трудностью измерения пространственно-временных распределений поля скоростей таких вихрей. Так, в работах [23, 24] показано, что турбулентные вихревые кольца – свободные тороидальные вихри (ТВ) – в однородных средах (в воздухе [6–8, 10, 13] и воде [8, 10, 15]) и ПТВ в воздухе [17–21] имеют идентичные динамические свойства. Исходя из этого экспериментального факта, в [23, 24] определены силы, действующие на такие вихри в безграничной однородной среде, и выведено уравнение движения их центра масс. Получено решение этого уравнения – закон движения свободных ТВ:

$$z(t) = \frac{R_0}{\alpha} \left\{ \left\langle 1 + \left[\frac{3C_z}{2\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 1 \right] \frac{4\alpha V_0 t}{R_0} \right\rangle^{\frac{3C_z}{2\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 4} - 1 \right\}, \quad (1)$$

¹Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Ленинские горы, Россия.

а также закон изменения скорости их поступательного движения:

$$V_z(t) = V_0 \left\{ 1 + \left[\frac{3}{2} \frac{C_z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 1 \right] 4\alpha \frac{V_0}{R_0} t \right\}^{\frac{-\frac{3}{2} \frac{C_z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) - 3}{\frac{3}{2} \frac{C_z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 4}}, \quad (2)$$

и закон изменения их радиуса:

$$R(t) = R_0 \left\{ 1 + \left[\frac{3}{2} \frac{C_z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 1 \right] 4\alpha \frac{V_0}{R_0} t \right\}^{\frac{1}{\frac{C_z}{\alpha} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) + 4}}, \quad (3)$$

где R_0, V_0, ρ_{av}, C_z и α – начальный радиус, начальная скорость поступательного движения центра масс, средняя плотность, коэффициент лобового сопротивления и угол расширения радиуса ТВ соответственно (см. рис. 1), ρ_∞ – плотность окружающей среды, t – текущее время. Направление поступательного движения центра масс ТВ совпадает с осью Oz цилиндрической системы координат, связанной с неподвижной окружающей средой.

Показано, что решение (1) удовлетворительно согласуется с опытными данными как для ПТВ в воздухе [23, 24], так и для воздушного вихревого кольца в воздухе [6, 8] и воде [15] при атмосферном давлении и температуре ~ 293 К до момента возникновения их неустойчивости. На основании полученного решения и экспериментальных данных в [23, 24] определен коэффициент лобового сопротивления C_z таких вихрей. При одинаковых числах Рейнольдса величина C_z для ТВ может быть существенно меньше (более чем на порядок), соответствующего коэффициента, равного 0.045, для каплевидного тела вращения – наиболее хорошо обтекаемого объекта.

Экспериментальное исследование энергетических характеристик и изменения энергии ТВ во времени проведено лишь недавно в работах [22, 26] для воздушного вихревого кольца в воздухе при атмосферном давлении и температуре ~ 293 К. Для этого проводилось измерение скорости движения газа в вихре с помощью двух миниатюрных термоанометров в различные моменты времени. Из измеренных данных для скорости газа в вихре определялось поле скоростей кольцевого вихря для различных моментов времени. Там же было показано, что на начальной стадии движения воздушного ТВ энергия вращательного движения E_{rot} примерно в три раза превышает его кинетическую энергию поступательного движения E_K :

$$E_{\text{rot}} \approx 3E_K. \quad (4)$$

Исходя из данных поля скоростей такого вихря в различные моменты времени, определена диссипация его энергии. Показано, что на начальной стадии движения ТВ за время, необходимое для прохождения пути, равного своему диаметру $2R$, теряет примерно $\sim 1\%$ своей энергии. Этот опытный факт крайне важен для исследований энергетических характеристик ТВ.

Использование ТВ для решения прикладных задач требует, чтобы пройденный им путь был максимальным. Однако имеющиеся как экспериментальные, так и теоретические данные по исследованию силовых и энергетических характеристик свободного ТВ не позволяют определить условия, при которых достигается максимальная величина пути $z_{\max}$, проходимого вихрем в однородной среде до своего распада. Анализ показывает, что величину $z_{\max}$ можно определить из энергетического баланса ТВ. Следовательно, количественное изучение изменения энергии ТВ во времени в зависимости от начальных параметров вихрей и окружающей среды является крайне актуальным. Это и есть цель данной работы.

В общем случае ТВ имеет кинетическую энергию E_K поступательного движения относительно покоящейся среды, вращательную энергию вещества (плазмы, газа или жидкости) E_{rot} относительно оси ядра тора – оси вращения, внутреннюю энергию вещества вихря E_B , захваченного в вихревое движение, и теряет энергию излучения E_R :

$$E_{\text{TV}} = E_K + E_{\text{rot}} + E_B + E_R. \quad (5)$$

В свою очередь, внутренняя энергия состоит из тепловой энергии вещества вихря E_h , энергии возбужденных атомов и молекул (плазмы, газа) E^* : $E_B = E_h + E^*$.

В данной работе рассматривается свободный воздушный ТВ в воздухе при атмосферном давлении и температуре ~ 293 К. При движении у такого ТВ внутренняя энергия не изменяется ($E_h \approx \text{const}$), так как средняя температура вихря не отличается от температуры окружающей среды. То есть градиентом температуры в вихре (как и потоком тепла из вихря), а также его энергией излучения можно пренебречь. Тогда изменение энергии такого ТВ в единицу времени равно мощности сил, действующих на вихрь:

$$\frac{dE_{\text{TV}}(t)}{dt} = -F_F(t) \cdot V_z(t) - (F_M(t) - F_n(t)) \cdot V_r(t) \quad (6)$$

с начальными условиями

$$E_{\text{TV}}(0) = E_K(0) + E_{\text{rot}}(0), V_z(0) = V_0, V_r(0) = \alpha \cdot V_0, R(0) = R_0, \quad (7)$$

где F_F – сила сопротивления, действующая на вихрь со стороны окружающей среды против направления поступательного движения вихря, $F_M - F_n = 2\pi R(f_M - f_n)$, f_M и

f_n – сила растяжения и сила притяжения, действующие на элемент вихря единичной длины, $V_r(t) = dR(t)/dt = \alpha V_z(t)$. В работах [23, 24] показано, что силы F_F и $(F_M - F_n)$ равны соответственно:

$$F_F = C_z \frac{\rho_\infty V_z^2}{2} S_M, \quad F_M - F_n = 2\pi R(f_M - f_n) = \alpha C_z \frac{\rho_\infty V_z^2}{2} S_M, \quad (8)$$

где $S_M = 4\pi R^2$ – миделево сечение ТВ.

Физическую природу возникновения сил f_M и f_n можно понять из рассмотрения взаимодействия диаметрально противоположных элементов 1 и 2 такого вихря с равной циркуляцией скорости Γ , но противоположных направлений вращения (рис. 1). Элемент 2 вихря с циркуляцией скорости Γ вокруг себя порождает поле скоростей, в котором находится и элемент 1 с Γ противоположного направления вращения. Согласно уравнению Бернулли, давление в точке В p_B больше давления в точке А p_A . Следовательно, согласно [27], на элемент 1 вихря единичной длины действует сила:

$$f_n = \frac{\rho_\infty \Gamma^2}{4\pi R},$$

направленная к центру ТВ, т.е. элемент 2 притягивает к себе диаметрально противоположный элемент 1. Результатом действия этой силы притяжения является смещение всех частиц элемента 1 по направлению, параллельному оси Oz , т.е. дрейфовое движение элемента 1 в направлении, перпендикулярном действию силы притяжения f_n .

Возникновение дрейфового движения элемента 1 под действием силы f_n можно понять из рассмотрения действия этой силы на каждую частицу этого элемента (например, частиц, расположенных вдоль диаметра АВ). Из рис. 1 видно, что вращающиеся частицы областей II и III элемента 1 под действием этой силы ускоряются, а вращающиеся частицы областей IV и I того же элемента под ее действием замедляются, результатом чего является смещение всех частиц элемента 1 по направлению оси Oz , перпендикулярному действию силы притяжения. Механизм возникновения дрейфового движения элемента 1 вихря при действии силы f_n аналогичен механизму возникновения дрейфового движения вращающихся заряженных частиц вокруг силовых линий магнитного поля под действием силы, направленной перпендикулярно к его силовым линиям [28].

В свою очередь, при своем дрейфовом движении в результате обтекания элемента 1 вихря потоком окружающего газа в точках А и В, согласно уравнению Бернулли, возникает разность давления, равная $p_A - p_B > 0$. Следовательно, при таком дрейфе со стороны обтекаемого потока на элемент 1 действует сила, направленная по оси Oz .

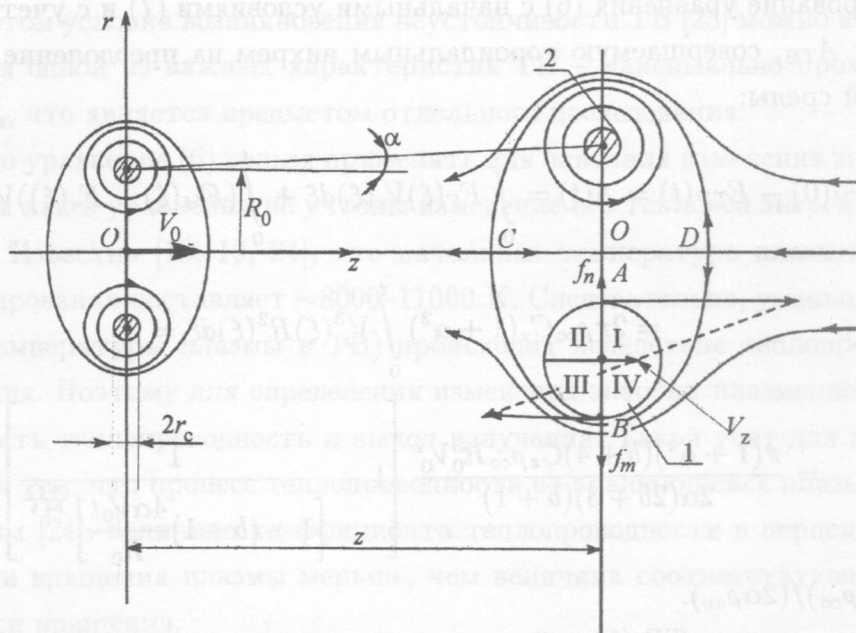


Рис. 1. Качественная картина линий тока торoidalного вихря в системе координат вихря к моменту завершения его формирования и в произвольный момент времени его движения в однородной среде с координатой z . Картина линий тока состоит из двух областей: замкнутая внутренняя область завихренного газа (или жидкости, атмосфера вихря) и внешняя область потенциального движения обтекающего воздуха. Внутри атмосферы вихря газ движется по замкнутым линиям тока (внутри замкнутой линии $DBCOD$). Атмосфера вихря имеет форму эллипсоида вращения и движется в окружающем воздухе с поступательной скоростью вдоль малой оси эллипсоида. Во внутренней части ядра тора газ вращается относительно оси ядра с одинаковой угловой скоростью (твердотельное ядро вращения и радиусом r_c). Асимметрия линий тока относительно плоскости $z = 0$ ($OD < OC$) возникает за счет действия силы сопротивления со стороны набегающего потока среды.

Результатом действия этой силы является растяжение ТВ в радиальном направлении. Величина этой растягивающей силы, действующей на элемент вихря единичной длины, согласно [27], равна: $f_M = \rho_\infty V_z \Gamma$.

Так как ТВ при своем движении расширяется, то силы f_M и f_n не компенсируют друг друга, причем $f_M - f_n > 0$. Эта результирующая сила, согласно второму закону Ньютона, в неподвижной системе координат (связанной с покоящимся воздухом) сообщает ТВ ускорение в радиальном направлении, поэтому с течением времени он расширяется.

Интегрирование уравнения (6) с начальными условиями (7) и с учетом (2), (3) и (8) дает работу $A_{ТВ}$, совершаемую тороидальным вихрем на преодоление сопротивления окружающей среды:

$$\begin{aligned} E_{TV}(0) - E_{TV}(t) = A(t) &= \int_0^t F_F(\xi) V_z(\xi) d\xi + \int_0^t (F_M(\xi) - F_n(\xi)) V_r d\xi = \\ &= 2\pi\rho_\infty C_z (1 + \alpha^2) \int_0^t V_z^3(\xi) R^2(\xi) d\xi = \\ &= \frac{\pi(1 + \alpha^2)(b + 4)C_z\rho_\infty R_0^3 V_0^2}{2\alpha(2b + 3)(b + 1)} \left[1 - \frac{1}{\left[1 + (b + 1) \frac{4\alpha V_0 t}{R_0} \right]^{\frac{2b+3}{b+4}}} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $b = (3C_z\rho_\infty)/(2\alpha\rho_{av})$.

Из закона движения ТВ (1) найдем время

$$t_{2R} = \frac{R_0}{4(b + 1)\alpha V_0} \left[(1 + 2\alpha)^{b+4} - 1 \right], \quad (10)$$

необходимое для прохождения вихрем пути, равного диаметру вихря $z(t_{2R}) = 2R$. Для начальной стадии движения ТВ $z(t_{2R}) \approx 2R_0$. Определим отношение работы, совершаемой вихрем на преодоление сопротивления окружающей среды за время t_{2R} , к сумме общей энергии вихря в момент времени $t = 0$, принимая во внимание (9), (10) и с учетом опытного факта (4):

$$\frac{A(t_{2R})}{E_{TV}(0)} = \frac{(b + 4)(1 + \alpha^2)\pi C_z}{16\alpha(2b + 3)(b + 1)} \left(\frac{\rho_\infty}{\rho_{av}} \right) \left[1 - \frac{1}{(1 + \alpha)^{2b+3}} \right]. \quad (11)$$

Для условий эксперимента работ [22, 26] ($\rho_\infty \approx \rho_{CP}$, $\alpha \approx 0.006$, $C_z \approx 0.004$) расчет по формуле (11) дает следующее значение энергии, теряемой вихрем:

$$\frac{A(t_{2R})}{E_{TV}(0)} \approx 0.0095 \div 0.012,$$

т.е. доля энергии, теряемой тороидальным вихрем на преодоление сопротивления окружающей среды при прохождении им пути, равного своему диаметру, составляет 0.95–1.2%, что согласуется с опытными данными работ [22, 26].

Таким образом, решение полученного уравнения изменения энергии ТВ (6) при температуре ~ 293 К удовлетворительно согласуется с опытными данными. Поэтому это

уравнение с учетом условия возникновения неустойчивости ТВ [25] можно использовать для определения одной из важных характеристик ТВ – максимально проходимого им расстояния $z_{\max}$, что является предметом отдельного исследования.

Заметим, что уравнение (6) нельзя применять для описания изменения энергии плазменного ТВ, так как в уравнении не учтены изменение его тепловой энергии E_h и энергия излучения. Известно [18, 19, 24], что начальная температура плазмы в его ядре после его формирования составляет ~ 8000 – 11000 К. Следовательно, уменьшение тепловой энергии (температуры плазмы в ТВ) происходит вследствие теплопроводности и выхода излучения. Поэтому для определения изменения энергии плазменного ТВ необходимо учитывать теплопроводность и выход излучения. Такой учет для плазменного ТВ усложняется тем, что процесс теплопроводности во вращающейся плазме становится анизотропным [24]: величина коэффициента теплопроводности в перпендикулярном направлении оси вращения плазмы меньше, чем величина соответствующего коэффициента вдоль оси вращения.

Авторы благодарны А. А. Рухадзе за поддержку работы и полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант N 07-08-00569-а.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] O. Reynolds, *Nature* **14**, 477 (1876).
- [2] R. Wood, *Nature* **63**, 418 (1901).
- [3] Н. Е. Жуковский, *Заметка о движении вихревых колец* (М., 1907).
- [4] R. N. Magarvey and C. S. MacLachy, *Canad. J. Phys.* **42**(4), 678 (1964).
- [5] Д. Г. Ахметов, О. П. Кисаров, *ПМТФ* **7**(4), 120 (1966).
- [6] А. А. Луговцов, Б. А. Луговцов, В. Ф. Тарасов, *Динамика сплошной среды*, Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, No 3, 50 (1969).
- [7] Б. А. Луговцов, Авторефер. дисс. на соиск. уч. степ. д.ф.-м.н. (Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1973).
- [8] М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат, *Проблемы гидродинамики и их математические модели* (Наука, М., 1973).
- [9] J. P. Sullivan, S. E. Windall, and S. Ezekiel, *AIAA J.* **11**, 1384 (1973).
- [10] В. Ф. Тарасов, Авторефер. дисс. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. (Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1975).
- [11] T. J. Maxworthy, *Fluid Mech.* **81**, part 3, 465 (1977).
- [12] A. Glezer, *Phys. Fluid.* **31**, 3532 (1988).

- [13] K. Shariff and M. Leonard, *Ann. Rev. Fluid Mech.* **24**, 235 (1992).
- [14] M. Gharib, E. Rambod, and K. Shariff, *J. Fluid Mech.* **360**, 121 (1998).
- [15] В. И. Бояринцев, Т. Е. Бояринцева, Д. Г. Коротаев и др., *Изв. АН СССР, Сер. МЖГ*, N 3, 125 (1997).
- [16] Д. Г. Ахметов, *ПМТФ* **42**(5), 70 (2001).
- [17] A. F. Aleksandrov, I. B. Timofeev, B. A. Chernikov, and U. Yusupaliev, in: *Proc. XVII Intern. Conf. Phen. Ion. Gas, Suansu, UK, 1987* (UK, Suansu, 1987), part 2, p. 426.
- [18] У. Юсупалиев, Диссертация на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. (М., МГУ, 1988).
- [19] А. Ф. Александров, И. Б. Тимофеев, В. А. Черников и др., *ТВТ* **26**(4), 639 (1988).
- [20] А. Ф. Александров, И. Б. Тимофеев, У. Юсупалиев, *ТВТ* **29**(1), 108 (1991).
- [21] В. Н. Кунин, В. С. Плешивцев, Л. В. Фуров, *ТВТ* **35**(6), 866 (1997).
- [22] Д. Г. Ахметов, Автореферат дисс. на соиск. ученой степени к.ф.-м.н. (Новосибирск, Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 2002).
- [23] У. Юсупалиев, *Краткие сообщения по физике ФИАН*, No 10, 39 (2004).
- [24] У. Юсупалиев, *Физика плазмы* **31**(6), 543 (2005).
- [25] У. Юсупалиев, С. А. Шутеев, П. У. Юсупалиев, *ЖТФ* **77**(7), 50 (2007).
- [26] Д. Г. Ахметов, *Вихревые кольца* (Наука, Новосибирск, 2007).
- [27] Т. Е. Faber, *Fluid Dynamics for Physicists* (Cambridge, University press, 2001).
- [28] А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы* (Высшая школа, М., 1978).

Институт общей физики

им. А. М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 6 октября 2008 г.