УДК 53.02

ГРАВИТАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ КВАНТОВОЙ ЧАСТИЦЫ И ПРИВИЛЕГИРОВАННАЯ СИСТЕМА КООРДИНАТ

А. И. Никишов

В гравитационном рассеянии квантовая частица зондирует фурье-образ метрики. Я нахожу фурье-образы шварцшильдовской метрики в стандартной, гармонической и других системах координат в линейном и G^2-приближениях. В общем случае различные системы координат ведут к различному рассеянию. Это открывает возможность в принципе выбрать систему координат, ведущую к рассеянию, согласующемуся с экспериментом.

Ключевые слова: квантовое рассеяние.

В общей теории относительности все допустимые системы координат равноправны. Однако, как настаивал В. А. Фок, должна существовать привилегированная система координат. Кроме того, он считал, что теория должна давать по возможности единственный ответ [1]. В этой связи заметим, что теория источников естественно приводит к привилегированной системе координат, т.е. дает единственный ответ.

Ради простоты я предполагаю, что рассеиваемая частица имеет спин 0 и взаимодействует только путём обмена одним гравитоном. В случае других спинов результат рассеяния должен быть аналогичным. Тогда рассеиваемая частица может быть гипотетической частицей тёмной материи, гравитоном или нейтрино.

Используем следующие обозначения

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h^{(1)}_{ik} + h^{(2)}_{ik} + \cdots , \quad h^{(n)}_{ik} \propto G^n, \quad h_{,l} = \frac{\partial h}{\partial x_l}, \quad h = h^k{}_k, \quad \eta_{ik} = \mathrm{diag}(-1, 1, 1, 1).$$

Латинские индексы пробегают значения 0,1,2,3; греческие 1,2,3. В каждой координатной системе координата обозначается одной и той же буквой x^i. Это допустимо, потому что она используется только как переменная интегрирования при получении фурье-образа.

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: nikishov@td.lpi.ru.

Начнем с простейшего случая линейного приближения и сначала рассмотрим источник гравитационного поля как точечную частицу. Стандартную систему координат в линейном и G^2-приближениях запишем в виде

$$h^{(1)st}_{\alpha\beta} = \frac{2GMx_\alpha x_\beta}{r^3}, \quad h^{(2)st}_{\alpha\beta} = \frac{(2GM)^2 x_\alpha x_\beta}{r^4}. \tag{1}$$

(См. Гл. 8, §2 в книге Вайнберга [2], где нужно использовать соответствующее приближение ненумерованной формулы после формулы (8.2.15).) В линейном приближении имеем $h^{(1)har}_{ik} = h^{(1)iso}_{ik} = \frac{2MG}{r}\delta_{ik}$, а функция $h^{(1)}_{00} = \frac{2MG}{r}$ одинакова во всех системах. Заметим, что

$$h^{(1)st}_{\alpha\beta} - h^{(1)iso}_{\alpha\beta} = -MG(\Lambda^{(1)}_{\alpha,\beta} + \Lambda^{(1)}_{\beta,\alpha}), \quad \Lambda^{(1)}_{\alpha,\beta} = \left(\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r} - \frac{x_\alpha x_\beta}{r^3}\right), \quad \Lambda^{(1)}_{\alpha} = \frac{x_\alpha}{r}. \tag{2}$$

Следовательно, разность в левой части является калибровочной функцией.

Теперь учтём, что амплитуда рассеяния двух частиц, обменивающихся одним гравитоном, пропорциональна

$$T^{ij}(p,p')\frac{P_{ijkl}}{q^2}T^{kl}(k,k'), \quad T^{ij}(p,p') = \frac{1}{2}(p^i p'^j + p^j p'^i) - \frac{1}{2}\eta^{ij}(pp' + M^2),$$

$$P_{ijkl} = \frac{1}{2}(\eta_{ik}\eta_{jl} + \eta_{il}\eta_{jk} - \eta_{ij}\eta_{kl}), \quad q = k' - k = p - p'. \tag{3}$$

(См, напр., §4.3 в книге Фейнмана и др. [3], где используется $\eta_{ik} = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$.) Легко проверить, что $q_i T^{ij}(p,p') = 0$ и аналогично для $T^{kl}(k,k')$. Это закон сохранения тензора энергии-импульса. Он справедлив для частиц любого спина.

Далее примем, что частица с импульсом $p, p^2 = -M^2$ является тяжёлой, а частица с импульсом $k, k^2 = -m^2$ – легкой (пробной). Тогда

$$T^{ij}(p,p')\frac{P_{ijkl}}{q^2} = \frac{1}{2}\frac{M^2}{q^2}\delta_{kl}.$$

С точностью до множителя, который нас здесь не интересует, это фурье-образ функции $h^{(1)iso}_{kl}$: $\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h^{(1)iso}_{kl}(x) = 4\pi\delta_{kl}2MG/q^2$.Таким образом, тяжёлая частица становится источником поля Шварцшильда в калибровке Гильберта (или Лоренца): $\bar{h}^{kl}{}_{,l} = (h^{kl} - \frac{1}{2}\eta^{kl}h)_{,l} = 0$. Координатную систему в этой калибровке я считаю привилегированной [5]. В линейном приближении она совпадает с гармонической и согласуется с определением привилегированной системы у Фока.

Теперь вычислим фурье-образы метрик в различных координатных системах. Используем следующие выражения

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^n} = \frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}A(q) + \delta_{\alpha\beta}B(q). \tag{4}$$

Случаи $n = 3$ и $n = 4$ допускают переход к пределу $b = 0$, где b есть радиус шара материи. Итак, в этих случаях положим $b = 0$. Функции $A(q)$ и $B(q)$ можно найти следующим образом. Положим $\alpha = \beta$. Тогда

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{r^{n-2}} = A(q) + 3B(q). \tag{5}$$

Далее временно примем, что $q_\alpha = (0, 0, q)$ и используем $\alpha = \beta = 3$, $x_3 = rt, t = \cos\theta$. Тогда из (4) имеем

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{t^2}{r^{n-2}} = A(q) + B(q). \tag{6}$$

Чтобы найти левую часть, дважды дифференцируем по a соотношение $\int\limits_{-1}^{1} dt e^{iat} = \frac{2}{a}\sin a$. Таким образом получим

$$\int\limits_{-1}^{1} dt e^{iat} t^2 = 2\left[\left(\frac{1}{a} - \frac{2}{a^3}\right)\sin a + \frac{2}{a^2}\cos a\right]. \tag{7}$$

Используя это уравнение, найдём для левой части (6) для $n = 3$ и $n = 4$

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{t^2}{r} = -\frac{4\pi}{q^2}, \quad \int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{t^2}{r^2} = 0. \tag{8}$$

Из (4), полагая $\alpha = \beta$ и $n = 3$, получим (также как при кулоновском рассеянии)

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{r} = \frac{4\pi}{q^2} = A(q) + 3B(q). \tag{9}$$

С другой стороны, из (6) и (8) для $n = 3$ получим

$$-\frac{4\pi}{q^2} = A(q) + B(q). \tag{10}$$

Далее из (9) и (10) следует, что $A(q) = -8\pi/q^2, B(q) = 4\pi/q^2$. Следовательно выражение (4) для $n = 3$ даёт

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^3} = \frac{4\pi}{q^2}\left(-2\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} + \delta_{\alpha\beta}\right). \tag{11}$$

Аналогично получим

$$\int d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} = \frac{\pi^2}{q}\left(-\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2} + \delta_{\alpha\beta}\right). \tag{12}$$

Полагая здесь $\alpha = \beta$, получим

$$\int d^3 x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{r^2} = 2\frac{\pi^2}{q}. \tag{13}$$

Далее из (9) и (11) для $\Lambda^{(1)}_{\alpha,\beta}$ (определённой в (2)) получим

$$\int d^3 x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \Lambda^{(1)}_{\alpha,\beta} = 8\pi \frac{q_\alpha q_\beta}{q^4}. \tag{14}$$

Аналогично из (12) и (13) найдём

$$\int d^3 x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \Lambda^{(2)}_{\alpha,\beta} = 2\pi^2 \frac{q_\alpha q_\beta}{q^3}, \quad \Lambda^{(2)}_{\alpha,\beta} = \left(\frac{x_\alpha}{r^2}\right)_{,\beta} = \frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2} - \frac{2x_\alpha x_\beta}{r^4}. \tag{15}$$

Уравнения (2) и (14) означают, что $h^{(1)st}_{ik}$ и $h^{(1)har}_{ik} (= h^{(1)iso}_{ik})$ ведут к одинаковому рассеянию благодаря закону сохранения тензора энергии-импульса пробной частицы: $q_\alpha T_{\alpha\beta}(k,k') = 0$. Напомним здесь, что $q_0 = 0$, когда $M >> k_0$.

Переходя к G^2-приближению, имеем

$$h^{(2)har}_{\alpha\beta} = G^2 M^2 \left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} + \frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2}\right), \quad h^{(2)iso}_{\alpha\beta} = \frac{3M^2 G^2}{2r^2}, \tag{15a}$$

$$h^{(2)har}_{00} = h^{(2)iso}_{00} = -\frac{2M^2G^2}{r^2}, \quad h^{(2)har}_{\alpha\beta} - h^{(2)iso}_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} M^2 G^2 \Lambda^{(2)}_{\alpha,\beta}. \tag{15b}$$

Первое уравнение в (15a) можно получить из уравнения (8.2.15) в [2], второе – из задачи 4 в §100 в [4].

Далее из последнего уравнения в (15b) и (15) следует, что $h^{(2)iso}_{\alpha\beta}$ и $h^{(2)har}_{\alpha\beta}$ также ведут к одинаковому рассеянию. Другими словами: разница в метриках на калибровочные функции не ведёт к разнице в рассеянии.

С другой стороны, разница

$$h^{(2)st}_{\alpha\beta} - h^{(2)har}_{\alpha\beta} = G^2 M^2 \left(\frac{3x_\alpha x_\beta}{r^4} - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2}\right) \tag{16}$$

не является калибровочной функцией и рассеяние различно в G^2-членах. Действительно, в случае гармонических координат вклад в амплитуду рассеяния пропорционален

$$\int d^3 x \exp i\vec{q}\cdot\vec{x} \left[T_{00}(k,k') h^{(2)har}_{00} + T_{\alpha\beta}(k,k') h^{(2)har}_{\alpha\beta}\right] =$$

$$= G^2 M^2 \frac{\pi^2}{q} \left[\frac{5}{2} k_0^2 - \frac{7}{2} \vec{k}\cdot\vec{k}' - \frac{13}{2} m^2\right]. \tag{17}$$

Тот же результат получится, если вместо $h_{\alpha\beta}^{(2)har}$ использовать $h_{\alpha\beta}^{(2)iso}$. В случае стандартной системы вместо (17) получим

$$\int d^3x \exp i\vec{q}\cdot\vec{x}\left[T_{\alpha\beta}(k,k')h_{\alpha\beta}^{(2)st}\right] = G^2M^2\frac{\pi^2}{q}\left[6k_0^2 - 2\vec{k}\cdot\vec{k}' - 6m^2\right]. \quad (18)$$

Видно, что (17) и (18) различны.

Случай конечного b.

Для привилегированной системы имеем [5]:

$$h_{\alpha\beta}^{(1)priv} = \begin{cases} \frac{MG}{b}\left(3 - \frac{r^2}{b^2}\right)\delta_{\alpha\beta}, & r < b, \\ \frac{2MG}{r}\delta_{\alpha\beta}, & r > b, \end{cases} \quad (19)$$

а для стандартной

$$h_{\alpha\beta}^{(1)st} = \begin{cases} 2MG\frac{x_\alpha x_\beta}{b^3}, & r < b, \\ 2MG\frac{x_\alpha x_\beta}{r^3}, & r > b. \end{cases} \quad (20)$$

Используя (41) и (42) (ниже), для фурье-образов получим

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)priv} = 2MG\frac{4\pi}{q^2}\left\{\frac{3}{a^2}\left(\frac{\sin a}{a} - \cos a\right) - \cos a\right\}\delta_{\alpha\beta}, \quad (21)$$

$$\int\limits_{r>b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)priv} = 2MG\frac{4\pi}{q^2}\delta_{\alpha\beta}\cos a,\ a = qb. \quad (22)$$

Сумма (21) и (22) даёт

$$\int\limits_{0<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)priv} = 2MG\frac{4\pi}{q^2}\frac{3}{a^2}\left(\frac{\sin a}{a} - \cos a\right)\delta_{\alpha\beta}. \quad (23)$$

Аналогично для стандартной системы

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)st} = 2MG\frac{4\pi}{q^2}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[\left(\frac{15}{a^2} - 1\right)\cos a + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(\frac{6}{a} - \frac{15}{a^3}\right)\sin a\right] + \delta_{\alpha\beta}\left[-\frac{3}{a^3}\cos a + \left(-\frac{1}{a} + \frac{3}{a^3}\right)\sin a\right]\right\}, \quad (24)$$

$$\int\limits_{r>b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)st} = 2MG\frac{4\pi}{q^2}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left(\cos a - \frac{3\sin a}{a}\right) + \delta_{\alpha\beta}\frac{\sin a}{a}\right\}. \quad (25)$$

Сумма (24) и (25) даёт

$$\int\limits_{0<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} h_{\alpha\beta}^{(1)st} =$$

$$= 2MG\frac{4\pi}{q^2}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[\frac{15}{a^2}\cos a + \left(\frac{3}{a} - \frac{15}{a^3}\right)\sin a\right] + \delta_{\alpha\beta}\left[-\frac{3}{a^2}\cos a + \frac{3}{a^3}\sin a\right]\right\}. \tag{26}$$

Поскольку члены, содержащие $q_\alpha q_\beta$, не дают вклада в рассеяние, из (23) и (26) следует, что в рассматриваемом приближении (когда пробная частица обменивается с источником только одним гравитоном) привилегированная и стандартная системы дают одинаковое рассеяние:

$$d\sigma = M^2G^2\left(\frac{k_0^2 - m^2/2}{\vec{k}^2}\right)^2 \frac{d\Omega}{\sin^4\frac{\theta}{2}}F^2(a), \quad F(a) = \frac{3}{a^2}\left(\frac{\sin a}{a} - \cos a\right),$$

$$F(a)|_{a<<1} = 1 - \frac{a^2}{10} + \cdots . \tag{27}$$

Таким образом при $a << 1$ имеем рассеяние на точечном источнике [6]. При конечных a в поперечном сечении имеются осцилляции в угловом распределении (27), поскольку $a = bq = b2|\vec{k}|\sin\theta/2$.

Конечный радиус в G^2 приближении.

Согласно теории источников в привилегированной системе нет вклада от калибровочных степеней свободы [5]. Предполагая, что 3-гравитонная вершина даётся общей относительностью, такая система в G^2-приближении получена в [7]. Там предсказывается появление в наружной метрике члена

$$\varkappa M^2G^2 b\left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5} - \frac{\delta_{\alpha\beta}}{3r^3}\right). \tag{28}$$

Здесь b – радиус шара материи. Коэффициент $\varkappa$ – порядка единицы. Он зависит от формы 3-гравитонной вершины и (вопреки общей теории относительности, в которой наружное решение не зависит от внутренней области) от тензора энергии-импульса материи. Несмотря на то, что он имеет форму калибровочной функции, он генерируется источниками.

Получим теперь вклад в фурье-образ члена (28) от наружной области. В уравнениях (5) и (6) положим $n = 5$. Используя (7), найдём

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{t^2}{r^3} = 4\pi\int_a^\infty dx\left[-\frac{2\sin x}{x^4} + \frac{2\cos x}{x^3} + \frac{\sin x}{x^2}\right] =$$

$$= 4\pi\left[\frac{2}{3}\frac{\sin x}{x^3} - \frac{2}{3}\frac{\cos x}{x^2} - \frac{1}{3}\frac{\sin x}{x} + \frac{1}{3}\int\frac{\cos x}{x}dx\right]\Bigg|_a^\infty =$$

$$= 4\pi\left[-\frac{2}{3}\frac{\sin a}{a^3} + \frac{2}{3}\frac{\cos a}{a^2} + \frac{1}{3}\frac{\sin a}{a} + \frac{1}{3}\int\limits_a^\infty\frac{\cos x}{x}dx\right]. \tag{29}$$

Так же как в уравнениях (8) и (9) получим

$$B(q) = 4\pi\left[\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{a^3}\right)\sin a - \frac{1}{3}\frac{\cos a}{a^2} + \frac{1}{3}\int\limits_a^\infty \frac{\cos x}{x}dx\right], \tag{30}$$

$$A(q) = 4\pi\left[-\frac{\sin a}{a^3}+\frac{\cos a}{a^2}\right], \quad a = qb. \tag{31}$$

Отсюда имеем

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5}-\frac{\delta_{\alpha\beta}}{3r^3}\right) = A(q)\left(\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}-\frac{\delta_{\alpha\beta}}{3}\right). \tag{32}$$

Как будет видно ниже, следует ожидать, что этот член даст вклад в рассеяние только при более глубокой аппроксимации, которая может включать поглощение в шаре материи и обмен пробной частицы с шаром более чем одним гравитоном.

Покажем теперь, что в рассматриваемом здесь приближении $h^{(2)priv}_{\alpha\beta}$ и $h^{(2)har}_{\alpha\beta}$ ведут к одинаковому рассеянию. Согласно теории источников (принимая, что нелинейные источники даются общей относительностью) имеем, см. уравнения (18), (25a) и (19) в [8]

$$h^{(2)priv}_{\alpha\beta} = \left(\frac{MG}{b}\right)^2\left[\left(\frac{25}{4}-\frac{39}{19}\frac{r^2}{b^2}+\frac{23}{28}\frac{r^4}{b^4}\right)\delta_{\alpha\beta}-\frac{9}{5}\frac{x_\alpha x_\beta}{b^2}+\frac{2}{7}\frac{r^2x_\alpha x_\beta}{b^4}\right], \quad r<b, \tag{33a}$$

$$h^{(2)priv}_{\alpha\beta} = (MG)^2\left[\frac{5\delta_{\alpha\beta}}{r^2}-\frac{7x_\alpha x_\beta}{r^4}+\frac{192}{35}b\left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5}-\frac{\delta_{\alpha\beta}}{3r^3}\right)\right], \quad r>b, \tag{33b}$$

$$h^{(2)priv}_{00} = h^{(2)har}_{00} = h^{(2)iso}_{00} = \left(\frac{MG}{b}\right)^2\left[-\frac{15}{4}+\frac{3}{2}\frac{r^2}{b^2}+\frac{1}{4}\frac{r^4}{b^4}\right], \quad r<b, \tag{34a}$$

$$h^{(2)priv}_{00} = h^{(2)har}_{00} = h^{(2)iso}_{00} = -2\frac{(MG)^2}{r^2}, \quad r>b. \tag{34b}$$

Для гармонической и изотропной систем имеем, см. уравнения (6) и (13) в [9], уравнение (8.2.15) в [2] и задачу 4 в §100 [4].

$$h^{(2)har}_{\alpha\beta} = \frac{M^2G^2}{b^2}\left\{\delta_{\alpha\beta}\left(\frac{9}{4}-\frac{3r^2}{2b^2}+\frac{r^4}{4b^4}\right)+\frac{3x_\alpha x_\beta}{b^2}-\frac{2r^2x_\alpha x_\beta}{b^4}\right\}, \quad r<b, \tag{35}$$

$$h^{(2)har}_{\alpha\beta} = M^2G^2\left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4}+\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2}\right), \quad r>b, \tag{36}$$

$$h^{(2)iso}_{\alpha\beta} = \frac{M^2G^2}{b^2}\left(\frac{15}{4}-\frac{3r^2}{b^2}+\frac{3r^4}{b^4}\right), \quad r<b, \tag{37}$$

$$h^{(2)iso}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}\frac{M^2G^2}{r^2}\delta_{\alpha\beta}, \quad r>b. \tag{38}$$

Из уравнений (35) и (33a) имеем

$$h_{\alpha\beta}^{(2)har} - h_{\alpha\beta}^{(2)priv} =$$

$$= \frac{M^2G^2}{b^2}\left\{-4\delta_{\alpha\beta} + \frac{12}{5}\left(\delta_{\alpha\beta}\frac{r^2}{b^2} + 2\frac{x_\alpha x_\beta}{b^2}\right) - \frac{4}{7}\left(\delta_{\alpha\beta}\frac{r^4}{b^4} - 4\frac{r^2 x_\alpha x_\beta}{b^4}\right)\right\}, \quad r < b. \tag{39}$$

В правой части (39) стоят калибровочные функции. Аналогично из (36) и (33b) имеем

$$h_{\alpha\beta}^{(2)har} - h_{\alpha\beta}^{(2)priv} =$$

$$= M^2G^2\left\{-4\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^2} + 8\frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} - \frac{192}{35}b\left(\frac{x_\alpha x_\beta}{r^5} - \frac{1}{3}\frac{\delta_{\alpha\beta}}{r^3}\right)\right\}, r > b. \tag{40}$$

Как и ожидалось, в правой части (39) и (40) стоят калибровочные функции. Это вызвано тем, что нелинейные источники функций $h_{\alpha\beta}^{(2)har}$ и $h_{\alpha\beta}^{(2)priv}$ одинаковы.

Приведём теперь "строительные блоки" для получения фурье-образов. Для вкладов от $r < b$:

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{1}{b^2} = \frac{4\pi}{q}\left(\frac{\sin a}{a^2} - \frac{\cos a}{a}\right),\ a = qb, \tag{41}$$

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{r^2}{b^4} = \frac{4\pi}{q}\left\{\left(\frac{3}{a^2} - \frac{6}{a^4}\right)\sin a + \left(-\frac{1}{a} + \frac{6}{a^3}\right)\cos a\right\}, \tag{42}$$

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{r^4}{b^6} = \frac{4\pi}{q}\left\{\left(\frac{5}{a^2} - \frac{3\cdot 4\cdot 5}{a^4} + \frac{5!}{a^6}\right)\sin a + \left(-\frac{1}{a} + \frac{4\cdot 5}{a^3} - \frac{5!}{a^5}\right)\cos a\right\}, \tag{43}$$

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{x_\alpha x_\beta}{b^4} = \frac{4\pi}{q}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[\left(\frac{6}{a^2} - \frac{15}{a^4}\right)\sin a + (-\frac{1}{a} + \frac{15}{a^3})\cos a\right] + \right.$$

$$\left. + \delta_{\alpha\beta}\left[\left(-\frac{1}{a^2} + \frac{3}{a^4}\right)\sin a - \frac{3}{a^3}\cos a\right]\right\}, \tag{44}$$

$$\int\limits_{r<b} d^3x e^{\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{r^2 x_\alpha x_\beta}{b^6} = \frac{4\pi}{q}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[\left(\frac{8}{a^2} - \frac{3\cdot 5\cdot 7}{a^4} + \frac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{a^6}\right)\sin a + \right.\right.$$

$$\left. + \left(-\frac{1}{a} + \frac{5\cdot 7}{a^3} - \frac{2\cdot 3\cdot 5\cdot 7}{a^5}\right)\cos a\right] + \delta_{\alpha\beta}\left[\left(-\frac{1}{a^2} + \frac{3\cdot 5}{a^4} - \right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - \frac{2\cdot 3\cdot 5}{a^6}\right)\sin a + \left(-\frac{5}{a^3} + \frac{2\cdot 3\cdot 5}{a^5}\right)\cos a\right]\right\}. \tag{45}$$

Для вкладов от $r > b$ имеем:

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}}\frac{1}{r} = \frac{4\pi}{q^2}\cos a,$$

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^3} = \frac{4\pi}{q^2}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left(-\frac{3}{a}\sin a + \cos a\right) + \delta_{\alpha\beta}\frac{\sin a}{a}\right\}, \tag{45a}$$

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^4} = \frac{4\pi}{q}\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[\frac{-3\sin a}{2a^2} + \frac{3\cos a}{2a} - \frac{1}{2}\int\limits_a^\infty \frac{\sin u}{u}du\right] + \right.$$

$$\left. + \delta_{\alpha\beta}\left[\frac{\sin a}{2a^2} - \frac{\cos a}{2a} + \frac{1}{2}\int\limits_a^\infty \frac{\sin u}{u}du\right]\right\}, \tag{46}$$

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{x_\alpha x_\beta}{r^5} = 4\pi\left\{\frac{q_\alpha q_\beta}{q^2}\left[-\frac{\sin a}{a^3} + \frac{\cos a}{a^2}\right] + \right.$$

$$\left. + \delta_{\alpha\beta}\left[\left(\frac{1}{3a} + \frac{1}{3a^3}\right)\sin a - \frac{\cos a}{3a^2} + \frac{1}{3}\int\limits_a^\infty \frac{\cos u}{u}du\right]\right\}. \tag{47}$$

Полагая $\alpha = \beta$ в (46) и (47), получим

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{r^2} = \frac{4\pi}{q}\int\limits_a^\infty \frac{\sin u}{u}du, \tag{48}$$

$$\int\limits_{b<r} d^3x e^{i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{r^3} = 4\pi\left(\frac{\sin a}{a} + \int\limits_a^\infty \frac{\cos u}{u}du\right). \tag{49}$$

Теперь легко проверить, что сумма вкладов от $r < b$ и $r > b$ в фурье-образы разностей в (39) и (40) не содержит членов, пропорциональных $\delta_{\alpha\beta}$. Аналогичное утверждение верно и для $h^{(2)har}_{\alpha\beta} - h^{(2)iso}_{\alpha\beta}$. Это означает, что если две функции $h^{(2)}_{\alpha\beta}$ отличаются только на калибровку, тогда они ведут к одинаковому рассеянию. Итак показано, что функция $h^{(2)priv}_{\alpha\beta}$ с членом (28) не приводит к отличию в рассеянии от рассеяния членом $h^{(2)har}_{\alpha\beta}$ в рассматриваемом приближении, однако в приближениях G^3 и более высоких этот член должен проявиться.

ЛИТЕРАТУРА

[1] В. А. Фок, *Теория пространства, времени и тяготения* (М., ГИТТЛ, 1955).

[2] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (John Wesley, New York, 1972).

[3] R. Feynman, F. Moringo, and W. Wagner, *Feynman Lectures on Gravitation* (Addison-Wesley).

[4] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (М., Наука, 1973).

[5] A. I. Nikishov, *Gravity from the viewpoint of theory of sources*, arXiv:1605.06305v1 [physics.gen-ph] 16 May 2016.

[6] Н. В. Мицкевич, ЖЭТФ **34**, 1656 (1958).

[7] A. I. Nikishov, *Gravity according to theory of sources*, arXiv:1612.04198 v 1,[physics.gen-ph] 7 Dec 2016.

[8] А. И. Никишов, Краткие сообщения по физике ФИАН **44**(10), 17 (2017).

[9] A. I. Nikishov, *On the simplified tree graphs in gravity*, arXiv:1111.0812 (physics gen-ph).

Поступила в редакцию 4 декабря 2017 г.