УДК 535.36

О ВЕКТОРНОЙ САМОФОКУСИРОВКЕ ПУЧКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. А. Есаян

Найдено решение, описывающее самофокусировку векторного электромагнитного поля в геометрооптическом приближении в изотропной среде со стационарной кубической нелинейностью. Показано, что при электрострикционной самофокусировке лазерного пучка вектор поляризации перемещается вдоль лучевой траектории, сохраняя свою первоначальную ориентацию.

Самофокусировка лазерного излучения в нелинейных средах рассматривается зачастую в рамках скалярного приближения [1], когда направление вектора поляризации предполагается неизменным, а изменяются лишь его интенсивность и поперечные размеры. Это предположение не является точным, так как противоречит, вообще говоря, условию вихревого характера электромагнитного поля $\mathrm{div}\mathbf{E} = 0$. Влияние векторного характера поля на самофокусировку света важно для некоторых приложений и было рассмотрено в последнее время аналитически [2] и с помощью численного моделирования [3]. Целью данной работы является анализ изменения вектора поляризации лазерного пучка в процессе его самофокусировки.

Мы ограничимся случаем изотропной среды со стационарной кубической нелинейностью: $\epsilon = \epsilon_0 + \epsilon_2|\mathbf{A}|^2$, где $\mathbf{A}$ – вектор амплитуды электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{A}\exp[i(kz - \omega t)]$ волны с частотой ω и волновым вектором $k = \omega\sqrt{\epsilon_0}/c$, распространяющейся вдоль оси z. В параксиальном приближении, когда характерный масштаб поперечной неоднородности пучка больше длины волны, $ka >> 1$, продольная компонента вектора поляризации определяется уравнением

$$\mathbf{A}_z = i\nabla_\perp \mathbf{A}_\perp / k,$$

где $\nabla_\perp$ – оператор дифференцирования по поперечным координатам x и y. При этом поперечная составляющая вектора поляризации $\mathbf{A}_\perp = \{A_x, A_y\}$ удовлетворяет параболическому волновому уравнению [1]

$$2ik\frac{\partial \mathbf{A}_\perp}{\partial z} + \Delta_\perp \mathbf{A}_\perp + k^2|\mathbf{A}_\perp|^2\mathbf{A}_\perp \epsilon_2/\epsilon_0 = 0. \tag{1}$$

Следует сразу отметить, что это уравнение сохраняет линейную поляризацию лазерного пучка в том случае, когда пучок линейно поляризован на входе в нелинейную среду. Этот случай описывается скалярной теорией самофокусировки. Отличие от нее возникает в том случае, когда исходный пучок неоднородно поляризован. При этом для цилиндрически-симметричного лазерного пучка решение уравнения (1) можно записать в виде

$$\mathbf{A}_\perp = A_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \frac{F(r/af(z))}{f(z)} \exp\{ik(\beta(z)\frac{r^2}{2} + \delta(z))\}, \tag{2}$$

где a – ширина пучка на входе в среду ($z = 0$), $f(z)$ – безразмерная ширина пучка; $f(z) = a(z)/a(0)$, $\beta(z)$ – кривизна волнового фронта, $\delta(z)$ – набег фазы на оси пучка, $\theta(x, y, z)$ – угол между вектором напряженности $\mathbf{E}$ и поперечной осью x, который зависит от z и $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и может не быть симметричной функцией. При $\theta = 0$ решение (2) описывает скалярную самофокусировку [1].

Необходимо отметить следующий нетривиальный факт. В случае векторной самофокусировки, когда угол θ зависит от пространственных координат, отнюдь не очевидно, что функции вида (2) должны являться решениями уравнения (1), как в случае скалярной самофокусировки. Однако оказывается, что в геометрооптическом приближении это действительно так, и при этом угол θ определяется из уравнения, которое получается при подстановке (2) в (1):

$$\frac{f(z)}{f'(z)}\frac{\partial \theta}{\partial z} + x\frac{\partial \theta}{\partial x} + y\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0, \tag{3}$$

где $f(z) = \sqrt{1 - (z/l)^2}$ – безразмерная ширина пучка, $l = (a^2\epsilon_0/2\epsilon_2 A_0^2)^{1/2}$ – длина самофокусировки [1].

Предположим, что на среду падает электромагнитное излучение, вектор напряженности электрического поля которого с поперечной осью x составляет угол θ, имеющий неоднородное по поперечным координатам распределение $\theta(z = 0) = \theta_0(\mathbf{r})$. Тогда общее решение уравнения (3) будет [4]

$$\theta(\mathbf{r}, z) = \theta_0\left(\frac{\mathbf{r}}{f(z)}\right). \tag{4}$$

Это решение позволяет сделать следующее утверждение: несмотря на то, что угол θ меняется вдоль оси z, при распространении излучения в среде перпендикулярная компонента вектора напряженности электрического поля перемещается вдоль луча, оставаясь параллельной своему первоначальному направлению. Действительно, поперечные координаты луча $\mathbf{r}$ изменяются вдоль оси z следующим образом [1, 2]:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 f(z).$$

Следовательно луч, который в плоскости z проходит через точку (x, y), в среду вошел в точке $(x_0, y_0) = (x/f(z), y/f(z))$. Таким образом, решение (4) показывает, что угол $\theta(x, y, z)$ в точке (x, y) плоскости $z = \text{const}$ имеет такое же значение, что и в точке (x_0, y_0) на входе среды: $\theta(x, y, z) = \theta_0(x_0, y_0)$.

Изложенный выше анализ изменения вектора поляризации был выполнен для цилиндрически-симметричного лазерного пучка. Однако его можно обобщить и на более общий случай с эллиптическим распределением интенсивности пучка. В этом случае решение уравнения (1) надо искать в виде

$$\mathbf{A} = A_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \frac{F(x^2/a^2 f_1^2(z) + y^2/b^2 f_2^2)}{\sqrt{f_1(z) f_2(z)}} \exp\{ik(\beta_1(z)(x^2/2) + \beta_2(z)(y^2/2) + \delta(z))\}.$$

При этом для угла поворота получается решение

$$\theta(\mathbf{r}, z) = \theta_0 \left(\frac{x}{f_1(z)}, \frac{y}{f_2(z)} \right).$$

Таким образом, и в этом случае в геометрооптическом приближении электрострикционная нелинейность приводит только к самофокусировке векторного электромагнитного поля, при этом вектор поляризации перемещается вдоль луча параллельно своему первоначальному направлению.

Автор выражает благодарность В. Т. Тихончуку за помощь и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн, М., Наука, 1990.

[2] Есаян А. А. Квантовая электроника, **18**, 1361 (1991).

[3] Papanicolau G. C., Sulem C., Sulem P. L., Wang X. P. Phys. Fluids B, **3**, 969 (1991).

[4] Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М., Наука, 1966.

Поступила в редакцию 11 февраля 1997 г.