

УДК 533.951

## КВАЗИЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ТОРМОЖЕНИЯ ВЗАИМОПРОНИКАЮЩИХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ПЛАЗМ

В. П. Силин, С. А. Урюпин

*Сформулирована и исследована описывающая процесс торможения сталкивающихся плазм система динамических уравнений для плотности числа ион-ионных волн и гидродинамических скоростей легких горячих и тяжелых холодных ионов. В случае высокой начальной надпороговости аналитически и численно установлена зависимость надпороговости от времени. Найдено характерное время и расстояние, на которых сталкивающиеся плазмы переходят в околпороговый режим.*

Давно известно, что относительное движение неизотермических плазм может приводить к развитию ион-ионной неустойчивости, порог возникновения которой значительно ниже порога ионно-звуковой неустойчивости [1] (см. также [2 - 4]). Поэтому возможна такая ситуация, в которой свойства системы взаимодействующих плазм в значительной мере определяются ион-ионной турбулентностью. В частности, ион-ионная турбулентность может быть причиной наблюдавшегося экспериментально бесстолкновительного торможения разлетающейся горячей лазерной плазмы окружающей мишень холодной плазмой [5]. Теория релаксации относительного движения двух неизотермических плазм из-за развития ион-ионной неустойчивости рассматривалась Форслундом и Шонком [6]. В работе [6] численно проанализирован процесс трансформации энергии направленного движения двух идентичных плазм в тепловую энергию ионов в условиях, когда энергия относительного направленного движения значительно превосходит начальную энергию хаотического движения ионов. Вследствие этого в условиях работы [6] даже небольшое снижение скорости относительного движения плазмы сопровождалось аномальным

нагревом ионов. В условиях реальных экспериментов (см., например, [5, 7]) сталкивающиеся плазмы существенно не идентичны. В частности, в условиях эксперимента [5] покоящаяся плазма является холодной, а тепловая энергия горячей движущейся плазмы на определенной стадии разлета может превышать энергию направленного движения. Для построения теории, описывающей подобную ситуацию в отличие от работы [6], мы рассмотрим процесс торможения сильно неизотермических плазм с различными массами  $m_1 > m_2$ , плотностями  $n_1$  и  $n_2$ , и температурами  $T_2 > T_1$  ионов. Будем считать, что плазма с плотностью ионов  $n_1$  покоится, а вторая более легкая и горячая движется со скоростью  $u$ . Энергию направленного движения горячих ионов  $n_2 m_2 u^2 / 2$  считаем меньшей их тепловой энергии  $n_2 \kappa T_2$ , где  $\kappa$  – постоянная Больцмана. В таких условиях, в отличие от работы [6], торможение горячих ионов не сопровождается сколько-нибудь существенным увеличением их температуры и может быть приближенно описано в теории, учитывающей только передачу импульса ион-ионными волнами и покоящимся ионам.

Перейдем к формулировке исходных уравнений. В дальнейшем будем полностью пренебрегать влиянием электронов на затухание и закон дисперсии ион-ионных волн. Это возможно, если температуры электронов  $T_{e1}$  и  $T_{e2}$  достаточно велики

$$Z_2 T_{e2} \gg T_2, \quad T_{e1} \gg T_2 Z_1 n_1 / Z_2^2 n_2, \quad (1)$$

где  $Z_1$  и  $Z_2$  – кратности ионизации ионов. Относительно ионов также сделаем ряд предположений. Исходное распределение тяжелых холодных ионов для определенности считаем максвелловским. В процессе торможения плазм оно может видоизменяться (см. ниже). Распределение легких горячих ионов считаем смещенным максвелловским, описывающим их движение со скоростью  $u$ , много меньшей тепловой скорости  $v_{T_2}$ . Далее, будем предполагать, что ионные плазменные частоты  $\omega_{L2}, \omega_{L1}$  и дебаевские радиусы  $r_{D2}, r_{D1}$  связаны соотношениями

$$\omega_{L2} \gg \omega_{L1}, \quad r_{D1} \gg r_{D2}. \quad (2)$$

В таких условиях, в области длин волн, больших дебаевского радиуса  $r_{D1}$  ( $kr_{D1} \ll 1$ ), закон дисперсии ион-ионных волн имеет вид

$$\omega = kv_s (1 + k^2 r_{D2}^2)^{-1/2}. \quad (3)$$

Черенковское излучение ион-ионных волн движущимися горячими ионами описывается инкрементом

$$\gamma_2(\mathbf{k}, t) = [\mathbf{k}\mathbf{u}(t) - \omega] \frac{\gamma_s}{\omega_{L1}} \left( \frac{\omega}{kv_s} \right)^3, \quad (4)$$

а их черенковское затухание на холодных ионах описывается декрементом

$$\gamma_1(k) = -\omega\delta(k) \frac{\gamma_s}{\omega_{L1}} \left( \frac{\omega}{kv_s} \right)^3. \quad (5)$$

При написании формул (3) - (5) использованы обозначения  $v_s = \omega_{L1}r_{D2}$ ,  $\gamma_s = \sqrt{\pi/8}\omega_{L1}^2\omega_{L2}^{-1}$ , а также

$$\delta(k) = \delta \exp \left[ -\frac{\alpha}{1 + k^2 r_{D2}^2} \right], \quad (6)$$

где  $\delta = \omega_{L2}r_{D2}^3/\omega_{L1}r_{D1}^3 \gg 1$ ,  $\alpha = r_{D2}^2/2r_{D1}^2 \gg 1$ . Далее, следуя подходу, в определенной мере подобному использовавшемуся в теории ионно-звуковой турбулентности (см., например, [8]), запишем динамические уравнения для числа ион-ионных волн  $N(\mathbf{k}, t)$  и скоростей направленного движения ионов. Уравнение, описывающее изменение  $N(\mathbf{k}, t)$  во времени, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\mathbf{k}, t) = 2\omega \frac{\gamma_s}{\omega_{L1}} \left( \frac{\omega}{kv_s} \right)^2 [p(t) \cos \theta - F(kr_{D2})] N(\mathbf{k}, t). \quad (7)$$

Здесь  $p(t) = u(t)/v_s$ ,  $\theta = \angle \mathbf{k}, \mathbf{u}$ , а функция  $F(y)$  ( $y = kr_{D2}$ ) характеризует эффективность черенковского затухания флуктуаций с волновым числом  $k$ :

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{1 + y^2}} \left[ 1 + \delta \exp \left( -\frac{\alpha}{1 + y^2} \right) \right]. \quad (8)$$

Минимум функции  $F(y)$  дает минимальное значение надпороговости  $p$ , при которой может развиваться неустойчивость. Из условия  $F'(y_m) = 0$  имеем уравнение для  $y_m$ , при котором функция  $F$  минимальна

$$\frac{\alpha}{1 + y_m^2} = \ln \delta + \ln \left( \frac{2\alpha}{1 + y_m^2} - 1 \right), \quad (9)$$

где, вследствие соотношения  $kr_{D1} \ll 1$ ,  $2\alpha \gg 1 + y_m^2$ . Поскольку  $\ln \delta \gg 1$ , то приближенное решение уравнения (9) имеет вид

$$y_m^2 \simeq \frac{\alpha}{\ln(2\delta \ln \delta)} - 1. \quad (10)$$

При этом находим:

$$F_m \equiv F(y_m) = \frac{2\alpha}{\sqrt{1 + y_m^2(2\alpha - 1 - y_m^2)}} \simeq \left[ \frac{1}{\alpha} \ln(2\delta \ln \delta) \right]^{1/2}. \quad (11)$$

Горячие ионы теряют энергию на излучение ион-ионных волн. При этом скорость их направленного движения уменьшается по закону, описываемому уравнением

$$\frac{du}{dt} = -\nu_{\text{эф}} u, \quad (12)$$

в котором эффективная частота релаксации импульса равна:

$$\nu_{\text{эф}} = \frac{2}{n_2 m_2 u^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\mathbf{k}u) \gamma_2(\mathbf{k}, t) N(\mathbf{k}, t). \quad (13)$$

В свою очередь, затухание ион-ионных колебаний на холодных ионах, имеющих скорости, большие фазовой скорости волн, приводит к резонансному ускорению холодных ионов. Уравнение, описывающее эволюцию направленной скорости ускоряемых резонансных ионов  $u_h$ , запишем в виде

$$n_h m_1 \frac{du_h}{dt} = -\frac{2}{u} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} (\mathbf{k}u) \gamma_1(k) N(\mathbf{k}, t), \quad (14)$$

где  $n_h$  – число резонансных ионов:

$$n_h = n_1 \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[ \left( \frac{\alpha}{1 + y_{\max}^2} \right)^{1/2} \right] + \left( \frac{4\alpha/\pi}{1 + y_{\max}^2} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{\alpha}{1 + y_{\max}^2} \right) \right\}, \quad (15)$$

а  $\operatorname{erf}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^x dt \exp(-t^2)$  – функция ошибок.

В формуле (15) величина  $y_{\max}$  находится из уравнения

$$F(y_{\max}) = p(0),$$

где  $p(0)$  – начальная надпороговость,  $p(0) = u(0)/v_s$ .

Замкнутая система уравнений (4) – (8), (12) – (15) для числа ион-ионных волн  $N(\mathbf{k}, t)$  и гидродинамических скоростей ионов  $u(t)$ ,  $u_h(t)$  позволяет обсуждать процесс торможения относительного движения плазм. Эта система уравнений обладает очевидным интегралом движения, описывающим закон сохранения импульса в системе волн и частиц. Действительно, складывая уравнения (12), (14) с учетом соотношений (4), (5), (13) и тривиального решения уравнения (7), находим:

$$n_2 m_2 u(0) = n_2 m_2 u(t) + n_h m_1 u_h(t) + \int \frac{dk}{(2\pi)^3} N_{sp}(k) \cos \theta k \times \\ \times \exp \left\{ 2\omega \frac{\gamma_s}{\omega_{L1}} \left( \frac{\omega}{kv_s} \right)^2 \left[ \cos \theta \int_0^t dt' p(t') - tF(kr_{D2}) \right] \right\}, \quad (16)$$

где  $N_{sp}(k)$  – исходное изотропное распределение числа ион-ионных волн. Для определенности считаем  $N_{sp}(k) = \kappa T_2 / \omega$ . Последнее слагаемое в формуле (16) описывает импульс, переносимый волнами, а слагаемые, пропорциональные  $u(t)$  и  $u_h(t)$ , описывают импульсы, переносимые горячими и резонансными холодными ионами. Уравнение (16) позволяет найти  $u_h(t)$ , если установлена функция  $u(t)$ . Рассмотрим уравнение для  $u(t)$  (12). Вводя новую переменную  $\tau_0 = 2\gamma_s t$  и обозначения  $g \equiv g(y) = y(1 + y^2)^{-3/2}$ ,  $A_0 = \omega_{L2}^2 / 4\pi^2 \omega_{L1}^2 n_2 r_{D2}^3$ , перепишем уравнение для  $u(t)$  в виде уравнения второго порядка для функции безразмерного смещения  $R(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} d\tau'_0 p(\tau'_0)$ :

$$\frac{d^2 R}{d\tau_0^2} = -\frac{2}{R} A_0 \int_0^\infty y^2 dy \left\{ \sqrt{1 + y^2} \frac{dR}{d\tau_0} \left[ \text{sh} Rg - \frac{2}{Rg} \text{ch} Rg + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{R^2 g^2} \text{sh} Rg \right] - \text{ch} Rg + \frac{1}{Rg} \text{sh} Rg \right\} \exp[-F(y)g\tau_0]. \quad (17)$$

Уравнение (17) следует решать с начальными условиями:

$$R(\tau_0 = 0) = 0, \quad R'(\tau_0 = 0) = p(\tau_0 = 0) \equiv p(0).$$

Исследуем сначала уравнение (17) в случае большой начальной надпороговости  $p(0) \gg F(1/\sqrt{2})$ , когда на первых этапах развития неустойчивости ион-ионные волны генерируются в широкой области пространства волновых чисел. Наиболее эффективно нарастают колебания с  $kr_{D2} \simeq 1/\sqrt{2}$ , для которых инкремент максимален. Далее, на малых временах, когда  $R(\tau_0) \lesssim 1$ , уровень турбулентных шумов практически не отличается от исходного равновесного. Поэтому при  $R(\tau_0) \lesssim 1$  практически несущественно торможение горячих ионов и уравнение (17) дает:  $p(\tau_0) = dR/d\tau_0 \simeq p(0)$ ,  $R(\tau_0) \simeq p(0)\tau_0$ . На больших временах, когда  $R(\tau_0) \gg 1$ , и в условиях большого превышения порога неустойчивости, проводя интегрирование методом перевала по  $y$  в правой части уравнения (17), находим

$$\frac{d}{d\tau} R(\tau) = p(0) - AR^{-3/2}(\tau) \exp[R(\tau) - \tau F(1/\sqrt{2})], \quad (18)$$

где  $\tau = 2\gamma_s \text{tg}(1/\sqrt{2}) \equiv \sqrt{2\pi/27}\omega_{L1}^2 t/\omega_{L2}$ ,  $R(\tau) = \int_0^\tau d\tau' p(\tau')$ ,  $A = \sqrt{9\pi/32}A_0$ . Реализующееся при  $A \ll 1$ ,  $p(0)\tau \gg 1$  решение уравнения (18) имеет вид

$$R(\tau) = p(0)\tau - \ln[1 + B(\tau)], \tag{19}$$

где функция  $B(\tau)$ , описывающая замедление горячих ионов, равна

$$B(\tau) = \frac{A}{p(0)} \int_1^{p(0)\tau} dx x^{-3/2} \exp\{x - xF(1/\sqrt{2})/p(0)\}. \tag{20}$$

Дифференцируя выражение (19), найдем закон изменения надпороговости (или  $u(\tau) = v_s p(\tau)$ ):

$$p(\tau) = p(0) - B'(\tau)[1 + B(\tau)]^{-1}. \tag{21}$$

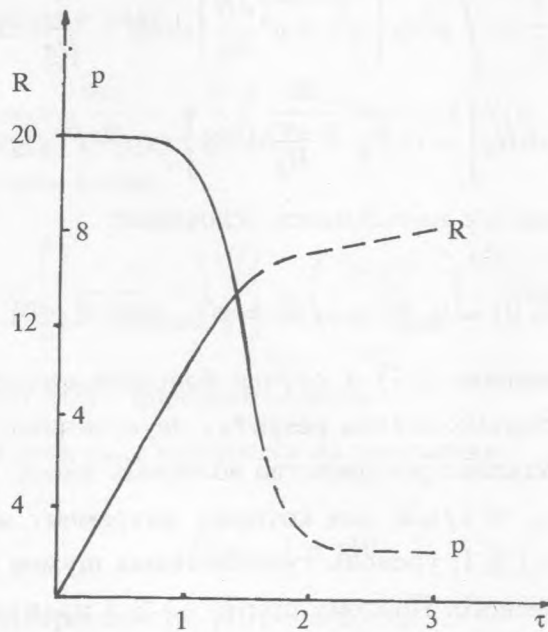


Рис. 1. Зависимость функций  $p$  и  $R$  от безразмерного времени  $\tau$  при  $p(0) = 10$ ,  $A = 10^{-3}$ ,  $F(1/\sqrt{2}) = 1$ . Пунктиром обозначены участки, где  $p(\tau)$  соизмерима с  $F(1/\sqrt{2})$ .

Численное решение уравнения (18), отвечающее  $p(0) = 10$ ,  $A = 10^{-3}$ ,  $F(1/\sqrt{2}) = 1$  и начальному условию  $R(0, 1) = 1$ , иллюстрирует рис. 1. Формулы (19) – (21) (см. также рис. 1) описывают релаксацию скорости относительного движения, отвечающую

выходу системы взаимодействующих плазм в режим небольшого превышения порога ион-ионной неустойчивости. Как видно из формул (20), (21) и рис. 1, характерное время эффективного торможения горячих ионов составляет

$$t_p \simeq \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}} \frac{v_{T2}}{u(0)\omega_{L1}} \ln \left[ \frac{u(0)}{Av_s} \right]. \quad (22)$$

За это время плазмы успевают пройти друг относительно друга расстояние

$$l_p = \int_0^{t_p} dt' u(t') \simeq \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}} r_{D2} \frac{\omega_{L2}}{\omega_{L1}} \ln \left[ \frac{u(0)}{Av_s} \right] \gg r_{D2}. \quad (23)$$

Соотношения (18) – (23) применимы в условиях большого превышения порога ион-ионной неустойчивости, когда  $p(\tau) \gg F(1/\sqrt{2})$ . В таких условиях при описании торможения плазм нет необходимости учитывать черенковское затухание волн на ионах обоих сортов. Поэтому нет необходимости анализировать уравнение (14), описывающее ускорение холодных ионов. При  $p(\tau) \gg F(1/\sqrt{2})$  горячие ионы теряют импульс и энергию направленного движения на излучение ион-ионных волн, число которых с течением времени экспоненциально нарастает. При этом, как видно из формул (7), (16), наиболее эффективно излучаются волны с волновым вектором, ориентированным вдоль направления дрейфа горячих ионов.

По мере снижения надпороговости  $p(t)$  необходимо будет учитывать черенковское взаимодействие звука с ионами обеих плазм. Такая необходимость возникает даже на начальной стадии торможения плазм, если исходная надпороговость невелика. Перейдем теперь к исследованию уравнения (17) в условиях малой надпороговости.

При малом превышении порога ион-ионная неустойчивость развивается в области волновых чисел, близких к значению  $k_m = y_m r_{D2}^{-1}$ , соответствующему минимуму функции  $F(y)$  (8). В окрестности  $y_m$  выражение для инкремента неустойчивости можно разложить в ряд

$$\begin{aligned} \gamma_2(\mathbf{k}, t) + \gamma_1(k) &= \\ &= \gamma_s g_m \left\{ p(t) \cos \theta - F_m - \frac{1}{2} F_m'' (y - y_m)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $g_m = g(y_m)$ ,  $F_m$  описывается выражением (11),

$$F_m'' \equiv F''(y_m) = \frac{2\alpha \delta g_m^2}{\sqrt{1 + y_m^2}} \frac{2\alpha - 3 - 3y_m^2}{2\alpha - 1 - y_m^2} \simeq$$

$$\simeq 2\delta[\alpha - \ln(2\delta \ln \delta)] \left[ \frac{1}{\alpha} \ln(2\delta \ln \delta) \right]^{5/2} > 0. \quad (25)$$

Используя разложение (24), перепишем уравнения (16), (17) в виде, удобном для рассмотрения эволюции функций  $p(\tau)$ ,  $R(\tau)$ ,  $v_h(\tau) = u_h(\tau)/v_s$ , где  $\tau = 2\gamma_s t g_m$  (ср. (18)), при небольшом превышении порога неустойчивости. (Во избежание недоразумений заметим, что используемое далее время  $\tau$  отличается от  $\tau$ , входящего в уравнение (18), на множитель  $g_m/g(1/\sqrt{2})$ .) Тогда имеем:

$$\frac{d^2 R}{d\tau^2} = -\frac{2A_m}{R\sqrt{\tau F_m''}} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{y_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau F_m''} \right) \right] \exp(-\tau F_m) \times \\ \times \left\{ \frac{dR}{d\tau} \left[ \operatorname{sh} R - \frac{2}{R} \operatorname{ch} R + \frac{2}{R^2} \operatorname{sh} R \right] - \frac{1}{\sqrt{1+y_m^2}} \left[ \operatorname{ch} R - \frac{1}{R} \operatorname{sh} R \right] \right\}, \quad (26)$$

$$\rho v_h(\tau) = p(0) - p(\tau) - \frac{2A_m}{R\sqrt{\tau F_m''}} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{y_m}{\sqrt{2}} \sqrt{\tau F_m''} \right) \right] \times \\ \times \exp(-\tau F_m) [\operatorname{ch} R - R^{-1} \operatorname{sh} R]. \quad (27)$$

Здесь  $\rho = n_h m_1 / n_2 m_2$ ,  $A_m = \sqrt{\pi/2} y_m^2 \sqrt{1+y_m^2} A_0 \ll 1$ . Сначала рассмотрим приближенное решение уравнений (26), (27), реализующееся в условиях

$$p(0) - p(\tau) \gg \rho v_h(\tau), \quad (28)$$

когда импульс горячих ионов в основном передается ион-ионным волнам. Тогда из уравнения (27) для функций  $R(\tau)$  и  $p(\tau)$  получаем выражения (19), (21), в которых функцию  $B(\tau)$  (20) следует заменить на  $B_m(\tau)$ :

$$B_m(\tau) = \frac{A_m}{\sqrt{p(0)F_m''}} \int_1^{p(0)\tau} dx x^{-3/2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{y_m}{\sqrt{2p(0)}} \sqrt{x F_m''} \right) \right] \exp \left[ \frac{x\Delta}{p(0)} \right], \quad (29)$$

где  $\Delta = p(0) - F_m$ . Поскольку параметр  $A_m/\sqrt{p(0)F_m''} \ll 1$ , то представляет интерес оценить функцию  $B_m(\tau)$  при  $\Delta\tau \gg 1$ . Оценивая  $B_m(\tau)$ , заменим приближенно функцию ошибок единицей. Такое приближение заведомо оправданно при  $y_m \sqrt{F_m''} \gg \sqrt{2\Delta}$ , а при нарушении этого соотношения может приводить к малосущественному численному изменению  $B_m(\tau)$  не более чем в два раза. Тогда для  $\Delta\tau \gg 1$  имеем

$$B_m(\tau) \simeq \frac{2A_m}{p(0)\Delta\sqrt{F_m''}} \tau^{-3/2} \left( 1 + \frac{3}{2\Delta\tau} \right) \exp(\Delta\tau). \quad (30)$$



Функция  $B_m(\tau)$  (30), будучи подставленной в формулы (19), (21) вместо  $B(\tau)$ , позволяет проследить начальную стадию торможения плазм. Кроме того, функция  $B_m(\tau)$  может использоваться при описании ускорения холодных резонансных ионов, если справедливо неравенство (28). Для того, чтобы убедиться в этом, используя уравнение (26) и принятое при написании формулы (30) неравенство  $y_m \sqrt{\tau F_m''} \gg 1$ , перепишем уравнение (27) в виде

$$\rho \frac{dv_h}{d\tau} \simeq \frac{B'_m(\tau)}{1 + B_m(\tau)} \left[ F_m - \frac{1}{\sqrt{1 + y_m^2}} \right]. \quad (31)$$

Отсюда, используя начальное условие  $v_h(0) = 0$ , находим

$$\rho v_h(\tau) = \left[ F_m - \frac{1}{\sqrt{1 + y_m^2}} \right] \ln[1 + B_m(\tau)].$$

Подставляя выражение для  $\rho v_h$  и выражение (21) для  $p(0) - p(\tau)$ , в котором  $B(\tau)$  заменено на  $B_m(\tau)$  (30), в неравенство (28), видим, что удовлетворить неравенству (28) можно только при условии

$$F_m - \frac{1}{\sqrt{1 + y_m^2}} \ll p(0) - F_m \quad (32)$$

и только на начальной стадии, когда  $\ln[1 + B_m(\tau)] < \Delta[F_m - 1/\sqrt{1 + y_m^2}]^{-1}$ . Из такого сопоставления ясно, что с течением времени неравенство (28) будет нарушено при любых начальных условиях и возникает необходимость учитывать передачу импульса холодным резонансным ионам. Общее решение уравнений (26), (27), учитывающее передачу импульса резонансным ионам, будет получено далее численно. Теперь же обсудим еще одно ограничение на величину  $v_h(\tau)$ , не связанное с возможностью приближенного решения уравнений (26), (27), а вытекающее из самой постановки задачи. Поясним происхождение и суть такого ограничения. Излагаемая здесь теория базируется на выражении для декремента  $\gamma_1(k)$  (5), (6), записанном в предположении, что распределение покоящихся холодных ионов является максвелловским. Вместе с тем, по мере поглощения ион-ионных волн резонансные ионы ускоряются, что описывается возрастанием функции  $u_h(\tau) = v_s v_h(\tau)$  со временем. Ускорение резонансных ионов ведет к искажению исходной функции распределения. Очевидно, что такое искажение будет не малым, если  $v_h(\tau)$  станет сравнимо с  $(1 + y_m^2)^{-1/2}$ , то есть  $u_h(\tau)$  станет порядка  $v_s(1 + y_m^2)^{-1/2}$ . В связи с этим, затухание волн на холодных ионах правильно описывается формулами (5), (6)

при таких  $\tau$ , для которых функция  $\lambda(\tau) = \sqrt{1 + y_m^2} v_h(\tau)$  мала по сравнению с единицей. В частности, реализующееся в условиях (28) приближенное решение уравнений (26), (27) имеет смысл, если

$$\frac{\sqrt{1 + y_m^2} F_m - 1}{\rho} \ln[1 + B_m(\tau)] \simeq \left(\frac{n_2 Z_2}{n_1 Z_1}\right)^2 \frac{\omega_{L1}}{\omega_{L2}} \frac{r_{D2}^3}{r_{D1}^3} \sqrt{\frac{\pi}{4 \ln \delta}} \ln[1 + B_m(\tau) \ll 1. \quad (33)$$

При написании приближенного выражения (33) использованы формулы (10), (11) и (15). В последней принято  $y_{max} \approx y_m$ , что оправданно в условиях малой надпороговости. Неравенство (33) необходимо, если надпороговость удовлетворяет условию (32). Здесь же отметим, что в случае небольшой надпороговости, когда

$$p(0) - F_m < \frac{\rho}{\sqrt{1 + y_m^2}}, \quad (34)$$

как это очевидно из уравнения (27), условие  $\lambda(\tau) \ll 1$  заведомо выполнено при всех  $\tau$ .

Рассмотрим теперь численное решение уравнений (26), (27) с начальными условиями  $R(0) = 0$ ,  $R'(0) = p(0)$ ,  $v_h(0) = 0$ . С целью определения границы области применимости получаемых результатов будем также определять функцию  $\lambda(\tau)$  и сравнивать ее с единицей. Далее вычислим и функцию  $p_w = p(0) - p(\tau) - \rho v_h(\tau)$ , которая, будучи умноженной на  $n_2 m_2 v_s$ , описывает переносимый волнами импульс. Приводимые далее на рис. 2 и рис. 3 зависимости получены при  $F_m = 0,75$ ,  $(1 + y_m^2)^{-1/2} = 0,7$ ,  $2A_m / \sqrt{F_m''} = 10^{-3}$ ,  $n_1 Z_1 / n_2 Z_2 = 4$ . Такие значения констант реализуются, например, при  $m_1 = 100m_2$ ,  $T_2 = 10T_1$ ,  $Z_1 = Z_2 = 1$ ,  $n_1 = 4n_2$ ,  $n_2 r_{D2}^3 = 10^{-2}$ . На рис. 2 приведены графики для  $p(0) = 0,9$ . Как видно рис. 2, при  $\tau \sim 50$ , когда  $B_m(\tau) \sim 1$ , в соответствии с очевидной оценкой

$$\tau_p \sim \frac{1}{p(0) - F_m} \ln \left[ \frac{p(0) \sqrt{F_m''}}{2A_m} \right], \quad (35)$$

функция  $p(\tau)$  начинает резко уменьшаться. Наступает стадия эффективного торможения движущейся плазмы. Импульс движущихся ионов передается ион-ионным волнам, а затем и покоящимся резонансным ионам. Согласно рис. 2, в области спада функции  $p(\tau)$  быстро нарастают функции  $p_w(\tau)$  и  $\lambda(\tau)$ , характеризующие соответственно количество импульса, переносимого ион-ионными волнами и холодными резонансными ионами.

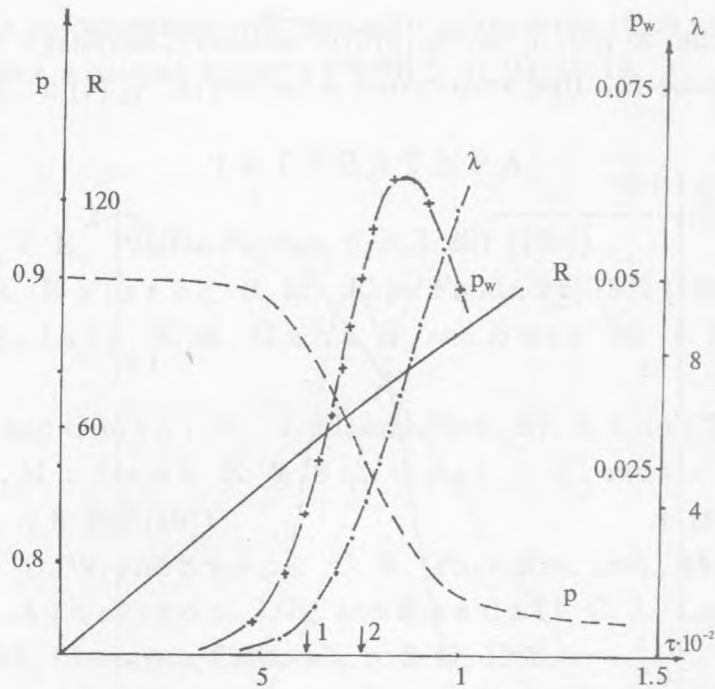


Рис. 2. Зависимость функций  $p, R, p_w, \lambda$  от безразмерного времени  $\tau = 2\gamma_s t g_m$  при  $p(0) = 0,9, F_m = 0,75, (1 + y_m^2)^{-1/2} = 0,7, n_1 Z_1 / n_2 Z_2 = 4, 2A_m / \sqrt{F_m} = 10^{-3}$ .

Для выбранных параметров расчета уже при  $\tau \simeq 60$  (стрелка 1 на рис. 2) функция  $\lambda(\tau)$  достигает значения, равного единице. Это означает, что приведенные на рис. 2 зависимости лежат в области применимости теории, пренебрегающей искажением функции распределения холодных резонансных ионов, на временах  $\tau \lesssim 60$ . Область применимости приведенных на рис. 2 зависимостей может быть и шире, если уменьшить плотность движущейся плазмы. Например, при  $n_1 Z_1 / n_2 Z_2 = 8$  приведенные на рис. 2 зависимости отвечают плазмам с  $T_2 = 5T_1, m_1 = 200m_2, Z_1 = Z_2 = 1, n_1 = 8n_2$  и реализуются вплоть до  $\tau \sim 75$  (стрелка 2 на рис. 2). Область применимости теории во времени существенно расширяется, если уменьшить исходную надпороговость  $p(0)$ . Реализующиеся при сравнительно малой надпороговости  $p(0) = 0,755$  зависимости приведены на рис. 3. В согласии с оценкой (35) и как видно из рис. 3, эффективное торможение начинается при  $\tau \sim (1,3 - 1,5) \cdot 10^3$ . С течением времени функция  $p(\tau)$  монотонно убывает, а функции  $R(\tau)$  и  $\lambda(\tau)$  возрастают. При этом, как и следовало ожидать согласно неравенству (34), для всех  $\tau$  функция  $\lambda(\tau)$  не превосходит единицы. Функция  $p_w(\tau)$ , характеризующая переносимый волнами импульс, сначала быстро нарастает и достигает максимума при  $\tau \sim 2 \cdot 10^3$ , а затем начинает резко убывать. Момент перехода функции  $p_w(\tau)$  от роста

к убыванию, как видно из рис. 3, соответствует моменту, начиная с которого функция  $p(\tau)$  становится меньше  $F_m$ . При этом сумма инкремента  $\gamma_2$  (4) и декремента  $\gamma_1$  (5)

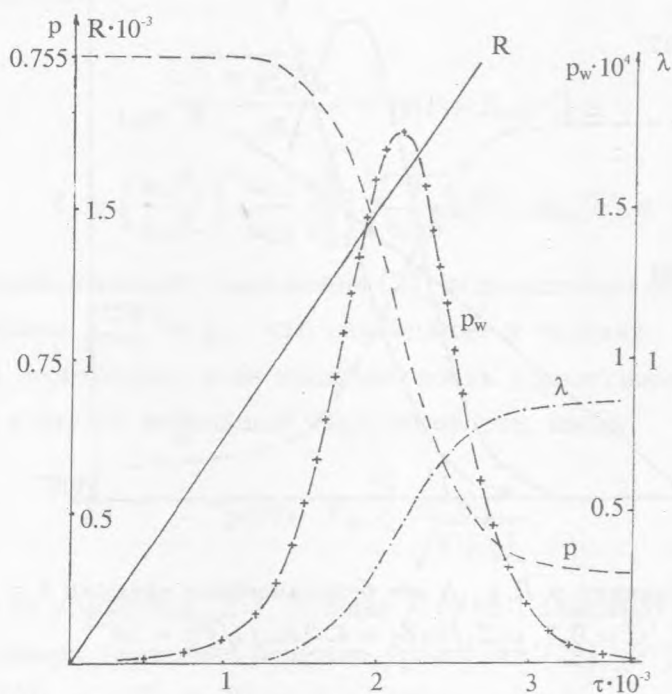


Рис. 3. Зависимость функций  $p, R, p_w, \lambda$  от безразмерного времени  $\tau = 2\gamma_s t g_m$  при  $p(0) = 0,755, F_m = 0,75, (1 + y_m^2)^{-1/2} = 0,7, n_1 Z_1 / n_2 Z_2 = 4, 2A_m / \sqrt{F_m} = 10^{-3}$ .

становится отрицательной и плотность числа волн убывает. Вместе с тем, поскольку  $p(\tau)$  по-прежнему превосходит  $(1 + y_m^2)^{-1/2}$ , движущиеся ионы продолжают преимущественно излучать ион-ионные волны и тормозиться. Таким образом, в условиях  $F_m > p(\tau) > (1 + y_m^2)^{-1/2}$ , когда плотность числа ион-ионных волн убывает, по-прежнему имеет место эффект торможения плазм. Наличие такого эффекта позволяет понизить скорость относительного движения плазм до значений, меньших  $v_p = v_s F_m$ , отвечающих порогу ион-ионной неустойчивости. Приведенные на рис. 3 зависимости получены при сравнительно малой надпороговости, что позволило обеспечить малость  $\lambda(\tau)$ , по сравнению с единицей. В то же время, как видно из неравенства (34), ограничение на  $p(0)$ , связанное с требованием  $\lambda(\tau) < 1$ , может быть значительно ослаблено, если мало отношение плотностей взаимопроникающих плазм  $n_2/n_1 \ll 1$ . Последнее позволяет думать, что эффект торможения плазм до скоростей, меньших  $v_p$ , может быть существенным

при проникновении разреженного нейтрального пучка в плотную плазму.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ N 97-02-16779.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Stringer T. E. Plasma Physics, **6**, N 3, 267 (1964).
- [2] Foote E. A., Kulsrud R. M. Phys. Fluids, **24**, 1532 (1981).
- [3] Satya Y. S., Jain K. M., Guha S., and Bose M. J. Plasma Phys., **34**, N 2, 247 (1985).
- [4] Gary S. P. and Omid N. J. Plasma Phys., **37**, N 1, 45 (1987).
- [5] Dean S. O., McLean E. A., Stamper J. A., and Griem H. R. Phys. Rev. Lett., **27**, N 8, 487 (1971).
- [6] Forslund D. W. and Shonk C. R. Phys. Rev. Lett., **25**, N 5, 281 (1970).
- [7] Berger R., Albritton J. R., and Randall C. J. Laser Program Annual Report 86, LINL, Livermore, California, p. 2-41, 1986.
- [8] Bychenkov V. Yu., Silin V. P., and Uryupin S. A. Phys. Reports, **164**, N 3, 119 (1988).

Поступила в редакцию 25 марта 1997 г.