УДК 537.533

К ТЕОРИИ ЖЕЛОБКОВОЙ И ТОКОВО-КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ В СЛОЕ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ, УДЕРЖИВАЕМОЙ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Е. Абу-Ассали, А. А. Рухадзе

Результаты работы [1] обобщаются на случай сильностолкновительной плазмы, когда частоты столкновений частиц намного больше инкрементов развития апериодических желобковой и токово-конвективной неустойчивостей, а длины их свободного пробега меньше характерных длин (в том числе и длины волны) задачи. Рассмотрены случаи толстого по сравнению с размером неоднородности поля слоя, когда возмущения носят характер поверхностных волн, и тонкого слоя, когда возмущения являются объемными.

1. В работе авторов [1] были исследованы желобковая и токово-конвективная неустойчивости в замагниченном плазменном слое конечной толщины в условиях, когда размер неоднородности плотности вблизи поверхности слоя много меньше размера неоднородности поля возмущений (модель резкой границы) и обычно используемое для анализа таких неустойчивостей приближение геометрической оптики (см., напр., [2]) не применимо. Рассматривался предел бесстолкновительной плазмы и было показано, что инкременты нарастания длинноволновых поверхностных мод колебаний всегда больше чем объемных мод колебаний и даже коротковолновых мод, описываемых в рамках геометрической оптики.

Вместе с тем известно, что желобковая и токово-конвективная неустойчивости могут развиваться и в условиях частых столкновений частиц. Более того, первоначально они были теоретически предсказаны в гидродинамической модели, справедливой для сильностолкновительной плазмы и тоже с использованием приближения геометрической оптики (см. [2]). Поэтому представляет естественный интерес рассмотрение указанных неустойчивостей в слое сильностолкновительной плазмы в модели с резкой границей, т.е. обобщение результатов работы [1] на случай столкновительной плазмы, считая выполненными неравенства

$$\nu_\alpha >> \omega,\ k_z v_{T\alpha},\ \vec{k}\cdot\vec{u}_\alpha,\ k_z^2 v_{T\alpha}^2/\omega. \tag{1}$$

Здесь ν_α – частоты столкновений частиц ($\alpha = e, i$), ω – частота, $\vec{k}$ – волновой вектор возмущений, $v_{T\alpha}$ – тепловые скорости частиц, а $\vec{u}_\alpha$ – скорости их дрейфа (гравитационного либо токового). Внешнее магнитное поле $\vec{B}_0$ считается направленным вдоль оси $0z$ и достаточно сильным, так что

$$\Omega_\alpha >> \nu_\alpha,\ k_\perp^2 v_{T\alpha}^2 \nu_\alpha/\Omega_\alpha^2\omega << 1, \tag{2}$$

где $\Omega_\alpha = e_\alpha B_0/m_\alpha c$ – ларморовская частота частиц сорта α в магнитном поле B_0.

Заметим, что последние условия в (1) и (2) позволяют пренебречь диффузией частиц (как продольной, так и поперечной) в процессе развития неустойчивостей.

2. Перечислив ограничения, мы воспользуемся основными уравнениями для колебаний плазменного слоя, полученными в работах [3, 4]. Как и в [1], обобщим эти уравнения с учетом скорости дрейфа частиц $\vec{u}_\alpha$, что достигается заменой $\omega \to \omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha$. В результате получим дисперсионное уравнение

$$[(1+\beta)^2\kappa^2 + k_y^2 + k_z^2]\tanh(\kappa a) + 2\kappa(1+\beta)\sqrt{k_y^2+k_z^2} = 0, \tag{3}$$

в котором введены обозначения

$$\beta = \sum_\alpha \left(1 + \frac{i\nu_\alpha}{\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha}\right)\frac{\omega_{L\alpha}^2}{\Omega_\alpha^2} I_+\left(\frac{\omega + i\nu_\alpha - \vec{k}\vec{u}_\alpha}{k_z v_{T\alpha}}\right),$$

$$\gamma = \sum_\alpha \frac{k_y\omega_{L\alpha}^2}{\Omega_\alpha(\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha)} I_+\left(\frac{\omega + i\nu_\alpha - \vec{k}\vec{u}_\alpha}{k_z v_{T\alpha}}\right),\ I_+(x) = xe^{-x^2/2}\int_{i\infty}^{x} d\tau e^{\tau^2/2}, \tag{4}$$

$$\kappa^2 = k_y^2 + \frac{1}{1+\beta}\left\{k_z^2 + \sum_\alpha\left(1 + \frac{i\nu_\alpha}{\omega - \vec{k}\vec{u}_\alpha}\right)\frac{\omega_{L\alpha}^2}{v_{T\alpha}^2}\left[1 - I_+\left(\frac{\omega + i\nu_\alpha - \vec{k}\vec{u}_\alpha}{k_z v_{T\alpha}}\right)\right]\right\},$$

где $\omega_{L\alpha} = (4\pi e_\alpha^2 n_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$ – ленгмюровская частота частиц сорта α.

В пределе $a|\kappa| >> 1$ из (3) следует уравнение для поверхностных волн на двух поверхностях толстого плазменного слоя (при этом необходимо требовать, чтобы $\kappa^2 > 0$)

$$(1+\beta)\kappa + \sqrt{k_y^2+k_z^2} + \gamma = 0. \tag{5}$$

Вследствие нечетности функции $\gamma(k_y)$ эти волны оказываются однонаправленными. С уменьшением $a|\kappa|$ однонаправленность ослабевает, и в пределе тонкого слоя в первом неисчезающем приближении по $a|\kappa| << 1$ получаем дисперсионное уравнение для объемных волн в слое

$$(1+\beta)^2\kappa^2 + k_y^2 + k_z^2 - \gamma^2 + \frac{2}{a}(1+\beta)\sqrt{k_y^2 + k_z^2} = 0, \tag{6}$$

в котором однонаправленность волн вообще исчезла, поскольку $\gamma^2(k_y)$ – четная функция. Ниже исследуются только уравнения (5) и (6), соответствующие противоположным предельным случаям толстого и тонкого слоев плазмы.

3. Начнем с анализа поверхностных волн в толстом плазменном слое ($a|\kappa| >> 1$), описываемых уравнением (5). Прежде всего заметим, что при получении этого уравнения были использованы лишь условия (2); условия (1) использованы не были, что видно уже из того факта, что в коэффициенты (4) входят функции $I_+(x)$ без разложения. Используя теперь условия (1), уравнение (5) можем существенно упростить. Опустив несложные вычисления, приведем здесь решения этого уравнения, считая плазму достаточно плотной, так что

$$\omega^2 = \pm\frac{k_y}{|k_y|}\Omega_i\vec{u}\vec{k} - \frac{i\omega}{\nu_e}\frac{M}{m}\frac{k_z^2}{k_y^2}\Omega_i^2. \tag{7}$$

Это выражение отличается от найденного в работе [1] решения (9) вторым слагаемым. Оно существенно только в отсутствие первого слагаемого (т.е. в отсутствие дрейфа носителей, $\vec{u} = \vec{u}_e - \vec{u}_i = 0$), описывающего неустойчивые колебания: при $\vec{u}\|0y$ и $u = g_{eff}/\Omega_i$ в случае гравитационного дрейфа и желобковой неустойчивости, и при $\vec{u}\|0z$ и $\vec{u} = \vec{u}_e$ в случае токового дрейфа и токово-конвективной неустойчивости. Второе слагаемое в (7) в отсутствие первого описывает максвелловскую релаксацию плотности заряда в толстом слое плотной плазмы, в то время как соответствующее слагаемое в работе [1] описывает низкочастотные поверхностные плазменные колебания слоя [3, 4] на гибридной частоте.

Дальнейший анализ выражения (7) полностью совпадает с проведенным в [1] и поэтому мы здесь его опускаем.

4. Перейдем теперь к рассмотрению желобковой и токово-конвективной неустойчивостей в тонком слое ($a|\kappa| << 1$) замагниченной плазмы, описываемых уравнением (6). Учитывая условия (1) и считая $k_y >> k_z$, а $\omega_{Li}^2 >> \Omega_i^2$, уравнение (6) можно привести к виду

$$\left(1 + \frac{2\Omega_i^2}{a|k_y|\omega_{Li}^2}\right)\omega^4 + i\frac{k_z^2}{k_y^2}\frac{M}{m}\frac{\Omega_i^2}{\nu_i}\omega^3 - (\vec{k}\vec{u})^2\Omega_i^2 = 0. \tag{8}$$

Это уравнение отличается от уравнения (12) работы [1] вторым членом – он учитывает конечную продольную проводимость плазмы, в то время как соответствующий член уравнения (12) учитывает конечную инерцию электронов. В результате уравнение (8) оказывается не биквадратным, и общее решение выглядит сложно. Однако предельные решения, соответствующие найденным в [1], здесь также легко находятся.

Так, для желобковых колебаний в гравитационном поле при $k_z = 0$ из (8) получаем решение

$$\omega^2 = -|k_y| g_{eff} \left(1 + \frac{2\Omega_i^2}{a|k_y|\omega_{Li}^2}\right)^{-1/2}, \tag{9}$$

совпадающее с найденным в [1] решением (14). Отсюда заключаем, что желобковая неустойчивость тонкого плазменного слоя не меняет характер при переходе от бесстолкновительной плазмы к столкновительной.

Что касается токово-конвективной неустойчивости, то вместо решений (15) работы [1] в пределе бесстолкновительного плазменного слоя в рассматриваемом случае из уравнения (8) получаем решения, соответствующие неустойчивым колебаниям:

$$\omega^2 = -\Omega_i |k_z| u \cdot \left(1 + \frac{2\Omega_i^2}{|k_y| a\omega_{Li}^2}\right)^{-1/2}, \ |\omega| > \omega_0, \tag{10a}$$

$$\omega = i\left(\frac{m}{M} k_y^2 u^2 \nu_e\right)^{1/3}, \ |\omega| < \omega_0 = \left|\frac{k_z}{k_y}\right| \sqrt{\frac{M}{m}} \Omega_i \left(1 + \frac{2\Omega_i^2}{|k_y| a\omega_{Li}^2}\right)^{-1/2}. \tag{10b}$$

Выражение (10a) совпадает с первым из решений (15) работы [1], что говорит о неизменности характера сильно вытянутых вдоль поля мод токово-конвективной неустойчивости с переходом от бесстолкновительной плазмы к столкновительной. Выражение же (10b), описывающее квазижелобковые моды, отличается от второго из решений (15) работы [1]; неустойчивость остается, но она приобретает диссипативный характер и обусловлена конечной продольной проводимостью плазмы.

Отметим также, что в отсутствие токового дрейфа (т.е. при $\vec{u} = 0$) уравнение (8), так же как и (7) при $\vec{u} = 0$, описывает максвелловскую релаксацию плотности заряда в тонком плазменном слое [3, 4].

В заключение заметим, что рассмотренная здесь токово-конвективная неустойчивость с инкрементом (10b), в принципе, может развиваться в экспериментах [5], поскольку для ее проявления необходимо выполнение условия $\nu_e > k_z u$ (кроме указанного в (10b)). В условиях экспериментов $\nu_e \approx 10^{-8}\ c^{-1}$, и величина $k_z u \simeq 10^8\ c^{-1}$. Поэтому требуются более тщательные измерения плотности и, в особенности, температуры плазмы для идентификации наблюдаемых в [5] неустойчивостей и их сравнения с (10b).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Абу-Ассали Е., Рухадзе А. А., Шокри Б. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9-10, 70 (1997).

[2] Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1988.

[3] Кринецкий В. Б., Рухадзе А. А., Шокри Б. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11-12, 38 (1995).

[4] Rukhadze A. A., Shokri B. Sh. Phys. Lett. A (in press).

[5] Лоза О. Т., Пономарев А. В., Ульянов Д. К. и др. Физ. плазмы, **23**, 222 (1997).

Поступила в редакцию 1 июля 1997 г.