УДК 534.4

ИЗМЕНЕНИЕ ПРОПУСКАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР С УЧЕТОМ ДИФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Б. П. Кирсанов, М. В. Кронгауз

Рассмотрены эффекты просветления брегговских отражений в одномерных периодических средах из-за интерференции рассеяний различных порядков. Подход, использующий наглядные фейнмановские диаграммы, позволяет достаточно просто рассчитывать на основе двухмасштабного приближения условия таких эффектов в периодических структурах различной сложности.

Цель работы – расчет различных порядков брегговских отражений от совокупности периодических решеток для электромагнитных волн и учет их взаимной интерференции, что может ослаблять (усиливать) отдельное отражение. Это особенно интересно в случае "наведенных" решеток [1, 2], ибо с помощью таких решеток с заданными периодами, амплитудами и фазами можно управлять рассеянием электромагнитных волн. Последнее может служить основой различных устройств оптоэлектроники [3, 4].

Рассмотрим одномерную ситуацию, которую можно описать скалярным волновым уравнением [5]. Модуляция параметров среды вдоль оси x, в частности, диэлектрической проницаемости, предполагается слабой. Естественно использовать теорию возмущений, так как в системе есть малый параметр – глубина модуляции диэлектрической проницаемости:

$$\xi(x) = \mu \sum_{s=-\infty}^{\infty} \xi_s e^{iq_s x},$$

где $\xi_s = (\Delta\epsilon_s/\epsilon)e^{i\varphi_s}$, $\xi_s^* = -\xi_s$, $q_{-s} = -q_s$, ϵ – немодулированная часть диэлектрической проницаемости, $\Delta\epsilon_s, \varphi_s$ – амплитуда и фаза s-ой решетки проницаемости с волновым вектором q_s, μ – малый параметр, который в конце вычислений положим равным 1. Для простоты ϵ и $\Delta\epsilon$ предполагаем вещественными, а модулированный слой толщины l – "согласованным" с окружающей средой: $\xi(0) = \xi(l) = 0$.

В резонансной ситуации r-го брегговского рассеяния волны с волновым вектором k, когда

$$k = rq/2 + \Delta, \tag{1}$$

где Δ – малая расстройка ($\Delta/k \ll 1$), возникает другой, уже не малый параметр $\xi q/\Delta$, высшими степенями которого нельзя пренебрегать и нельзя, поэтому, пользоваться теорией возмущений. Выход можно найти, если амплитуду $A(x)$ одномерного решения $E(x) = A(x)e^{-i\omega t} + к.с.$ разбить на две части [2]: "медленную" (резонансную), обозначаемую прямой чертой сверху и "быструю" (нерезонансную), обозначаемую волнистой чертой сверху: $A(x) = \tilde{A} + \bar{A}^{+}e^{ikx} + \bar{A}^{-}e^{-ikx}$, где $\bar{A}^{\pm}$ меняются слабо на длине волны $\lambda \sim 2\pi/k$, а $\tilde{A}e^{\pm ikx}$ – сильно. $\tilde{A}$ будем искать по теории возмущений при фиксированных $\bar{A}^{\pm}$. Для $\bar{A}^{\pm}$ можно получить систему двух уравнений, типичных для теории связанных волн [1 – 7] с тем отличием, что перенормированные коэффициенты "связи" и фазовой "расстройки" учитывают отражения высших порядков. Перенормированные коэффициенты легко найти, суммируя вклады от определенных диаграмм типа фейнмановских (см. ниже). Разделение A на $\bar{A}^{\pm}$ и $\tilde{A}$ можно обосновать с помощью процедуры [2], аналогичной методу усреднения Боголюбова [8]. Более общее рассмотрение, использующее как усреднение, так и геометрооптический подход, содержится в работе [9]. Однако при небольших модуляциях $\xi(x)$ и постоянном ϵ нашим способом достаточно просто рассчитывать многократную дифракцию в сложных периодических структурах, в том числе и многомерных.

Введем для произвольной величины F среднее значение

$$\bar{F} = 1/l \int\limits_{x-l/2}^{x+l/2} F dx, \tag{2}$$

где $\max\{1/q; 1/k\} \ll l \ll |A/(\partial A/\partial x)|$. При этом $\bar{F}^{\pm} = \overline{Fe^{\mp ikx}}$, а операцию, обозначаемую знаком $\sim$, определим как

$$\tilde{F} = F - \bar{F}^{+}e^{ikx} - \bar{F}^{-}e^{-ikx}. \tag{3}$$

К одномерному уравнению для $A(x)$

$$(\partial^2 A)/(\partial x^2) + k^2(1+\mu \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \xi_s e^{iq_s x})A = 0, \tag{4}$$

выведенному из уравнений Максвелла и умноженному на $e^{\pm ikx}$ применим операцию усреднения (2), а к уравнению (4) – процедуру (3). В результате получим самосогласованную систему для $\bar{A}^{\pm}$ и $\tilde{A} = \tilde{A}^{+} + \tilde{A}^{-}$

$$\frac{\partial^2 \bar{A}^{\pm}}{\partial x^2} + 2ik\frac{\partial \bar{A}^{\pm}}{\partial x} = -\mu k^2 [\sum_{s=-\infty}^{\infty} \xi_s e^{iq_s x}(\tilde{A}^{+}\tilde{A}^{-} + \bar{A}^{+}e^{ikx} + \bar{A}^{-}e^{-ikx})e^{\mp ikx}], \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{A}^{\pm}}{\partial x^2} + k^2\tilde{A}^{\pm} = -\mu k^2 [\widetilde{\sum_{s=-\infty}^{\infty}} \xi_s e^{iq_s x}(\tilde{A}^{\pm} + \bar{A}^{\pm}e^{\pm ikx})], \tag{6}$$

где $\tilde{A}$ расщепляется на $\tilde{A}^{+}$ и $\tilde{A}^{-}$, которые зависят только от $\bar{A}^{+}$ и $\bar{A}^{-}$ соответственно. Уравнение (6) можно решать с помощью теории возмущений по малому параметру μ:

$$\tilde{A}^{\pm} = \mu\tilde{A}_1^{\pm} + \mu^2\tilde{A}_2^{\pm} + \mu^3\tilde{A}_3^{\pm} + ..., \text{ причем } \tilde{A}_0^{\pm} = 0.$$

Тогда

$$\tilde{A}_n^{\pm}(x) = \mu^n k^{2n} \underbrace{\widetilde{\sum_{l,m,...p=-\infty}^{\infty}}}_{n-1} \tag{7}$$

$$\frac{\xi_l \xi_m ... \xi_p e^{i(\pm k + q_l + q_m + ... + q_p)x}\bar{A}^{\pm}(x)}{q_l(q_l+q_m)...(q_l+q_m+...+q_p)(\pm 2k+q_l)(\pm 2k+q_l+q_m)...(\pm 2k+q_l+q_m+...+q_p)},$$

где знак $\sim$ над суммой означает, что (7) не содержит резонансных слагаемых, т.е. ни один из знаменателей не обращается в ноль. Подставляя $\tilde{A}_n^{\pm}$ из (7) в уравнение (5) и пренебрегая $(\partial^2\bar{A})/(\partial x^2)$, получим обычные уравнения теории связанных волн [1 – 9], в которых коэффициенты связи β и расстроек α учитывают брегговские отражения высших порядков:

$$(\partial\bar{A}^{+})/(\partial x) = (i\alpha)/(2k)\bar{A}^{+} + (i\beta)/(2k)e^{-2i\Delta x}\bar{A}^{-},$$

$$(\partial\bar{A}^{-})/(\partial x) = (-i\alpha)/(2k)\bar{A}^{-} - (i\beta^*)/(2k)e^{2i\Delta x}\bar{A}^{+}, \tag{8}$$

где

$$\alpha = \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n k^{2n} \delta(n>1) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \xi_s \underbrace{\sum_{l,m,...p=-\infty}^{\widetilde{\infty}}}_{n-1}$$

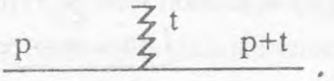
$$\frac{\xi_l \xi_m ... \xi_p e^{i(\pm k + q_l + q_m + ... + q_p)x}}{q_l ... (q_l + q_m + ... + q_p)(2k + q_l)...(2k + q_l + ... + q_p)}, \tag{9}$$

$$\beta = \sum_{n=1}^{\infty} \mu^n k^{2n} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \Bigg[\delta(2k+q_s)\delta(n-1) + \delta(n>1) \underbrace{\sum_{l,m,...p=-\infty}^{\widetilde{\infty}}}_{n-1}$$

$$\cdot \frac{\xi_l \xi_m ... \xi_p e^{i(\pm k + q_l + q_m + ... + q_p)x}}{q_l ... (q_l + q_m + ... + q_p)(-2k + q_l)...(-2k + q_l + ... + q_p)} \Bigg]. \tag{10}$$

Здесь $\delta(m)$ – символ Кронекера, $\delta(n > 1) = \{1 \text{ при } n \geq 2, 0 \text{ при } n < 2\}$. Каждый член суммы в (9) и (10) удобно представить графически в виде диаграммы типа фейнмановских с соответствующими правилами.

1. Диаграммы состоят из прямых и волнистых линий и узлов. В узел входит одна прямая линия с импульсом "фотона" p (слева) и входит одна волнистая с импульсом t псевдочастицы, которую назовем "решетон", и выходит одна прямая линия фотона с импульсом $p + t$ (справа) ($\hbar = 1$):



2. В нашем случае двух связанных волн внешняя (входная и выходная) для всей диаграммы линия "фотона" обязательно соответствует импульсу $\pm k$. Диаграммы могут быть двух сортов: а) входная линия $\pm k$ и выходная линия такая же $\pm k$, б) входная линия $\pm k$, а выходная $\mp k$ (брегговское отражение). Диаграммы типа а) дают вклад в "сдвиг" частоты α (для вычисления α в диаграммах входной импульс фотона полагаем равным k), а диаграммы б) дают вклад в коэффициент связи β (для вычисления β в диаграммах входной импульс фотона полагаем равным $-k$).

3. Число узлов диаграммы совпадает с порядком n теории возмущений и каждому узлу соответствует множитель μk^2.

4. Каждой волнистой линии с импульсом q_s соответствует множитель ξ_s.

5. Каждой внутренней линии "фотонов" с импульсом $\pm k + q_l + q_m + ... + q_p$ соответствует множитель $1/[(q_l + q_m + ... + q_p)(\pm 2k + q_l + q_m + ... + q_p)]$.

6. В соответствии с законом сохранения импульса вклад диаграмм типа а) необходимо умножать на $\delta(q_l + q_m + ... + q_p)$, где q_j – импульсы "решетонов" при волнистых линиях, входящих в вершины диаграммы; вклад диаграмм типа б) необходимо умножать на $\delta(\pm 2k + q_l + q_m + ... + q_p)$.

Система (8) решается стандартным образом [5, 7]:

$$\bar{A}^+(x) = C_1 \exp[-x(|\beta/(2k)|^2 - (\Delta')^2)^{1/2}] + C_2 \exp[x(|\beta/(2k)|^2 - (\Delta')^2)^{1/2}], \tag{11}$$

где обобщенная расстройка с учетом "сдвига" частоты $\Delta' = \Delta + \alpha/(2k)$. Выражение для $\bar{A}^-(x)$ имеет аналогичный вид. Коэффициенты $C_{1,2}$ определяются граничными значениями $\bar{A}^+(0)$ и $\bar{A}^-(l)$; при этом коэффициент отражения от модулированного слоя будет равен [5, 7]

$$R = |(\bar{A}^-(0))/(\bar{A}^+(0))|^2 =$$

$$= [\mathrm{sh}^2(l(|\beta/(2k)|^2 - (\Delta')^2)^{1/2})]/[\mathrm{ch}^2(l(|\beta/(2k)|^2 - (\Delta')^2)^{1/2}) - |(2\Delta' k)/\beta|^2]. \tag{12}$$

Из вида (11), (12) следует, что при $|\beta/(2k)| \geq |\Delta'|$ существует запрещенная полоса, в которой падающая волна отражается. Ширина полосы отражения будет равна [5, 7]

$$\Omega = (|\beta| c)/(kn) = 2\chi c/n, \tag{13}$$

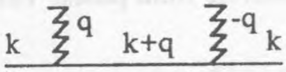
где n – немодулированная часть показателя преломления, χ – максимальный коэффициент ослабления падающей волны, c – скорость света в вакууме. Центр запрещенной полосы для r-брегговского отражения определяется выражением

$$K_0 = rq/2 - \alpha/(2k). \tag{14}$$

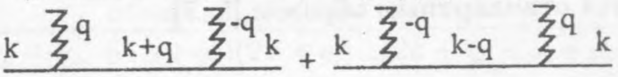
Используя диаграммы Фейнмана, легко вычислить в каждом конкретном случае $\alpha, \beta, \Omega, \chi, K_0$. Для удобства каждую из этих величин (например, α) будем писать в виде $\alpha(n = 2;\ r = 1;\ k = q/2)$, где n – порядок теории возмущений, r – брегговский порядок; k – резонансное значение волнового вектора.

Рассмотрим несколько примеров.

1. Модуляция, состоящая из одной гармоники: $\xi_1 e^{iqx} + \xi_{-1} e^{-iqx}$. Тогда

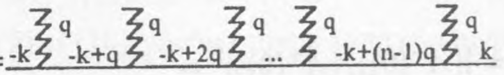
$\alpha(n=2; r=1; k=q/2)=$ 

$=\mu^2 q^2 |\xi_1|^2/32$,

$\alpha(n=2; r; k=rq/2)=$ 

$=\mu^2 r^4 q^2 |\xi_1|^2/(8(r^2-1))$

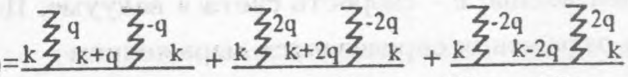
Наименьший порядок n теории возмущений, дающий вклад в брегговское рассеяние r-го порядка ($k = rq/2$), будет при $n = r$:

$\beta(n=r;r;k=rq/2)=$ 

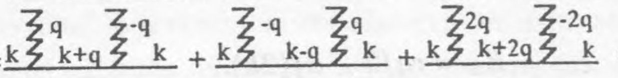
$=\mu^r (r/2)^{2r} (-1)^{r-1} q^2 \xi_1^{\,r}/((r-1)!)^2$.

2. Случай двух гармоник: $\xi = \xi_1 e^{iqx} + \xi_{-1} e^{-ikx} + \xi_2 e^{i2qx} + \xi_{-2} e^{-i2qx}$.

При $r = 1$ $\beta(n = 1;\ r = 1;\ k = q/2)$ такое же, как и в случае одной гармоники, а в α добавляется вклад от второй гармоники:

$\alpha(n=2;r=1;k=q/2)=$ 

$=\mu^2 q^2 |\xi_1|^2/32 + \mu^2 q^2 |\xi_2|^2/24$

$\alpha(n=2; r=2; k=q)=$ 

$=\mu^2 q^2 ((-2/3)|\xi_1|^2 + (1/8)|\xi_2|^2)$

Любопытно, что в последнем случае α меняет знак в зависимости от величин модуляции $|\xi_1|$ и $|\xi_2|$. Вообще при $r > 2$:

$$\alpha(n=2;\ r>2;\ k=rq/2) = \underline{k \overset{q}{\wr}\ k+q \overset{-q}{\wr}\ k} + \underline{k \overset{-q}{\wr}\ k-q \overset{q}{\wr}\ k} +$$

$$+ \underline{k \overset{2q}{\wr}\ k+2q \overset{-2q}{\wr}\ k} + \underline{k \overset{-2q}{\wr}\ k-2q \overset{2q}{\wr}\ k} = -(1/8)\mu^2 r^4 q^2\, [\,|\xi_1|^2/(r^2-1) + |\xi_2|^2/(r^2-4)]$$

При $r = 2$

$$\beta = \beta(n=1;\ r=2;\ k=q) + \beta(n=2;\ r=2;\ k=q) = \underline{-k \overset{2q}{\wr}\ k} + \underline{-k \overset{q}{\wr}\ -k+q \overset{q}{\wr}\ k} = \mu q^2 \xi_2 - \mu^2 q^2 \xi_1{}^2$$

Из последнего выражения видно, что возможен интересный эффект исчезновения отражения ($\beta = 0$) и, соответственно, исчезновение полосы отражения ($\Omega = 0, \chi = 0$). Причина явления – интерференция отражений от двух подрешеток. Такое просветление наступит при условии

$$\xi_2 = \xi_1^2. \tag{15}$$

3. Рассмотрим две гармонические решетки с несоизмеримыми волновыми векторами: $\xi = \xi_1 e^{iq_1 x} + \xi_{-1} e^{-iq_1 x} + \xi_2 e^{iq_2 x} + \xi_2 e^{-iq_2 x}$. Это означает, что только при больших взаимнопростых m и n возможно $mq_1 \approx nq_2$. Брегговские резонансы могут быть при $k = (rq_1 + sq_2)/2 + \Delta$, где r, s – целые.

Рассмотрим два "комбинационных" случая ($r = 1;\ s = -1$) и ($r = s = 1$). В первом случае, когда $k = (q_1 - q_2)/2 + \Delta$ (пусть $q_1 > q_2$), получим

$$\alpha(n=2;r=-s=1;k=(q_1-q_2)/2) = \underline{k \overset{q_1}{\wr}\ k+q_1 \overset{-q_1}{\wr}\ k} + \underline{k \overset{-q_1}{\wr}\ k-q_1 \overset{q_1}{\wr}\ k} + \underline{k \overset{q_2}{\wr}\ k+q_2 \overset{-q_2}{\wr}\ k} + \underline{k \overset{-q_2}{\wr}\ k-q_2 \overset{q_2}{\wr}\ k} =$$

$$= \mu^2[\,|\xi_1|^2/((2q_1-q_2)q_2) - |\xi_2|^2/(q_1(q_1-2q_2))]\,(q_1-q_2)^4/8;$$

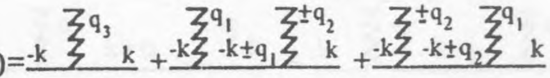
$$\beta(n=2;r=-s=1;k=(q_1-q_2)/2) = \underline{-k \overset{q_1}{\wr}\ -k+q_1 \overset{-q_2}{\wr}\ k} + \underline{-k \overset{-q_2}{\wr}\ -k-q_2 \overset{q_1}{\wr}\ k} = \mu^2(q_1-q_2)^4/(8q_1q_2)\,\xi_1\xi_2{}^*.$$

Аналогично в другом "комбинационном" резонансе, когда $k = (q_1+q_2)/2+\Delta$, получим

$$\alpha(n=2;r=s=1;k=(q_1+q_2)/2) = -\mu^2[|\xi_1|^2/((2q_1+q_2)q_2)+|\xi_2|^2/(q_1(q_1+2q_2))](q_1+q_2)^4/8,$$

$$\beta(n=2;r=s=1;k=(q_1+q_2)/2) = \mu^2(q_1+q_2)^4/(8q_1q_2)\xi_1\xi_2.$$

Если к двум решеткам добавить третью, то возможно просветление брегговского отражения. Пусть $2k = q_3 = q_1 \pm q_2$. Удобно ввести параметр $0 < \rho < 1$ такой, что $q_2 = \rho q_3$, $q_1 + (1 \mp \rho)q_3$. Тогда при $\mu = 1$ получим

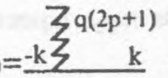
$\beta(n=1,2;r=\pm s=1;k=q_3/2)=$  $=(q_3^2/4)(\xi_3 \mp \xi_1\xi_{\pm 2}/(2\rho(1\mp\rho)))$.

Условие просветления ($\beta = 0$) будет иметь вид

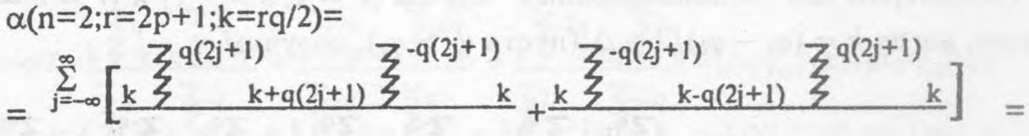
$$\xi_3 = \pm\xi_1\xi_{\pm 2}/(2\rho(1 \mp \rho)). \qquad (16)$$

4. В заключение рассмотрим модель Кронига – Пенни (меандр). Эта модель часто реализуется в эксперименте (плоскопараллельные слои) и допускает полное теоретическое рассмотрение [10]. Пусть коэффициент заполнения меандра равен 1/2, высота барьера и глубина ямы равны малой величие $\Delta\epsilon/\epsilon$, а период – $2\pi/q$. Профиль такой решетки имеет вид $\xi(x) = \sum\limits_{s=-\infty}^{\infty} \xi_s e^{iqsx}$, где $\xi_1 = 2\Delta\epsilon/(i\pi\epsilon)$, $\xi_{2l} = 0$, $\xi_{2l+1} = \xi_1/(2l+1), \xi_1^* = -\xi_1$.

Исследуем сначала нечетные брегговские отражения ($r = 2p + 1$). В первом неисчезающем приближении

$\beta(n=1;r=2p+1;k=rq/2)=$  $=(\mu r q^2/4)\xi_1$.

$\alpha(n=2;r=2p+1;k=rq/2)=$



$$= (\mu|\xi_1|^2 q^2/8) r^4 a(r),$$

где $a(r) = 1/(4r^2) - \delta(r > 1) \sum\limits_{s=1}^{s=r-1} 1/(s^2(r^2 - s^2)) + \sum\limits_{s=r+1}^{\infty} 1/(s^2(s^2 - r^2))$. $a(r)$ легко вычисляются и $a(1) = 0,6051, a(3) = -0,1056, a(5) = -0,043, a(7) = -0,0226, a(9) = -0,0139$. Заметим, что в этом случае ширина запрещенной полосы Ω и коэффициенты затухания из (13) не зависят от порядка r: $\Omega(n = 1, r = 2p+1, k = rq/2) = [q/(2\pi)](\Delta\epsilon/\epsilon)c/n$. Сдвиг центра запрещенной зоны (14) будет расти с ростом r: $-\alpha/(2k) = -(|\xi|^2 q r^3/8)\, a(r)$. Для четных брегговских отражений ($r = 2p$) в первом неисчезающем приближении ($n = 2$) получим

$$\beta(n=2;r=2p;k=pq)=\sum_{s=-\infty}^{\infty} \underline{-k \overset{q(2s+2p+1)}{\wr} -k+q(2s+2p+1) \overset{-q(2s+1)}{\wr} k} =(q^2|\xi_1|^2r^4/8)b(r),$$

где $b(r) = 1/2 \sum_{s=-\infty}^{\infty} 1/((2s+1+r)^2(2s+1)^2)$; $b(2) = 0,6169$, $b(4) = 0,1542$, $b(6) = 0,0695$, $b(8) = 0,0386$ и т.д.

Соответственно ширина запрещеной зоны Ω и коэффициент χ из (13) будут расти с ростом r. Аналогично

$$\alpha(n=2;r=2p;k=pq)=\sum_{s=0}^{\infty}\Big[\underline{k \overset{q(2s+1)}{\wr} k+q(2s+1) \overset{-q(2s+1)}{\wr} k} +$$

$$+ \underline{k \overset{-q(2s+1)}{\wr} k-q(2s+1) \overset{q(2s+1)}{\wr} k}\Big] =(q^2|\xi_1|^2r^4/8)\ c(r),$$

где $c(r) = \sum_{s=0}^{\infty} 1/((2s+1)^2((2s+1)^2 - r^2))$ и $c(2) = -0,3084$, $c(4) = -0,07711$, $c(6) = -0,03427$, $c(8) = -0,01928$ и т.д. Соответствующий сдвиг центра запрещенной полосы получим из (14): $-\alpha/(2k) = -(q|\xi_1|^2r^3/8)\,c(r)$ будет расти с ростом r. При небольшой модуляции $\xi(x)$ полученные результаты согласуются с общим рассмотрением [10].

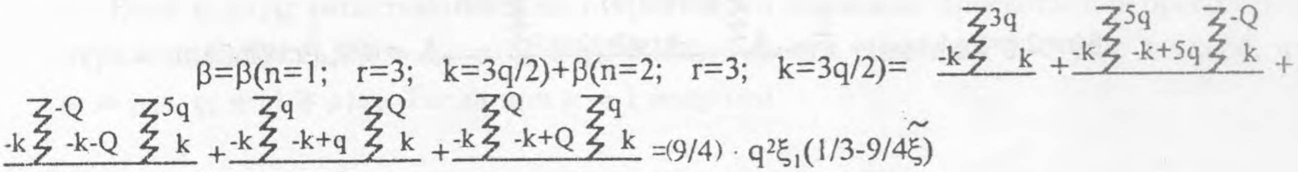
Исследуем возможности просветления меандра за счет наведения дополнительной решетки $\tilde{\xi}e^{iQx} + \tilde{\xi}^*e^{-iQx}$. В случае нечетного брегговского отражения ($r = 2l+1$) просветление можно осуществить при $Q = (2l+1)q/2$. Тогда

$$\beta=\beta(n=1;\ r=2\ell+1;\ k=rq/2)+\beta(n=2;\ r=2\ell+1;\ k=rq/2)= \underline{-k \overset{q(2\ell+1)}{\wr} k} + \underline{-k \overset{Q}{\wr} -k+Q \overset{Q}{\wr} k} =$$

$= (2l+1)^2q^2/4(\xi_1 - (2l+1)\tilde{\xi}^2)$ и условие просветления r-полосы ($\beta = 0$) аналогично (15):

$$\tilde{\xi}^2 = \xi_1/(2l+1). \tag{17}$$

Другая возможность просветления будет при $Q = 2pq$. Например, если $r = 3$, то при $Q = 2q$

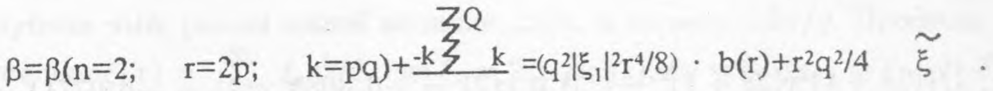


т.е., просветление наступит при условии

$$\tilde{\xi} = 4/27. \tag{18}$$

Это условие требует определенной модуляции, не зависящей от ξ_1.

Брегговские отражения четного порядка $(r = 2p)$ можно просветлить, создавая решетку $Q = 2pq$,



Просветление наступит при

$$\tilde{\xi} = -(|\xi_1|^2 r^2/2)b(r). \tag{19}$$

Мы показали, что рассмотренные выше процедуры с помощью наглядных диаграмм Фейнмана позволяют достаточно просто оценивать вклады в дифракцию света от совокупности гармонических решеток для всех брегговских отражений во всех порядках теории возмущений. Такой подход позволил рассчитать несколько примеров "просветления" брегговского отражения при определенных условиях (15) – (19), которое возникает из-за взаимной интерференции волн, рассеянных от различных подрешеток в различных порядках.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ведута А. П., Кирсанов Б. П. Квантовая электроника, N 3, 73 (1971). Кирсанов Б. П. Труды ФИАН, **59**, 206 (1972).

[2] Кирсанов Б. П. Дис. канд. физ.-мат. наук. ФИАН, Москва, 1969.

[3] Введение в интегральную оптику: Сб. под ред. Барноски М., М., Мир, 1977.

[4] С е м е н о в А. С., С м и р н о в В. Л., Ш м а л ь к о А. В. Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. М., Радио и связь, 1990.

[5] В и н о г р а д о в а М. Б., Р у д е н к о О. В., С у х о р у к о в А. П. Теория волн. М., Наука, 1979.

[6] K o g e l n i k H. Bell Syst. Tech. Journ., **48**, 9, 2909 (1969).

[7] Я р и в А. Квантовая электроника. М., Сов. Радио, 1980.

[8] Б о г о л ю б о в Н. Н., М и т р о п о л ь с к и й Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., ГИФМЛ, 1963.

[9] К а р п о в С. Ю., С т о л я р о в С. Н. УФН, **163**, N 1, 63 (1993).

[10] Б р и л л ю э н Л., П а р о д и М. Распространение волн в периодических структурах. М., ИИЛ, 1959.

Поступила в редакцию 21 ноября 1995 г.