УДК 530.1

ИНФОРМАЦИЯ КАК ХАРАКТЕРИСТИКА НЕМАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

А. С. Харитонов, Л. А. Шелепин

Рассматриваются возможности описания немарковских процессов. Их специфика связана с преобразованием структур и информацией, как неотъемлемой характеристикой. Прослеживаются аналогии между негэнтропией и энергией.

Марковские процессы, или процессы без последействия, лежат в основе современной физики. Они характеризуются тем, что, зная состояние системы в какой-либо момент времени t_0, можно в принципе определить вероятностную картину поведения системы в будущем. Эта картина не изменяется от добавочных сведений о событиях при $t < t_0$. В дискретном случае цепей Маркова вероятности изменений при переходе от одного момента времени к другому задаются матрицей перехода $w = \|w_{ik}\|$, а в непрерывном случае процессов Маркова – некоторой функцией $F(t, x; \tau, y)$, для которой справедливо обобщенное уравнение Маркова

$$F(t, x; \tau, y) = \int F(\sigma, z; \tau, y) F(t, x; \sigma z) dz. \tag{1}$$

Если марковским процессам и их приложениям посвящен большой объем литературы [1 – 3], то немарковские процессы еще мало изучены (ср. [4, 5]).

Настоящая работа посвящена общей характеристике немарковских процессов и возможностей их описания. Прежде всего целесообразно дать краткую схему вероятностных процессов, рассматриваемых в физике. Можно выделить пять основных типов.

1. Для стохастических процессов (без скачков) интегральное уравнение (1) может быть представлено в дифференциальной форме в виде уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова. Это дифференциальные уравнения второго порядка. Уравнения Фоккера–Планка для плотности распределения $f(t, x; \tau, y)$ имеют вид [3]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}[a_1(t,x)f] + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}[a_2(t,x)f], \tag{2}$$

где a_1 и a_2 – коэффициенты сноса и диффузии.

2. Для квантово-механических процессов, как было показано в [6], из интегрального уравнения типа (1) следует (при отсутствии скачков) уравнение Шредингера, которое также является дифференциальным уравнением второго порядка

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial}{\partial x} - A\right)^2 \psi + U(x)\psi. \tag{3}$$

3. Как было показано в [7], марковские процессы в классической физике могут описываться либо дифференциальными уравнениями не выше второго порядка, либо уравнениями бесконечного порядка (псевдодифференциальными). Последний случай соответствует процессам со скачками. Это – процессы, нелокальные в пространстве. Конкретный пример – уравнения для плотности вероятности $f(x,t)$ [8]

$$\frac{\partial}{\partial t}f(x,t) = \frac{c}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1-(\lambda\frac{\partial}{\partial x})^2}\right) f(x,t), \tag{4}$$

где λ имеет смысл максимальной величины скачков, c/λ – частоты скачков.

4. В квантовом случае для процессов со скачками аналогично могут быть записаны псевдодифференциальные уравнения, простейшее из которых, отвечающее свободной релятивистской частице, имеет вид [9]

$$i\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{c}{\lambda}\sqrt{1 - \lambda^2\frac{\partial^2}{\partial x^2}}\,\psi(x,t), \tag{5}$$

где λ – комптоновская длина волны.

Заметим, что правая часть уравнений (4) и (5) может быть представлена в интегральной форме.

5. Немарковские процессы нелокальны во времени. Они описываются интегродифференциальными уравнениями. Простейший пример уравнений этого типа был проанализирован в [5, 9]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\tau}\int_0^\infty ds g\left(\frac{s}{\tau}\right) Q[f(\mathbf{v}, t-s)], \tag{6}$$

где $f(\mathbf{v},t)$ – одночастичная функция распределения по скоростям, $g(t)$ – неотрицательная функция, нормированная на единицу, $Q[f]$ – оператор столкновений Больцмана. При

$\tau = 0$ уравнение (6) переходит в уравнение Больцмана. Точное решение (6) было получено в [5, 10], где также было показано, что это решение имеет качественно различные свойства при различных значениях параметров, входящих в уравнение. Другими словами, уравнения типа (6) связаны с описанием фазовых переходов, изменений структур. Таким образом, немарковские процессы имеют в физике свою "экологическую нишу", обусловленную необходимостью учета памяти о прошлом.

По своей сути память о прошлом представляет собой информацию, записанную в определенных структурах. Информация имманентно присуща немарковским процессам, связанным со структурными превращениями, в отличие от марковских, где она носит внешний характер. Структура характеризуется негэнтропией

$$s = -k \ln \Omega, \tag{7}$$

где k – постоянная Больцмана, Ω – функция, описывающая число состояний, которые может принимать система из многих элементов. Изолированная система обладает негэнтропией, если она обнаруживает возможность совершения работы. Это соответствует отсутствию однородной температуры, наличию разных частей с различными свойствами, например, с разностью давлений. Т.е. в любом случае речь идет о существовании определенной структуры. В этом смысле негэнтропия представляет собой качество энергии. Организм нуждается в пище из-за негэнтропии, которую он может из нее получить, и которая необходима для восполнения потерь на совершенную механическую работу [11].

Для немарковских процессов следует рассматривать единое уравнение для информации I и негэнтропии S [12]. Для замкнутых систем $\Delta(I + S) \leq 0$. Для открытых систем необходимо учитывать обмен не только веществом и энергией, но и информацией (негэнтропией).

Любой опыт, дающий информацию о физической системе, приводит в среднем к уменьшению негэнтропии системы, т.е. информация оплачивается негэнтропией. Существует и наименьшее возможное количество негэнтропии, требуемой при наблюдении; оно имеет порядок k [13]. Проблема измерения, лежавшая вне теории марковских процессов, – это объект теории немарковских процессов, и негэнтропия является величиной, характеризующей систему плюс измерения [14].

Особое значение немарковость имеет для биологических, экономических, социальных систем. Их эволюция в значительной степени определяется прошлым, историей. Так, биологическая информация хранится в генах и вновь и вновь воспроизводится с каждым последующим поколением. Регуляция процессов направлена на сохранение инофрмации, восстановление целостности и относительного постоянства внутренней среды. Рассмотрим особенности немарковских процессов на типичном примере трофических цепей, в которых происходит цепочка структурных превращений.

В общем случае для системы трофических цепей, включающих последовательность поедающих друг друга организмов, можно записать следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = Q_0 - \nu_0(N_0)N_1,$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \kappa_i \nu_{i-1}(N_{i-1})N_i - \nu_i(N_i)N_{i+1} - m_i N_i + D_i \Delta N_i,\ i = 1, 2.... \tag{8}$$

Здесь Q_0 – поток ресурса, N_i – плотность популяции i-го вида, ν_i и m_i – вероятности гибели организма i-го вида за счет его поедания организмами $(i+1)$-го вида и смертности; κ_i – коэффициенты использования биомассы съедаемого организма, D_i – коэффициенты диффузии популяций. Фактически при этом идет непрерывное преобразование биомассы, переход ее из одной структуры в другую, характеризуемое движением вдоль оси негэнтропии S. В трофических цепях поток биомассы идет в направлении возрастания S и одновременно по мере движения по оси S происходит диссипация биомассы. Каждый последующий организм усваивает биомассу предыдущих организмов только частично с коэффициентом преобразования κ. При этом каждой популяции можно сопоставить определенный уровень негэнтропии S_i. В простейшем предположении пропорциональности диссипации биомассе

$$\frac{\partial W(S)}{dS} = -\frac{W(S)}{\Theta} \tag{9}$$

зависимость биомассы от значения негэнтропии носит экспоненциальный характер

$$W = W_0 \exp\left(-\frac{S}{\Theta}\right). \tag{10}$$

В работе [15] было показано, что для различных биологических процессов, включая трофические цепи, автоматически возникает ось негэнтропии и вместо энергетических появляются негэнтропийные уровни. Здесь имеется глубокая аналогия между ролью энергии в марковских процессах и негэнтропии в немарковских. Распределение (10) аналогично распределению Гиббса, причем величина Θ является аналогом температуры T.

Подобно тому, как энергия преобразуется из одной формы в другую, негэнтропия переходит от одной структуры к другой.

Информация может быть превращена в негэнтропию и обратно. Если этот процесс обратим, то он происходит без потерь. Специфика информации в том, что она может передаваться, запоминаться, воспроизводиться. Синтез информации в природе определяется как запоминание случайного выбора, что соответствует устойчивому воспроизведению системы [16]. Принципиальный момент здесь – случайность выбора, самопроизвольность возникновения кода, возникающего в процессе синтеза информации и связывающего несопоставимые, с точки зрения детерминированных физических законов, объекты. Характерные примеры синтеза информации – образование генетического кода, кодирование внешних процессов мозгом. Заметим, что синтез информации имеет иерархический характер и последовательно опирается на предыдущую стадию [17].

В целом, между марковским и немарковским описанием лежит водораздел. В первом случае в основе лежит энергия, как мера движения, во втором – негэнтропия, как мера преобразования структур. Здесь есть и методологический момент. Если наш мир – немарковский и с самого его начала была заложена информация, то именно она, в принципе, может определить эволюцию.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Феллер В. Ввведение в теорию вероятностей и ее приложения. т. 1,2. М., Наука, 1967.

[2] Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М., Сов. радио, 1977.

[3] Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М., Гостехиздат, 1954.

[4] Гезибуа П., Де Ленер М. Классическая кинетическая теория жидкостей и газов. М., Мир, 1980.

[5] Попырин С. Л. Математическое моделирование, **3**, N 12, 99 (1991).

[6] Смородинский Я. А., Шелепин А. Л., Шелепин Л. А. УФН, **162**, N 12, 2 (1992).

[7] Pawula R. E. Trans. IEEE, **IT-13**, N 1, 33 (1967).

[8] Шелепин А. Л., Шелепин Л. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9–10, 62 (1993).

[9] Шелепин А. Л. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 5–6, 60 (1993).

[10] Попырин С. Л. Препринт ИОФАН N 40, М., 1989.

[11] Шредингер Э. Что такое жизнь с точки зрения физики. М., Атомиздат, 1972.

[12] Х а р и т о н о в А. С. Гармония и хаос в равновесной микромолекуле. М., Знание, 1991.

[13] Б р и л л ю э н Л. Наука и теория информации. М., Физматгиз, 1960.

[14] Г о л ь ф а н д Ю. А., В а й н ш т е й н В. Д. Труды ФИАН, **173**, 3 (1986).

[15] Б ы с т р о в а Т. В. Ш е л е п и н Л. А. Труды ФИАН, **218**, 60 (1994).

[16] К а д о м ц е в Б. Б. УФН, **164**, 449 (1994).

[17] Х и з е н А. М. Биофизика, **37**, 105 (1992).

Поступила в редакцию 1 марта 1996 г.