УДК 573.311.33

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ В УЗКОЩЕЛЕВЫХ МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Л. Е. Печеник, А. П. Силин

В приближении хаотических фаз проведен расчет корреляционной энергии электронного газа высокой плотности в узкощелевых многодолинных полупроводниках. В модели сильно анизотропных полупроводниковых структур получена точная по малому параметру аналитическая зависимость корреляционной энергии от плотности.

Мы рассматриваем электронный газ в узкощелевых многодолинных полупроводниках с дираковской зависимостью энергии E от квазиимпульса k [1]

$$E(p) = \sqrt{k^2 s^2 + \Delta^2}, \tag{1}$$

где s – кейновский межзонный матричный элемент (квазискорость света), Δ – полуширина запрещенной зоны. В этих полупроводниках имеется ν одинаковых электронных и дырочных долин, причем мы считаем, что $\nu >> 1$.

При достаточно высокой концентрации электронов n для расчета корреляционной энергии электронного газа применимо приближение, используемое для сильно анизотропных широкозонных полупроводниковых структур (см., напр., [2]). Ввиду того, что $s << c$, где c – скорость света, можно пренебречь запаздыванием кулоновского взаимодействия [3] и считать $V(k) = 4\pi e^2/\epsilon k^2$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость, которую мы пока для краткости считаем постоянной. Последовательный учет частотной дисперсии ϵ был проведен в работах [4, 5] и будет приведен в окончательных формулах.

В этих приближениях выражение для корреляционной энергии, приходящейся на электрон, имеет следующий вид ($\hbar = 1$) [2]:

$$E_{corr} = \frac{1}{2n} \int \frac{d^3\vec{q}dq_4}{(2\pi)^4} \left\{ \ln(1 - \nu V(\tilde{q}) \Pi_{44}(q)) + \nu V(\tilde{q}) \Pi_{44}(q) \right\}, \tag{2}$$

где $q = (\vec{q}, q_4)$, $\tilde{q} = |\vec{q}|$.

В формуле (2) поляризационный оператор, рассчитанный в низшем порядке по взаимодействию, учитывает зависимость корреляционной энергии от величины энергетической щели 2Δ [6]:

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = is \int Sp\gamma_\mu G(p)\gamma_\nu G(p-q)(2\pi)^{-4} d^3\vec{p}dp_0, \qquad (3)$$

где γ_μ – матрицы Дирака.

Функция Грина $G(p)$ имеет следующий вид [6 – 8]:

$$G(p) = \frac{1}{i}\,\frac{\Delta - is\hat{p}}{s^2p^2 + \Delta^2 - i0} - 2\pi\delta(s^2p^2 + \Delta^2)(\Delta - is\hat{p})N_p, \qquad (4)$$

где $p = (\vec{p}, ip_0)$, $\hat{p} = p_i\gamma_i$, $p_4 = ip_0$, $N_p = \theta(\tilde{p} - p_F)\theta(p_0)$, $p_F = (3\pi^2 n/\nu)^{1/3}$ – импульс Ферми, $\theta(p_0) = \begin{cases} 1, & p_0 > 0 \\ 0, & p_0 \le 0. \end{cases}$

Здесь используется псевдоевклидова метрика с четвертой мнимой компонентой. Как видно из формул (3), (4), поляризационный оператор имеет вид $\Pi_{\mu\nu}(q) = \Pi^0_{\mu\nu}(q) + \Pi^1_{\mu\nu}(q)$, где $\Pi^0_{\mu\nu}(q)$ – вакуумный поляризационный оператор, $\Pi^1_{\mu\nu}(q)$ – часть поляризационного оператора, зависящая от концентрации электронного газа.

Вакуумный поляризационный оператор вносит вклад в перенормировку величин ϵ, Δ, s и закона дисперсии (1) [9]. Мы в дальнейшем опустим $\Pi^0_{\mu\nu}(q)$ и будем считать эти величины перенормированными (1). Будем также считать, что перенормированный закон дисперсии имеет дираковский вид (1).

Интересующая нас компонента поляризационного оператора

$$\Pi_{44}(q) = 16 \int \frac{d^3\tilde{p}}{(2\pi)^3}\,\frac{\theta(\tilde{p} - p_F)}{2E(p)}\,\frac{(\vec{q}\vec{p})^2 - \tilde{q}^2\frac{E^2(p)}{s^2}}{(q^2)^2 - 4(pq)^2} - 16\pi^2 si \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} N_p N_{p-q}\delta(s^2p^2 + \Delta^2)\times$$
$$\times\delta(s^2(p-q)^2 + \Delta^2)\{2E^2(p) - 2E(p)q_0 s - pqs^2\}. \qquad (5)$$

Основной вклад в нее вносит первое слагаемое (5). Несложно видеть, что в нерелятивистском случае (то есть при $\Delta >> sp_F$) в интересующем нас пределе $\tilde{q} >> p_F$ мы получим известное выражение [2]

$$\nu\Pi_{44}(q)V(\tilde{q}) = -\frac{4\pi e^2 n}{\epsilon m}\,\frac{1}{\left(\frac{\tilde{q}^2}{2m}\right)^2 + q_4^2}, \qquad (6)$$

($m = \Delta/s^2$ – эффективная масса электрона), которое приводит к характерной зависимости корреляционной энергии от плотности $E_{corr} \sim -n^{1/4}$ [2]. В случае многодолинного узкощелевого полупроводника, то есть в пределе $p_F s >> \Delta$, учитывая, что наиболее существенный вклад в корреляционную энергию (2) вносят $\tilde{q} >> p_F$, из (5) получаем

$$\nu \Pi_{44}(q) V(\tilde{q}) = -\frac{q'^4}{q^4}, \quad q' = [8\pi (3\pi^2)^{1/3} n^{4/3} \alpha^* / \nu^{1/3}]^{1/4} = \left(\frac{8}{3\pi}\right)^{1/4} p_F (\alpha^* \nu)^{1/4},$$

где α^* – полупроводниковый аналог постоянной тонкой структуры ($\alpha^* = e^2/\epsilon s$). Отметим, что в отличие от квантовой электродинамики, где постоянная тонкой структуры $\alpha = e^2/c = 1/137$, для узкозонных полупроводников она может быть не очень малой [3].

Теперь для корреляционной энергии, заменяя переменную интегрирования q на $x = q/q'$, получим

$$E_{corr} = \frac{4(3\pi^2)^{1/3} n^{1/3} \alpha^*}{3\pi \nu^{1/3}} \int \frac{dx^4}{(2\pi)^4} \left\{ \ln\left(1 + \frac{1}{x^4}\right) - \frac{1}{x^4} \right\} \theta \left(x - \left[\frac{3\pi}{8\alpha^* \nu}\right]^{1/4} \right). \tag{7}$$

Интеграл (7) легко вычисляется, при этом получаем

$$E_{corr} = -E_x \left(\frac{n a_x^3}{\nu}\right)^{1/3} \frac{1}{8\pi^{7/3} 3^{2/3}} \ln(\alpha^* \nu), \tag{8}$$

где

$$E_x = me^4/\epsilon^2 \hbar^2, \quad a_x = \hbar^2 \epsilon / me^2 \tag{9}$$

– энергия связи и боровский радиус донора. В противоположном (нерелятивистском) случае ($\Delta >> s p_F$) из (2), используя (6), получаем

$$E_{corr} = -A E_x (n a_x^3)^{1/4}, \tag{10}$$

где $A = 16\pi^{3/4}/5 \left[\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right]^2 = 0,57$.

Рассмотрим теперь влияние дисперсии диэлектрической проницаемости. Как хорошо известно, в полярных полупроводниках, в частности и в узкощелевых многодолинных полупроводниках группы A_4B_6, диэлектрическая проницаемость обладает сильной частотной дисперсией [4, 5], $\epsilon(\omega) = \epsilon_\infty \epsilon_0 (\omega_l^2 - \omega^2)/(\epsilon_\infty \omega_l^2 - \epsilon_0 \omega^2)$, где ω_l – частота продольного оптического фонона, ϵ_0 и ϵ_∞ – статическое (при $\omega \to 0$) и высокочастотное значения диэлектрической постоянной (причем обычно $\epsilon_0/\epsilon_\infty >> 1$).

Ввиду того, что главный вклад в корреляционную энергию дают частоты, существенно превосходящие ω_l [4, 5], мы должны в формулах (8) и (9) заменить ϵ на ϵ_∞. Однако, так как энергия связи донора $E_x << \hbar\omega_l$, то E_x и боровский радиус a_x (9) определяются с использованием ϵ_0, т.е. $a_{x0} = \hbar^2 \epsilon_0 / me^2$, $E_{x0} = me^4/\epsilon_0^2 \hbar^2$. Поэтому вместо (8) и (10) получим ($\alpha_\infty = e^2/\epsilon_\infty \hbar s$)

$$E_{corr} = -E_{x0}\frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty}\left(\frac{na_{x0}^3}{\nu}\right)^{1/3}\frac{1}{8\pi^{7/3}3^{2/3}}\ln\left(\frac{8\alpha_\infty\nu}{3\pi}\right),\ \ \frac{1}{\alpha_\infty} << \nu,\ \ \Delta << sp_F,$$

$$E_{corr} = -AE_{x0}\left(\frac{na_{x0}^3}{\nu}\right)^{1/4}\left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon_\infty}\right)^{5/4},\ \ \nu >> 1,\ \ \Delta >> sp_F.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 96-02-16701-а) и Международного научного фонда (грант N9Z000/N9Z300).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Волков Б. А., Идлис Б. Г., Усманов М. Ш. УФН, **165**, 22 (1995).
[2] Keldysh L. V. Contemp. Phys., **27**, 5, 395 (1986).
[3] Андрюшин Е. А., Силин А. П., Шубенков С. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 7-8, 22 (1995).
[4] Андрюшин Е. А., Силин А. П. ФТТ, **21**, 3, 839 (1979).
[5] Силин А. П. Труды ФИАН, **188**, 40 (1988).
[6] Фрадкин Е. С. Труды ФИАН, **29**, 7 (1965).
[7] Chin S. A. Ann. Phys. N.Y., **108**, 301 (1977).
[8] Цытович В. Н. ЖЭТФ, **40**, 1775 (1961).
[9] Гельмонт Б. Л., Кисин М. В. ФТТ, **17**, 1251 (1983).

Поступила в редакцию 2 апреля 1996 г.