УДК 530.145

МАГНИТНАЯ МАССА В ГОРЯЧЕЙ СКАЛЯРНОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

О. К. Калашников

Используя тождества Славнова – Тейлора, доказано, что магнитная масса m_{mag} точно равна нулю в горячей скалярной электродинамике. Подобный результат также справедлив для горячей КЭД и, по-видимому, для любой абелевой теории простой структуры. Однако это не так для горячей КХД, где ожидается, что $m^2_{mag} \neq 0$.

В настоящее время для успешного обоснования горячей квантовой хромодинамики и других калибровочных теорий при конечных температурах важно знать так называемую "магнитную массу", которая является параметром инфракрасного обрезания глюомагнитных сил и во многих случаях защищает эту теорию от инфракрасных расходимостей. Проблема магнитной массы имеет очень давнюю историю [1 – 3], однако до сих пор не решена и активно обсуждается во многих работах. Найдены многие пертурбативные оценки этого параметра [4 – 6] и считается, что он реально существует, хотя известны случаи [7, 8], когда предпочтение отдается другому (неаналитическому) поведению поляризационного оператора в инфракрасной области импульсов. Тем не менее этот параметр (т.е. $m^2_{mag} \neq 0$) широко используется сегодня во многих приложениях [9, 10] и является перспективной возможностью сделать горячую КХД самосогласованной теорией, свободной от инфракрасных расходимостей. При этом часто утверждается (начиная с работы [11]), что для горячей скалярной электродинамики и для любых других горячих абелевых теорий этот параметр должен быть равным нулю, хотя этот факт строго не доказан.

Цель этой статьи – точно вычислить магнитную массу для горячей скалярной электродинамики, используя тождества Славнова – Тейлора для температурных функций Грина. Нами представлены вычисления непертурбативных графов, определяющих графические представления фотонного поляризационного тензора, и найден ряд соотношений, которые доказывают, что непертурбативная магнитная масса для данной модели в самом деле равна нулю, как и утверждалось ранее. Более того, приведены аргументы, что этот результат также справедлив для горячей КЭД и для других абелевых теорий простой структуры (где двухпетлевые непертурбативные графы отсутствуют). Однако для горячей хромодинамики $m^2_{mag} \neq 0$, хотя аналогичные вычисления (с использованием тождеств Славнова – Тейлора) также возможны. На формальном уровне графы для поляризационного тензора в КХД имеют другие численные коэффициенты, но, конечно, настоящая причина связана с существенно отличной природой инфракрасных расходимостей в неабелевой КХД.

Скалярная электродинамика определяется известным Лагранжианом

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F^2_{\mu\nu} - |(\partial_\mu - ieA_\mu)\phi|^2 - \frac{\lambda}{4}(\phi^+\phi)^2, \tag{1}$$

где A_μ – абелево калибровочное поле и $\phi^+(\phi)$ – комплексные скалярные поля. Здесь $F_{\mu\nu}$ – стандартный тензор напряженности электромагнитного поля, а последний член в (1) необходим для перенормируемости модели. Квантовый Лагранжиан, соответствующий (1), строится обычным образом

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_{g.f.},$$
$$\mathcal{L}_{g.f} = \frac{1}{2\alpha}(\partial_\mu A_\mu)^2 + \bar{C}(\partial^2_\mu)C, \tag{2}$$

где добавлены члены, которые фиксируют калибровку совместно с введением гостовских полей.

Система уравнений для температурных функций Грина легко находится с помощью принципа стационарного действия [12] и имеет вид стандартных уравнений Швингера – Дайсона

$$D^{-1}(k_4, \mathbf{k}) = D_0^{-1}(k_4, \mathbf{k}) + \Pi(k_4, \mathbf{k}),\ G(k_4, \mathbf{k}) = G_0^{-1}(k_4, \mathbf{k}) + \Sigma(k_4, \mathbf{k}),$$

где Π и Σ – собственно энергетическая часть функции Грина фотона и гриновской функции скалярных полей, соответственно. Явное выражение для Π может быть представлено четырьмя непертурбативными графами

$-\Pi =$ (3)

где все линии и "жирные" точки соответствуют точным гриновским и вершинным функциям. "Голые" вершины имеют вид

$$\Gamma^0_{A\phi\phi^+}(k|p+k,p)_\mu = e(2p+k)_\mu$$

$$\Gamma^0_{A^2\phi\phi^+}|_{\mu\nu} = -2e\delta_{\mu\nu},\ \Gamma^0_{(\phi\phi^+)^2} = -\lambda$$

и не зависят от выбранной калибровки. Две последние функции не зависят также и от импульсов.

Для калибровки Феймана (где $\alpha = 1$) поляризационный тензор фотона поперечен

$$k_\mu \Pi_{\mu\nu}(k) = 0$$

и может быть представлен с помощью двух скалярных функций обычным образом

$$\Pi_{ij}(k_4, \mathbf{k}) = \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\right) A(k_4, \mathbf{k}) + \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2}\frac{k_4^2}{\mathbf{k}^2}\Pi_{44}(k_4, \mathbf{k})$$

$$\Pi_{i4}(k_4, \mathbf{k}) = \Pi_{4i}(k_4, \mathbf{k}) = -\frac{k_i k_4}{\mathbf{k}^2}\Pi_{44}(k_4, \mathbf{k}),\ i,j = 1,2,3. \tag{4}$$

Магнитная масса определяется как инфракрасный предел скалярной функции, фиксирующей поперечную структуру $\Pi_{ij}(k_4, \mathbf{k})$

$$m^2_{mag} = A(k_4 = 0, \mathbf{k} \to 0),$$

причем этот предел выполняется в определенной последовательности: сначала $k_4 = 0$, а затем $\mathbf{k} \to 0$. Однако в даном случае, так как $\Pi_{44}(k_4 = 0, \mathbf{k} \to 0) \neq 0$, для вычисления m^2_{mag} более удобно использовать соотношение

$$m^2_{mag} = \frac{1}{2}\sum_i \Pi_{ii}(k_4 = 0, \mathbf{k} \to 0),$$

которое напрямую следует из (4), если используется калибровка Феймана.

Основным инструментом для преобразования (3) являются точные тождества Славнова – Тейлора

$$\Gamma_{A\phi\phi^+}(0|p,p)_i = e\frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_i}$$

$$\Gamma_{A^2\phi\phi^+}(0,k|p+k,p)_{ij} = -e\frac{\partial \Gamma_{A\phi\phi^+}(k|p+k,p)_i}{\partial p_j}, \tag{5}$$

которые могут быть найдены с помощью (2) известным образом [12]. Это весьма полезные тождества, хотя они справедливы, только если один из моментов равен нулю в инфракрасном смысле и для индексов $i, j \neq 4$.

Однопетлевые и двухпетлевые непертурбативные графы в (3) сокращаются независимо. Все однопетлевые графы легко преобразуются к следующему виду

$$\Pi_{ii}^{(1)}(0) = \frac{6e^2}{\beta}\sum_{p_4}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}G(p) - \frac{e^2}{\beta}\sum_{p_4}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}(2p_i)G(p)\frac{\partial G^{-1}(p)}{\partial p_i}G(p), \tag{6}$$

если для исключения функции $\Gamma_{A\phi\phi^+}$ используется первая формула из (5). Далее на основании простого уравнения $GG^{-1} = 1$ возможны дальнейшие преобразования (6), после которых получается простое выражение

$$\Pi_{ii}^{(1)}(0) = \frac{6e^2}{\beta}\sum_{p_4}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}G(p) + \frac{e^2}{\beta}\sum_{p_4}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}(2p_i)\frac{\partial G(p)}{\partial p_i},$$

точно равное нулю, если по частям вычислить последний интеграл (опуская, как обычно, поверхностный член). Полученное выражение доказывает, что непертурбативный однопетлевой вклад в инфракрасную асимптотику m^2_{mag} для данной модели равен нулю, причем эта ситуация весьма общая и имеет место как для абелевых, так и для неабелевых теорий. Действительно, подобная ситуация с непертурбативными однопетлевыми графами известна также в горячей КХД, что, например, можно увидеть в аксиальной калибровке $A_4 = 0$ [13]. Для горячей КЭД аналогичные вычисления сразу доказывают, что $m^2_{mag} = 0$, так как точное графическое представление для фотонного поляризационного оператора в КЭД не содержит двухпетлевых непертурбативных графов [12].

Конечно, более существенная проблема возникает с вычислением двухпетлевых непертурбативных графов, которые в большинстве случаев порождают $m^2_{mag} \neq 0$. Однако для модели (1) мы в состоянии доказать, что два последних непертурбативных графа в (3) сокращают друг друга точно. Для этой цели третий граф в (3) (названный ниже G_3) преобразуется с помощью (5) к следующему виду:

$$(G_3) = \frac{2e^3}{\beta^2}\sum_{k_4,p_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}D_{ij}(k)G(p+k)\Gamma_j(k|p+k,p)\frac{\partial G(p)}{\partial p_i},$$

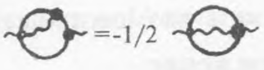
и затем в этом выражении выполняется интегрирование по частям. С точностью до поверхностного члена (ниже K-члена)

$$K = \frac{2e^3}{\beta^2}\sum_{k_4,p_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}D_{ij}(k)\left[\frac{\partial}{\partial p_i}G(p+k)\Gamma_j(k|p+k,p)G(p)\right],$$

который здесь равен нулю как обычно, мы найдем весьма простое выражение для G_3-члена:

$$G_3 = -\frac{2e^3}{\beta^2}\sum_{k_4,p_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}D_{ij}(k)\left[\frac{\partial}{\partial p_i}G(p+k)\Gamma_j(k|p+k,p)\right]G(p), \tag{7}$$

которое легко доказывает, что $m^2_{mag} = 0$. В этом легко убедиться после явного дифференцирования (7), которое приводит к точному соотношению



, (8)

и использования представления (3). Итак, магнитная масса в этой модели действительно равна нулю, если поверхностный K-член не содержит каких-либо аномалий. Обычно поверхностный член такого рода всегда равен нулю, что здесь можно явно увидеть, по крайней мере, пертурбативно. В низшем порядке (что означает для m^2_{mag} вычисление члена порядка e^4) K-член легко преобразуется к виду

$$K^{(0)} = \frac{2e^4}{\beta^2}\sum_{k_4,p_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{k^2}\left[\frac{6}{(p+k)^2p^2} - \frac{8\mathbf{p}^2+4\mathbf{pk}}{(p+k)^2p^4}\right],$$

и далее можно сразу найти, учитывая наиболее существенный (инфракрасный) вклад, что имеет место следующее равенство:

$$K^{(0)} = \frac{2e^4}{\beta^2}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\mathbf{k}^2}\left[-\frac{2}{(\mathbf{p}+\mathbf{k})^2\mathbf{p}^2} - \frac{4\mathbf{pk}}{(\mathbf{p}+\mathbf{k})^2\mathbf{p}^4}\right] = 0.$$

Подобная ситуация также воспроизводится в высших порядках теории возмущений при вычислении K-члена, хотя сами вычисления являются более громоздкими. Таким образом, можно заключить, что $K = 0$ и наш результат ($m^2_{mag} = 0$) является точно доказанным.

Для горячей КХД $m^2_{mag} \neq 0$ уже в g^4 порядке [4], хотя аналогичные вычисления также возможны, например, в аксиальной калибровке $A_4 = 0$. Все дело в двухпетлевых графах, которые в поляризационном операторе КХД определяются другими численными коэффициентами и не уничтожаются взаимно с учетом (8). Причина этого связана с существенно отличной природой инфракрасных расходимостей в КХД, которые качественно отличают абелеву КЭД от КХД.

Автор благодарен Р. Байеру за полезные обсуждения и всем коллегам Отдела теоретической физики Билефельдского университета за оказанное гостеприимство.

Исследование частично поддержано Фольксваген-фондом.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Linde A. D. Phys. Lett., **B 96**, 289 (1980).

[2] Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G. Rev. Mod. Phys., **53**, 43 (1981).

[3] Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **33**, 173 (1981).

[4] Велиев Э. Х., Калашников О. К. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 3, 32 (1986). Kalashnikov O. K. Phys. Lett., **B 279**, 367 (1992).

[5] Blaizot J., Iancu E., Parwani R. D. Phys. Rev., **D 52**, 2543 (1995).

[6] Alexanian G., Nair V. P. Phys. Lett., **B 352**, 435 (1995). Jackiw R., Pi So-Young. Phys. Lett., **B 368**, 131 (1996).

[7] Jackiw R., Templeton S. Phys. Rev., **D 23**, 2291 (1981).

[8] Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **54**, 185 (1991).

[9] Pisarski R. D. Phys. Rev., **D 47**, 5589 (1993). Flechsig F., Rebhan A. K., Shulz H. Phys. Rev., **D 52**, 2994 (1995).

[10] Rebhan A. K. Phys. Rev., **D 48**, R3967 (1993). Braaten E., Nieto A. Phys. Rev., Lett., **73**, 2402 (1994).

[11] Kalashnikov O. K., Klimov V. V. Phys. Lett., **B 95**, 423 (1980).

[12] Фрадкин Е. С. Труды ФИАН, **29**, 7 (1965).

[13] Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **39**, 337 (1984).

Поступила в редакцию 5 июня 1996 г.