УДК 573.311.33

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В УЗКОЩЕЛЕВЫХ СЛОИСТЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Е. А. Андрюшин, Л. Е. Печеник, А. П. Силин

В приближении хаотических фаз проведен расчет корреляционной энергии электронного газа высокой плотности в узкощелевых слоистых полупроводниках.

Рассмотрим слоистый полупроводник с чередующимися слоями полупроводников I и II. Диэлектрическую проницаемость обоих слоев будем считать одинаковой и равной ϵ. В дальнейшем, как и в работе [1], учтем ее дисперсию. Полупроводник I будем считать широкощелевым, причем его энергетическую щель $2\Delta_I$ будем считать большой настолько, что расщепление уровней размерного квантования в сверхрешетке из-за периодичности волнового вектора в плоскости слоя κ мало по сравнению с величиной энергетической щели второго полупроводника $2\Delta_{II}$ и разностью σ между первым возбужденным и основным уровнями. В слое II расстояние между основным и первым возбужденным уровнями размерного квантования будем считать настолько большим, что

$$\sigma >> \Delta_{II}. \tag{1}$$

Тогда на наинизшем уровне может существовать электронный газ с релятивистским двумерным законом дисперсии $E(p) = \sqrt{\Delta_{II}^2 + p^2 s^2}$, где p – двумерный импульс в направлении, параллельном слоям, s – кейновский межзонный матричный элемент (квазискорость света).

Будем считать, что

$$\sigma >> E(p_F) >> \kappa, \tag{2}$$

где p_F – импульс Ферми.

Период сверхрешетки c будем считать настолько малым, что

$$\beta = p_F c << 1. \tag{3}$$

Для простоты здесь и в дальнейшем полагаем $\hbar = 1$.

В связи с условием (3) ширина слоя II $l < c$ удовлетворяет условию

$$p_F l << 1. \tag{4}$$

В качестве структуры II могут служить системы типа рассмотренных в [2], [3].

При выполнении вышеуказанных условий (1), (2), (4) корреляционная энергия, приходящаяся на один электрон, имеет вид (см. приложение)

$$E_{corr} = \frac{1}{2\rho}\int \frac{d^2\vec{q}d\omega}{(2\pi)^3}\int\limits_0^{2\pi}\frac{dw}{2\pi}\{\ln(1 - v\bar{V}(\tilde{q},w)\Pi_{44}(q)) + v\bar{V}(\tilde{q},w)\Pi_{44}(q)\}, \tag{5}$$

где $\rho = p_F^2 v/2\pi$ – двумерная плотность электронного газа в слое, v – число долин (для общности мы рассматриваем многодолинный полупроводник), $q = (\vec{q},\omega)$ – трехмерный эвклидов вектор, $\tilde{q} = |\vec{q}|$, $\bar{V}(\tilde{q},w)$ – Фурье-образ кулоновского потенциала $V(\vec{r}) = e^2/\epsilon r$

$$\bar{V}(\tilde{q},w) = \int\int dxdye^{iq_xx+iq_yy}\sum_{m=-\infty}^{m=+\infty}e^{iwm}V(x,y,cm) = \frac{2\pi e^2}{\epsilon\tilde{q}}\,\frac{\mathrm{sh}(\tilde{q}c)}{\mathrm{ch}(\tilde{q}c)-\cos(w)}, \tag{6}$$

$\Pi_{44}(q)$ – поляризационный оператор двумерного электронного газа, формально получаемый отбрасыванием третьей компоненты трехмерного поляризационного оператора [1]:

$$\Pi_{44}(q) = 16\int\frac{d^2\vec{p}}{(2\pi)^2}\,\frac{\theta(\tilde{p}-p_F)}{2E(\tilde{p})}\,\frac{(\vec{q}\vec{p})^2 - \tilde{q}^2E(\tilde{p})^2}{(q^2)^2 - 4(\vec{p}\vec{q} - iE(\tilde{p})\omega)^2}, \tag{7}$$

где $\tilde{p} = |\vec{p}|$.

Мы рассматриваем ультрарелятивистский случай $sp_F >> \Delta_{II}$. Тогда интеграл (5) можно преобразовать к виду, более пригодному для его анализа, выполнив интегрирование по w и введя новую переменную интегрирования y:

$$E_{corr} = -\frac{p_F^3}{2\rho}\int\limits_0^{+\infty}r^2dr\int\limits_0^{\pi}\frac{\sin\theta d\theta}{2\pi^2}\int\limits_0^{D(r,\theta)}dy\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+y^2+2y\mathrm{cth}(r\beta\sin\theta)}}\right), \tag{8}$$

где

$$D(r,\theta) = -\frac{2\pi e^2}{r}\tilde{\Pi}_{44}(r,\theta) = \begin{cases} e^2\sin\theta/12r^3, & r >> 1 \\ (e^2/8r)(1-|\cos\theta|), & r << 1 \end{cases} \tag{9}$$

$\tilde{\Pi}_{44}(r,\theta)$ – поляризационный оператор, обезразмеренный делением на sp_F и зависящий от переменной $r = \sqrt{\omega^2 + s^2\tilde{q}^2}/sp_F$ и угла θ, определяемого равенством $\sin\theta = s\tilde{q}/\sqrt{s^2\tilde{q}^2+\omega^2}$.

Как видно из формул (8), (9), основной вклад в корреляционную энергию дают $1 << r << 1/\beta$, когда подкоренное выражение в (8) значительно больше 1. Вклад этих r больше вклада $r < 1$ на множитель $\ln\beta^{-1}$.

Поэтому, взяв в качестве нижнего предела интегрирования по r единицу, используя для $D(r,\theta)$ ассимптотику при $r >> 1$ и считая, что $\mathrm{cth}(r\beta\sin\theta) \approx 1/r\beta\sin\theta$, получим для корреляционной энергии:

$$E_{corr} = -\frac{e^2}{48\epsilon}\left(\frac{2\pi\rho}{v}\right)^{1/2}\ln\frac{\alpha v}{\beta} \tag{10}$$

при условиях $p_F a_x >> \alpha^{-1} > 1$, $\alpha v >> \beta = p_F c$, $\alpha = e^2/\epsilon s$.

Полученное значение корреляционной энергии больше вклада обменной энергии на множитель $\ln(\alpha v/\beta)$.

В нерелятивистском случае формула (5) дает для корреляционной энергии квазидвумерного электронного газа в подобной слоистой системе выражение [4 – 6]:

$$E_{corr} = -AE_x(na_x^3)^{1/4}, \tag{11}$$

где $E_x = 2me^4/\epsilon\hbar^2$, $A = 2^{31/4}\pi^{9/4}/5\left[\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)\right]^4 = 3,27$, $m = \Delta_{II}/s^2$, $a_x = \epsilon/2me^2$, $n = \rho/c$ – полная плотность электронов.

Учитывая, как и в работе [1] (см. также [7], [8]), частотную дисперсию, получим, что в формулах (10), (11) нужно считать, что ϵ – высокочастотная диэлектрическая проницаемость.

Таким образом, мы видим, что конечность энегретической щели и дираковский закон дисперсии изменяют характер зависимости корреляционной энергии от плотности.

Сравним теперь условия применимости используемых приближений: (сильная сжатость системы, ультрарелятивистский закон дисперсии, сильная анизотропия системы), использованные при вычислении корреляционной энергии в квазидвумерном и трехмерном случаях.

В трехмерном случае для величины r_s (среднего обезразмеренного расстояния между частицами) такими параметрами являются $\alpha/v^{1/3}$, $1/v^{4/3}$, $1/v^{1/3}$. При $\alpha v << 1$ формула

$$E_{corr} = -AE_x(na_x^3)^{1/4} \tag{12}$$

для нерелятивистского случая справедлива для $1/v^{4/3} << r_s << 1/v^{1/3}$. При $\alpha v >> 1$ формула

$$E_{corr} = -E_x\left(\frac{na_x^3}{v}\right)^{1/3}\frac{1}{8\pi^{7/3}3^{2/3}}\ln(\alpha v)$$

для релятивистского случая применима при $r_s << \alpha/v^{1/3}$, формула (12) для нерелятивистского случая применима при $\alpha/v^{1/3} << r_s << 1/v^{1/3}$.

Для слоистого полупроводника характерными параметрами являются $c/\alpha v^{3/2}a_x$, $\alpha/v^{1/2}$, $(c/a_x)^{1/2}v^{-1}$, $1/v^{1/2}$. Формула (11) для нерелятивистского случая справедлива при $\alpha/v^{1/2} << r_s$, $(c/a_x)^{1/2}v^{-1} << r_s << 1/v^{1/2}$. Формула (10) для релятивистского случая справедлива при $c/\alpha v^{3/2}a_x << r_s << \alpha/v^{1/2}$. Видно, что в релятивистском квазидвумерном случае условия накладываются менее жесткие, чем в трехмерном релятивистском случае.

Отметим также закономерности, общие для квазидвумерного и трехмерного случая. Если в нерелятивистском случае корреляционная энергия пропорциональна $n^{1/4}$, то в релятивистском случае она пропорциональна $n^{1/d}$, где d – размерность пространства, в котором движение электронов не ограничено. Характерным является наличие логарифма, который играет роль большого параметра в выражении для корреляционной энергии. Это позволяет предполагать, что подобные закономерности для корреляционной энергии электронных систем будут соблюдаться при всех условиях, указанных выше.

Приложение

Для простоты рассмотрим нерелятивистский случай. Тогда, исходя из обычной координатной диаграммной техники, видно, что по координатам x и y в слое можно провести преобразование Фурье. При этом гриновская функция, если выполняются условия (1), (2), т.е. при пренебрежении влиянием возбужденных уровней, имеет вид:

$$G(p,z,z',\omega) = \sum_m \frac{\chi_m(z)\chi_m^*(z')}{\omega - E(p) - i\delta\mathrm{sgn}(\omega - E(p))},$$

где $\chi_m(z)$ – волновая функция основного состояния в яме с координатой cm.

Рассмотрим вершину, изображенную на рис. 1. Интеграл по z при условии (4) имеет вид

$$\int dz \sum_m \sum_n \chi_m(z)\chi_m^*(z')\chi_n(z'')\chi_n^*(z)\tilde{V}(z - z''') = \sum_m \chi_m(z'')\chi_m^*(z')\tilde{V}(cm - z'''),$$

где $\tilde{V}(z) = \int\int dxdy e^{iq_x x + iq_y y} V(\vec{r}) = 2\pi e^2 e^{-\tilde{q}|z|}/\epsilon\tilde{q}$.

Таким образом, если мы будем считать петлю из гриновских функций, то в ней окажется единый индекс m у всех гриновских функций. У всех потенциалов, исходящих из

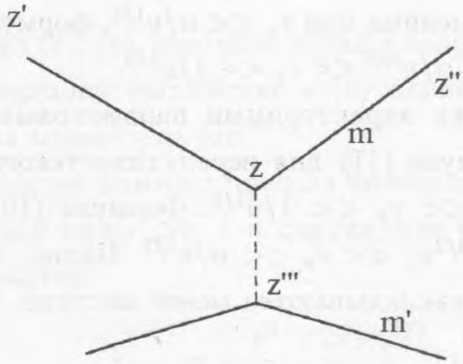

Рис. 1.

нее, тоже один из индексов будет m и все будет суммироваться по m. В этом смысле m похоже на координату (только дискретную). Применяя к ней преобразование Фурье, мы видим, что для нового импульса правила диаграммной техники остаются прежними. Таким образом, в получившейся диаграммной технике необходимо использовать двумерные гриновские функции, а следовательно, и поляризационный оператор (7) и преобразование Фурье потенциала по формуле (6). Используя вышеуказанные правила диаграммной техники, получим для корреляционной энергии формулу (5).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 96-02-16701-а) и Международного научного фонда (грант N9Z000/N9Z300).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Печеник Л. Е., Силин А. П. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 5-6, 72 (1996).

[2] Колесников А. В., Силин А. П. Письма в ЖЭТФ, **61**, 9 (1995).

[3] De Dios Leyva M., Alvarez R. P., Gondar J. L. Phys. Stat. Sol. (b), **125**, 221 (1984).

[4] Андрюшин Е. А., Силин А. П. ФТТ, **19**, 1405 (1977).

[5] Силин А. П. Труды ФИАН, **188**, 11 (1988).

[6] K e l d y s h L. V. Contemp. Phys., **27**, N 5, 395 (1986).

[7] А н д р ю ш и н Е. А., С и л и н А. П. ФТТ, **21**, N 3, 839 (1979).

[8] С и л и н А. П. Труды ФИАН, **188**, 40 (1988).

Поступила в редакцию 19 июня 1996 г.