УДК 535.951

О НОВОМ ВИДЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ

С. И. Попель[1], Минг Ю[2], В. Н. Цытович

Продемонстрирована возможность существования в пылевой плазме ударных волн, диссипация в которых обусловлена процессом зарядки пылевых частиц.

Процесс возникновения ударных волн зачастую включает в себя конкуренцию между нелинейными и диссипативными эффектами [1]. Последние связаны с механизмом затухания волн. Появление столкновительных или бесстолкновительных ударных волн при распространении ионного звука в плазме обусловлено превалирующей ролью взаимодействия частиц плазмы между собой или же взаимодействия частиц и волн [2, 3]. В пылевой плазме затухание ионно–звуковых волн может быть вызвано процессом зарядки пылинок, который, в свою очередь, связан с присутствием (из–за разности потенциалов между поверхностью пылинок и окружающей их плазмой) микроскопических токов электронов и ионов на их поверхность [4–7]. Целью настоящей работы является изучение возможности появления ударных волн в пылевой плазме, диссипация в которых обусловлена процессом зарядки пылевых частиц. Рассматриваются временные масштабы, характерные для распространения ионно–звуковых волн.

Как правило, можно считать размер пылевых частиц a много меньшим электронного дебаевского радиуса r_{De}, характерного пространственного масштаба возмущений в плазме, а также расстояния между частицами плазмы (см., например, [4]). Средний заряд пылевой частицы $q_d(x) = -Z_d e$ отрицателен и достигает достаточно больших значений (вплоть до $10^3 - 10^4$ величины заряда электрона e). Масса же пылинки очень велика ($m_i Z_d \ll m_d$, где m_i, m_d – массы ионов и пылевых частиц, соответственно), что позволяет рассматривать пылинки неподвижными, а их плотность постоянной, на временных масштабах, характерных для распространения ионного звука [6]. В отсутствие

[1]Институт динамики геосфер РАН.

[2]Институт теоретической физики I, Рурский университет, Германия.

возмущений должно также выполняться условие квазинейтральности $n_{i0} = n_{e0} + Z_{d0}n_d$, где n_i, n_e – концентрации ионов и электронов, соответственно; индекс 0 обозначает невозмущенные значения соответствующих величин.

Полагая, что изменение заряда пылинки связано лишь с присутствием микроскопических электронного и ионного токов на нее, а другими процессами (например, фотоэффектом) можно пренебречь, можно использовать следующие выражения для электронного и ионного токов на пылинку:

$$I_e \approx -\pi a^2 e \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{1/2} n_e \exp\left(\frac{eq_d}{aT_e}\right), \tag{1}$$

$$I_i = \sqrt{\frac{\pi}{2}} a^2 v_{T_i} e n_i \left[2\exp\left(-\frac{v_i^2}{2v_{T_i}^2}\right) + \sqrt{2\pi}\frac{v_{T_i}}{v_i}\left(1 + \frac{v_i^2}{v_{T_i}^2} - \frac{2eq_d}{am_i v_{T_i}^2}\right)\operatorname{erf}\left(\frac{v_i}{\sqrt{2}v_{T_i}}\right)\right], \tag{2}$$

где m_e – масса электрона; T_j, v_{T_j} – температура и тепловая скорость соответствующего сорта частиц ($j = i, e$); v_i – (гидродинамическая) скорость ионов; $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибок. Формула (1) получена в пределе "горячих" максвелловских электронов (см., например, [4]). Уравнение (2), выведенное для максвелловского распределения ионов, учитывает оба предельных случая (как "холодных" так и "горячих" ионов). Представление ионного тока в виде (2) важно, поскольку при описании ударных волн, природа которых связана с процессом зарядки пылинок, необходим учет медленных ионов со скоростями $v_i \ll v_{T_i}$. Это вызвано тем, что предел "холодных" ионов ($T_i = 0$), используемый для описания ионно–звуковых волн, неприменим при рассмотрении процесса зарядки пылинок. Итак, эволюция среднего заряда неподвижных пылинок подчиняется следующему уравнению [4–7]:

$$\partial_t q_d = I_e(q_d) + I_i(q_d). \tag{3}$$

Рассмотрим квазистационарную волну, движущуюся со скоростью V ($v_{T_i} \ll V \ll v_{T_e}$) вдоль некоторого направления, которое будем характеризовать осью Ox. Все параметры в волне зависят только от переменной $\zeta = x - Vt$. Предположим также, что $v_i \gg v_{T_i}$. Ионы и электроны, попадающие на пылинку, рекомбинируют, образуя нейтральные атомы, которые впоследствии снова ионизуются в плазме, тем самым приводя к сохранению числа ионов и электронов. Это позволяет нам использовать гидродинамические уравнения (в частности, уравнение непрерывности) для описания волновых движений. Из гидродинамических уравнений (Эйлера и непрерывности), описывающих движение ионов, получаем:

$$n_i = M n_{i0}\left(M^2 - 2\varphi\right)^{-1/2}, \tag{4}$$

$$v_i = c_s(M - \sqrt{M^2 - 2\varphi}), \tag{5}$$

где $\varphi = e\psi/T_e$, $M = V/c_s$, $\xi = \zeta/r_{De}$, ψ – электростатический потенциал нелинейной волны, $c_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ – ионно–звуковая скорость. Из уравнения Пуассона находим:

$$d_\xi^2\varphi = \exp(\varphi) + \left(1 + \frac{\delta z}{z_0}\right) Z_{d0} d - \frac{M(1 + Z_{d0}d)}{\sqrt{M^2 - 2\varphi}}, \tag{6}$$

где $d = n_{d0}/n_{e0}$, $z_0 = Z_{d0}e^2/aT_e$. Динамика изменения заряда пылинки подчиняется уравнению, которое приводится здесь для безразмерной функции $\delta z = -e\delta q_d/aT_e$:

$$d_\xi \delta z = j \equiv \frac{A}{\sqrt{M^2 - 2\varphi}}\left[\sqrt{\frac{2}{\pi}}\exp\left(-\gamma^2\right) + \left(\frac{1 + 2\gamma^2}{\sqrt{2}\gamma} + \frac{\sqrt{2}(z_0 + \delta z)T_e}{\gamma T_i}\right)\operatorname{erf}(\gamma)\right]$$

$$- \sqrt{\frac{8}{\pi}}\frac{A}{M}\left(1 + z_0\frac{T_e}{T_i}\right)\exp\left(\varphi - \delta z\right), \tag{7}$$

где $A = a[(1 + Z_{d0}d)/4r_{De}](T_i/T_e)^{1/2}$, $\gamma = [M - (M^2 - 2\varphi)^{1/2}](T_e/2T_i)^{1/2}$. При его выводе были использованы (1)–(3). Следует отметить, что j – нормализованная плотность тока на пылинку. Из (6) и (7) видно, что все решения должны удовлетворять условию $\varphi \leq M^2/2$.

Ударной волне соответствует решение системы уравнений (6) и (7), имеющее два различных асимптотических значения φ при $\xi \to \pm\infty$, причем все производные φ по ξ при $\xi \to \pm\infty$ должны обращаться в нуль. Итак, при $\xi \to \pm\infty$ должны выполняться следующие условия:

$$\delta z = f_1(\varphi) \equiv -z_0 + \frac{z_0}{Z_{d0}d}\left[\frac{M(1+Z_{d0}d)}{\sqrt{M^2-2\varphi}} - \exp(\varphi)\right], \quad j = 0. \tag{8}$$

Система уравнений (8) имеет два различных решения: $\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_A$ лишь если выполнено условие

$$M^2 > M_0^2 \equiv \left(1 + \frac{1+Z_{d0}d}{Z_{d0}d} z_0 G\right)\left(\frac{z_0 G}{1+Z_{d0}d}\right)^{-1}, \tag{9}$$

где $G = (1 + z_0 T_e/T_i)/[1 + (z_0 + 1)T_e/T_i]$. Следует отметить, что M_0 подчиняется следующим неравенствам: $1 < M_0^2 < 1 + Z_{d0}d$. Вычисление φ_A для следующих параметров:

$Z_{d0}d = 2$, $T_e/T_i = 10$, $a/r_{De} = 0,01$, $M = 1,7$ дает $\varphi_A \approx 0,935$. Итак, выполнение неравенства (8) является необходимым условием существования ударной волны в рассматриваемой ситуации.

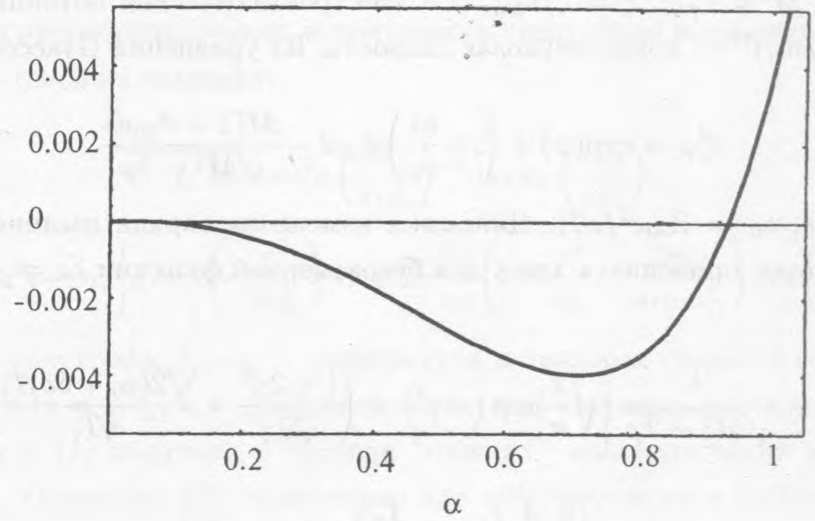

Рис. 1. *Зависимость j от φ при $Z_{d0}d = 2$, $T_e/T_i = 10$, $\alpha/\lambda_D = 0,01$, $M = 1,7$. Решениями уравнения $j = 0$ являются $\varphi = 0$ и $\varphi = \varphi_A \approx 0,935$.*

Пренебрежем второй производной $d_\xi^2\varphi$ в (6). Как будет видно из дальнейшего, такой шаг является оправданным для достаточно интенсивных волн. В этом случае из системы уравнений (6), (7) следует уравнение

$$d_\varphi\xi = \frac{1}{j}d_\varphi\delta z = \frac{z_0}{Z_{d0}jd}\left[\frac{(1+Z_{d0}d)M}{(M^2-2\varphi)^{3/2}} - \exp(\varphi)\right]. \tag{10}$$

Его анализ (с учетом того, что при $0 < \varphi < \varphi_A$ функция j отрицательна (см. рис. 1)) показывает, что решение этого уравнения для всей области $-\infty < \xi < +\infty$ существует лишь при

$$M^2 \le 1 + Z_{d0}d. \tag{11}$$

В этом случае значение $\delta z = \delta z_A$, соответствующее $\varphi = \varphi_A$, положительно, а решение $\varphi(\xi)$ представляет собой убывающую функцию с асимптотическими значениями $\varphi \to \varphi_A > 0$ при $\xi \to -\infty$ и $\varphi \to 0$ при $\xi \to +\infty$. На рис. 2 представлен профиль потенциала, удовлетворяющий уравнению (10). Учитывая, что $j < 0$ в интересующей нас области, аналогичный профиль может быть получен для нормализованного возмущения δz заряда пылинки в волне.

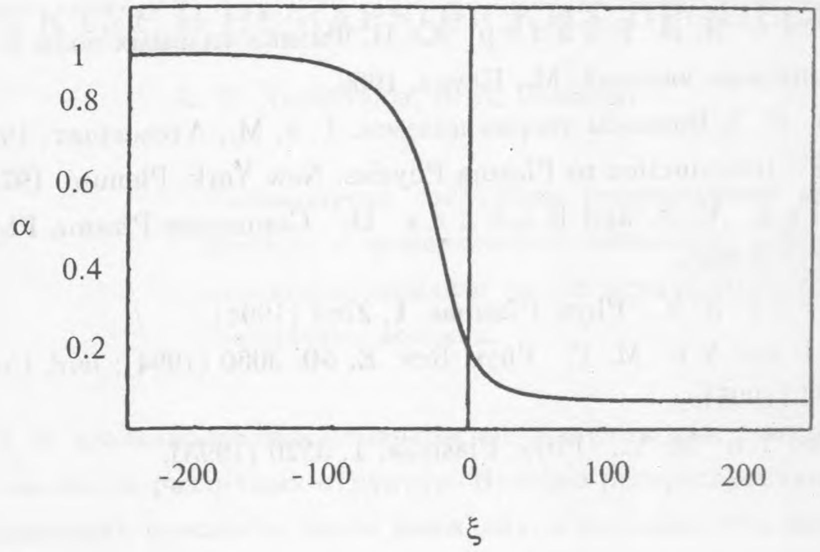

Рис. 2. *Профиль потенциала $\varphi(\xi)$ в нелинейной волне для параметров задачи, совпадающих с параметрами рис. 1.*

Пренебрежение второй производной d_ξ^2 в уравнении (6) подразумевает выполнение условия квазинейтральности в волне. Для волн с амплитудой φ_A порядка единицы (или же превышающей ее) такой шаг является оправданным, если ширина фронта ударной волны $\Delta\xi$ значительно превосходит единицу. Для волны, изображенной на рис. 2, это условие выполнено с большим запасом ($\Delta\xi \sim 100 \gg 1$).

Итак, решения в виде ударных волн типа, изображенных на рис. 2, существуют в области чисел Маха, подчиняющихся одновременно неравенствам (9) и (11). Амплитуда ударной волны φ_A – возрастающая функция M. Ее максимальное значение соответствует $M^2 = 1 + Z_{d0}d$ и по порядку величины равно $\varphi_A|_{\max} \sim (1+Z_{d0}d)/2$. Диссипация в волне обусловлена процессом зарядки пылинок [4], тогда как процессы столкновений электронов и ионов в плазме на нее не влияют. Такая ситуация оказывается возможной благодаря тому, что характерная частота зарядки пылинок $\nu_q = \omega_{pi}^2 a(1 + z_0 + T_i/T_e)/\sqrt{2\pi}v_{T_i}$, где ω_{pi} – ионная плазменная частота, всегда значительно больше частоты столкновений между ионами и часто превосходит электрон–электронную и электрон-ионную частоты столкновений [4].

Данная работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16456-а).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных волновых явлений. М., Наука, 1966.

[2] Сагдеев Р. З. Вопросы теории плазмы. Т. 4, М., Атомиздат, 1964, с. 20.

[3] Chen F. F., Introduction to Plasma Physics. New York, Plenum, 1974, Chap. 8.

[4] Tsytovich V. N. and Havnes O. Comments Plasma Phys. Controlled Fusion, **15**, 267 (1993).

[5] Vladimirov S. V. Phys. Plasmas, **1**, 2762 (1994).

[6] Popel S. I. and Yu M. Y. Phys. Rev. E, **50**, 3060 (1994); *ibid*, Contrib. Plasma Phys., **35**, 103 (1995).

[7] Ma J. X. and Yu M. Y., Phys. Plasmas, **1**, 3520 (1995).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 19 сентября 1996 г.