

УДК 533.951

## ДВУМЕРНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВЕЙБЕЛЕВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛАЗМЫ В МОДЕЛИ ВЭАГ

В. Ю. Быченков, В. Н. Новиков

*На основе численного решения системы двумерных уравнений вихревой электронной анизотропной гидродинамики (ВЭАГ) изучена нелинейная эволюция вейбелевской неустойчивости плазмы с анизотропным давлением. Показано, что такая эволюция сопровождается формированием резко анизотропного спектра магнитных пульсаций, характеризующегося преимущественным их распространением в направлении оптимальной раскачки неустойчивости, формированием спадающего в коротковолновую область спектра энергии и средней магнитной энергией на уровне 0,1 от тепловой энергии плазмы. Сопоставление полученных результатов ВЭАГ с кинетическим двумерным численным моделированием методом частица в ячейке показывает их хорошее соответствие.*

Под действием коротких импульсов жесткого, рентгеновского или лазерного излучения, проходящих через вещество, за счет ионизации создается плазма, которая оказывается неравновесной вследствие анизотропии энергетического распределения свободных электронов. Такая анизотропия, обусловленная комптон-эффектом (жесткое излучение), фотоэффектом (рентгеновское излучение) [1, 2] и многофотонной или туннельной ионизацией (лазерное излучение) [3, 4, 5], приводит к развитию электромагнитной неустойчивости вейбелевского типа. Исследование нелинейной бесстолкновительной эволюции неравновесной плазмы с анизотропным распределением электронов по скоростям ведется как на основе кинетических расчетов [6, 7, 8, 9], так и численного решения уравнений ВЭАГ [10, 11], предложенных в работах [12, 13].

В работе [10] было установлено, что модель ВЭАГ хорошо описывает релаксацию вейбелевской неустойчивости в одномерном случае. Это позволяло надеяться на более продуктивное использование модели ВЭАГ вместо более сложной кинетической модели, основанной на уравнениях Власова-Максвелла. Однако, чтобы достаточно убедительно подтвердить эту точку зрения, представляется необходимым сопоставление этих двух подходов в более общей неодномерной постановке задачи, что и реализовано в настоящей работе.

Ниже мы применяем модель ВЭАГ для описания нелинейной стадии эволюции вейбелевской плазмы в двумерном случае. На основе сопоставления полученных результатов с кинетическими расчетами установлено, что уровень насыщения магнитных пульсаций и их спектральное и угловое распределение в модели ВЭАГ удовлетворительно согласуются с кинетической моделью. Тем самым демонстрируется возможность использования достаточно простого подхода для описания нелинейной стадии вейбелевской неустойчивости вместо сложных и требующих больших ресурсов кинетических расчетов. Кроме того, использование гидродинамического описания позволяет более наглядно представить физические явления, протекающие в вейбелевской плазме.

В [12, 13] для описания вихревых квазистатических электронных течений в анизотропной плазме была сформулирована теоретическая модель ВЭАГ, основу которой составляет следующая система уравнений для квазистатического магнитного поля  $\mathbf{B}$  и тензора напряжений  $\hat{P}$ :

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{B} - \Delta\mathbf{B}) - (\mathbf{B} - \Delta\mathbf{B}, \nabla)\text{rot}\mathbf{B} = -\text{rot}\nabla\hat{P}, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{P} + \{(\hat{P}\nabla)\text{rot}\mathbf{B}\} = \{[\hat{P}\mathbf{B}]\}, \quad (2)$$

обладающая интегралом движения

$$\det\hat{P} = \text{const} \quad (3)$$

и интегралом энергии

$$\int dr(\mathbf{B}^2 + Sp\hat{P} + (\text{rot}\mathbf{B})^2) = \text{const}. \quad (4)$$

Соотношения (1) – (4) записаны в безразмерных переменных: магнитное поле, компоненты тензора напряжений, координаты и время даются в единицах  $\sqrt{4\pi P_{\parallel}}$ ,  $P_{\parallel}$ ,  $c/\omega_p$  и  $c/\omega_p\sqrt{P_{\parallel}mn}$ , где  $c$  – скорость света,  $\omega_p$  – электронная плазменная частота,  $m$  и  $n$  –

масса и плотность электронов. Здесь предполагается, что исходное состояние плазмы характеризуется тензором напряжений  $P_{ij} = P_{\parallel}n_in_j + P_{\perp}(\delta_{ij} - n_in_j)$ , где  $\mathbf{n}$  - единичный вектор анизотропии давления и для определенности считается  $P_{\parallel} > P_{\perp}$ ; фигурные скобки означают симметризацию тензоров  $\{A_{ij}\} = A_{ij} + A_{ji}$ ,  $[\hat{P}\mathbf{B}]$  - тензор с компонентами  $[\hat{P}\mathbf{B}]_{ij} = \epsilon_{ikl}P_{jk}B_l$ ,  $\nabla\hat{P}$  - вектор с компонентами  $(\nabla\hat{P})_i = \partial P_{ij}/\partial x_j$ ,  $(\hat{P}\nabla)\mathbf{A}$  - тензор с компонентами  $((\hat{P}\nabla)\mathbf{A})_{ij} = P_{il}\partial A_j/\partial x_l$ ;  $d/dt = \partial/\partial t + (\text{rot}\mathbf{B}, \nabla)$ . Система (1), (2) полученная из уравнений электронной гидродинамики, в линейном приближении описывает неустойчивость Вейбеля [14] с характерным инкрементом  $\omega_p c^{-1} \sqrt{P_{\parallel}/m\mathbf{n}}$  и пространственным масштабом  $c/\omega_p$ .

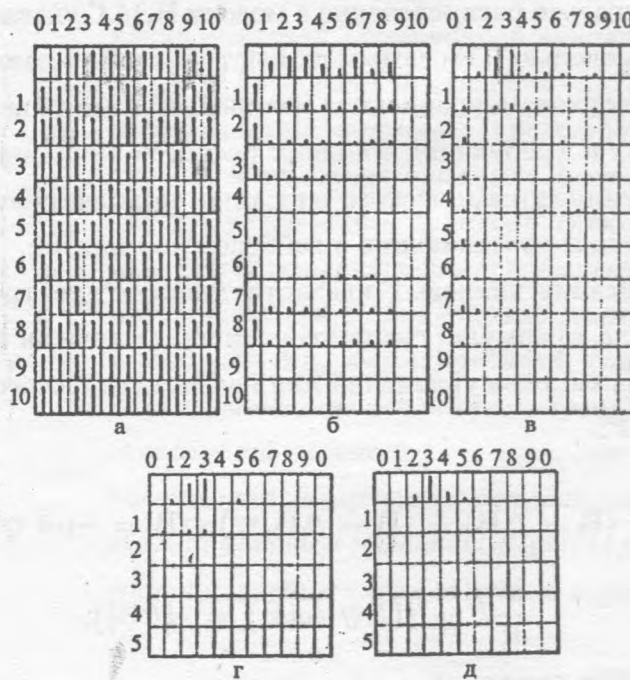


Рис. 1. Спектр энергии магнитного поля в различные моменты времени для  $a = 10$ : а)  $t = 0$ , б)  $t = 0.8$ , в)  $t = 2.8$ , г)  $t = 4.8$ , д)  $t = 13$ . По горизонтальной и вертикальной осям отложены номера пространственных гармоник в направлениях  $x$  и  $z$ . Амплитуды гармоник показаны вертикальными столбиками, высота которых нормирована на магнитную энергию наиболее интенсивной моды.

Система уравнений (1), (2) решалась численно в двумерном случае, характеризующем зависимостью всех величин от координат  $x$  и  $z$ , когда магнитное поле имело только



$y$ -компоненту, а тензор напряжений  $xx$ -,  $xz$ -,  $zz$ -компоненты. Использовались периодические граничные условия для области размером  $4\pi \times 4\pi$ . В начальный момент времени полагалось:  $P_{zz} = 1$ ,  $P_{zz}/P_{xx} = \text{const} \equiv a$ ,  $P_{xz} = 0$ , а начальное магнитное поле задавалось в виде пространственно-периодического возмущения, представленного суммой десяти пространственных гармоник как по  $x$ , так и по  $z$  координате, равномерно распределенных по фазе и имевших равные амплитуды  $B_0 = 10^{-3}$ , что моделировало исходное "шумовое" магнитное поле (рис. 1а). При решении уравнений (1), (2) применялся спектральный метод, основанный на их сведении к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для коэффициентов двумерных рядов Фурье для магнитного поля и компонент тензора напряжений. В расчетах контролировалось сохранение интегралов (3), (4), изменение которых на временах счета не превышало (1-3)%.

Результаты расчетов показали, что вначале нарастание магнитного поля происходит экспоненциально с инкрементом, отвечающим линейной теории вейбелевской неустойчивости. Для принятого интервала  $4\pi$  и  $a = 10$  третья и четвертая гармоники соответствуют области максимального инкремента. Именно их преимущественное нарастание наблюдалось на линейной стадии неустойчивости, причем в соответствии с линейной теорией преимущественно в направлении  $x$ . Как и в одномерных расчетах [10], начальная стадия нелинейной эволюции неустойчивости характеризуется генерацией высших пространственных гармоник (рис. 1б) магнитного поля. После чего начинается перекачка энергии магнитного поля в длинноволновую область и обострение углового распределения (рис. 1в, г). Рис. 1г отвечает практически одномерному спектру длинноволновых магнитных пульсаций, сформировавшемуся к моменту времени  $t \simeq 10$ . С этого момента времени прекращается нарастание полной энергии магнитного поля, изменение которой демонстрируется на рис. 2, и эволюция носит одномерный характер. Такая эволюция ( $t > 16$ ) моделировалась одномерной ВЭАГ, приводящей к осцилляциям магнитной энергии около определенного значения на уровне  $\approx 10\%$  от тепловой энергии плазмы (пунктир на рис. 2). Это значение при достаточно большой начальной анизотропии энергии электронов  $a \gg 1$  практически от нее не зависит [10]. Причиной стабилизации неустойчивости является частичная изотропизация плазмы, сопровождающаяся увеличением поперечной тепловой энергии ( $P_{xx}$ ), уменьшением продольной энергии ( $P_{zz}$ ) и появлением косога давления ( $P_{xz}$ ).

Полученные результаты хорошо воспроизводят двумерные кинетические расчеты методом частица в ячейке [6]. Сравнение рис. 1 с рис. 6 работы [6] для спектров энергии магнитного поля демонстрирует их соответствие друг другу. Уровень насыщения

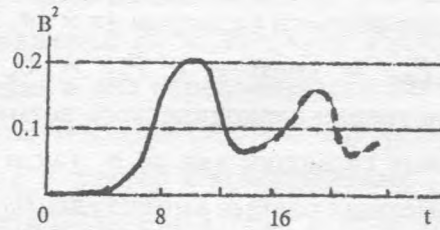


Рис. 2. Эволюция средней по пространству магнитной энергии для  $a = 10$ .

магнитной энергии и время его установления также близки к полученным в кинетических расчетах. Так же как и в кинетических расчетах [6], уровень средней магнитной энергии в двумерном случае оказывается несколько выше, чем в одномерном случае (в пределах 30%).

Таким образом, проведенное численное решение системы двумерных уравнений ВЭАГ продемонстрировало хорошее соответствие численному моделированию с помощью системы уравнений Власова–Максвелла, что позволяет использовать модель ВЭАГ вместо существенно более сложной кинетической модели. Проведенное исследование также подтвердило, что одномерная модель ВЭАГ [10, 11] качественно описывает эволюцию вейбелсовской неустойчивости. Результаты проведенного моделирования позволяют надеяться на возможность эффективного использования предложенной модели для различных задач вихревой динамики вейбелсовской плазмы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Быченков В. Ю., Романов А. Ю., Силин В. П., Тихончук В. Т. Физика плазмы, **18**, 869 (1992).
- [2] Bychenkov V. Yu., Romanov A. Yu., Silin V. P. et al., Proc. Int. School Plasma Phys. "Piero Caldirola". Varenna, Italy, Sept. 7-19, 1991.
- [3] Corkum P. B., Burnett N. H., Brunell F. Phys. Rev. Lett., **63**, 1259 (1989).
- [4] Burnett N. H., Corkum P. B. J. Opt. Soc. Am., B., **6**, 1195 (1989).
- [5] Bychenkov V. Yu., Tikhonchuk V. T. Laser Physics, **2**, 525 (1992).

- [6] Morse R. L., Nielson C. W. Phys. Fluids, **14**, 830 (1971).
- [7] Davidson R. C., Hammer D. A., Haber L., Wagner C. E. Phys. Fluids, **15**, 317 (1972).
- [8] Быченков В. Ю., Новиков В. Н., Силин В. П., Тихончук В. Т. Физика плазмы, **17**, 463 (1991).
- [9] Wallace J. M., Brackbill J. U., Cranfill C. W. et al., Phys. Fluids, **30**, 1085 (1987).
- [10] Быченков В. Ю., Новиков В. Н., Силин В. П. Физика плазмы, **17**, 830 (1991).
- [11] Быченков В. Ю., Новиков В. Н., Силин В. П., Тихончук В. Т. Физика плазмы, **18**, 1584 (1992).
- [12] Быченков В. Ю., Силин В. П., Тихончук В. Т. Физика плазмы, **15**, 706 (1989).
- [13] Быченков В. Ю., Силин В. П., Тихончук В. Т. ЖЭТФ, **98**, 1269 (1990).
- [14] Weibel E. W. Phys. Rev. Lett., **2**, 83 (1959).

Поступила в редакцию 23 декабря 1994 г.