

УДК

ОБ УСКОРЕНИИ СГУСТКА ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЕ

Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, С. В. Кузнецов

Исследована зависимость энергетического спектра ускоренных в плазменной волне электронов от длины ускорения. Показано, что при увеличении длины ускорения возрастает энергия ускоренных частиц, но уменьшается их число. Определена оптимальная длина ускорения, при которой полная энергия группы ускоренных электронов максимальна.

Возможность использования волн плотности заряда (плазменных волн) для ускорения заряженных частиц давно привлекает внимание исследователей [1 – 3]. В последние годы этот метод ускорения электронов активно изучается применительно к плазменным волнам, возбуждаемым лазерным импульсом в разреженной плазме и имеющим фазовые скорости, близкие к скорости света [4 – 6]. Именно в таких волнах достигнуты рекордные напряженности ускоряющих электрических полей, превышающих 1 ГВ/м [7 – 12].

Различные аспекты ускорения электронов в быстрых плазменных волнах рассматривались в ряде теоретических работ (захват частиц [13]; влияние радиальных полей [13, 14], условий инжекции [15], неоднородности плазмы [15]). Однако инжектируемый сгусток электронов имеет размеры, сравнимые или превышающие длину плазменной волны [11, 12] и при исследовании процесса ускорения нужно рассматривать динамику ансамбля электронов. Обычно такая задача решается численно [17 – 19]. Аналитическая теория развита для плазменных волн малой амплитуды [20], в поле которых частицы слабо изменяют свою начальную энергию.

В данной работе на примере плазменной волны трапецевидной формы рассмотрена эволюция энергетического спектра ускоренных электронов в зависимости от длины

ускорения. Показано, что с увеличением длины ускорения возрастает энергия ускоренных электронов, но уменьшается их число. Найдена оптимальная длина ускорения, при которой полная энергия группы наиболее быстрых электронов максимальна. Численные расчеты показали, что подобный эффект имеет место и для плазменных волн гармонической формы.

Рассмотрим плазменную волну, распространяющуюся вдоль оси Oz с фазовой скоростью v близкой к скорости света c . Предположим, что в момент времени $t = 0$ в область пространства с размером порядка длины плазменной волны λ_p и расположенную в окрестности начала координат $z = 0$ инжектируется сгусток электронов со скоростями близкими к v . Двигаясь вместе с волной, электроны ускоряются ее полем. Нас интересует распределение электронов по энергии в некоторой точке $z = L$, удаленной от области инжекции на расстояние большое по сравнению с λ_p .

Ограничимся рассмотрением наиболее простого случая ускорения первоначально моноэнергетического электронного сгустка (начальный импульс p_0 всех электронов равен p_b), имеющего длину l и погонную плотность $\rho(z_0)$, где z_0 — начальная координата электронов. Уравнения движения определяют координату $z = z(p_b, z_0, t)$ и импульс $p = p(p_b, z_0, t)$ электрона через начальные значения z_0 и p_b . Положив $z = L$, найдем из выражения для траектории время прихода электрона в точку регистрации $t_L(z_0, p_b)$. Подставив t_L в выражение для импульса и определив затем энергию $\epsilon = c\sqrt{m^2c^2 + p_L^2}$, установим связь между энергией регистрируемого электрона ϵ и его начальной координатой z_0 . В интересующем нас случае ускорения частиц, не захваченных в плазменную волну, связь между ϵ и z_0 является однозначной и интервалу $\Delta\epsilon$ отвечает единственный интервал Δz_0 . Из закона сохранения полного числа электронов в сгустке следует выражение для энергетического спектра:

$$n(\epsilon) = \rho[z_0(\epsilon)] [\theta(z_0(\epsilon)) - \theta(z_0(\epsilon) - l)] \frac{dz_0(\epsilon)}{d\epsilon}. \quad (1)$$

Для нахождения траектории электрона воспользуемся законом сохранения энергии в системе координат, движущейся вместе с волной,

$$mc^2\gamma' + e\varphi'(z') = mc^2\gamma'_0 + e\varphi'(z'_0), \quad (2)$$

где $\gamma' = (1 - v'^2/c^2)^{-1/2}$; $\gamma'_0 = (1 - v_0'^2/c^2)^{-1/2}$; $\varphi'(z')$ — потенциал волны; z'_0 , v_0' — начальные координаты и скорости частиц в движущейся системе. Из соотношения (2) следует связь между координатой электрона z' и временем t'

$$c(t' - t'_0) = \int_{z'_0}^{z'} d\xi \left\{ 1 - \left[\frac{e}{mc^2} (\varphi'(z'_0) - \varphi'(\xi)) + \gamma'_0 \right]^{-2} \right\}^{-1/2}, \quad (3)$$

где t'_0 – момент инжекции электрона.

Для электронов, инжектируемых со скоростью, равной скорости волны, $v'_0 = 0$ и $\gamma'_0 = 1$. Перейдем в формуле (3) к лабораторной системе координат и рассмотрим точку $z = L$:

$$z'_0 = \gamma z_0, \quad z' = \gamma(L - vt_L), \quad t' = \gamma \left(t_L - \frac{v}{c^2} L \right), \quad t'_0 = -\frac{vz_0}{c^2} \gamma, \quad (4)$$

где $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. В результате найдем неявную связь между t_L и z_0 :

$$t_L - \frac{v}{c^2}(L - z_0) = \frac{mc}{\gamma e} \int_1^g dx \cdot x [\sqrt{x^2 - 1} (\partial \varphi'(\xi) / \partial \xi)_{\xi=x}]^{-1}, \quad (5)$$

где

$$g = 1 + \frac{e}{mc^2} \{ \varphi'[\gamma(L - vt_L)] - \varphi'(\gamma z_0) \}. \quad (6)$$

В лабораторной системе координат энергия регистрируемой частицы выражается через функцию (6)

$$\epsilon = \epsilon_0 \left\{ 1 + g + \frac{v}{c} g \sqrt{1 + \frac{2}{g}} \right\}, \quad (7)$$

где $\epsilon_0 = mc^2 \gamma$ – энергия инжектируемых электронов.

Таким образом, задав потенциал волны $\varphi'(z')$, можно из формулы (5) определить $t_L(z_0)$ и затем по формуле (7) найти зависимость $\epsilon(z_0)$, которая даст возможность рассчитать энергетический спектр ускоренных электронов.

Аналитические расчеты наиболее просто произвести для плазменной волны трапецевидной формы (рис. 1)

$$\varphi'(z') = \begin{cases} -E_0 z' & \text{при } 0 < z' < a' \\ -E_0 a' & \text{при } a' < z' < a' + b' \\ -E_0(2a' + b' - z') & \text{при } a' + b' < z' < 2a' + b' \\ 0 & \text{при } 2a' + b' < z' < 2(a' + b'), \end{cases} \quad (8)$$

где E_0 есть постоянная напряженность электрического поля, которая не изменяется при переходе в лабораторную систему координат, a' и b' – соответственно размеры областей

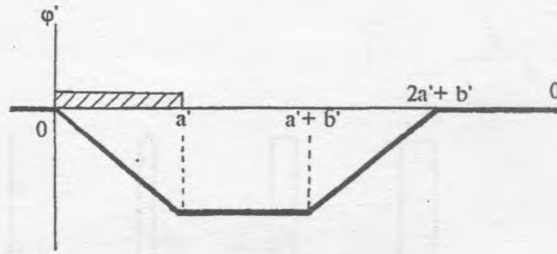


Рис. 1. Форма потенциала $\varphi'(z')$ в плазменной волне. Заштрихована область инжекции сгустка электронов.

с постоянным и нулевым электрическими полями. Имея в виду исследование только ускоряемых электронов, примем, что сгусток инжектируется в область $0 < z' < a'$ и $a' = \gamma l$, где l – размер сгустка в неподвижной системе.

Из формул (5) – (7) следует, что в процессе ускорения возникают две группы электронов (рис. 2). Группа наиболее быстрых электронов набирает энергию на всей длине ускорения и для них зависимость имеет вид:

$$z_0 = L + (\epsilon_0 - \epsilon) / |e|E_0. \quad (9)$$

Вторую группу составляют электроны, которые входят из ускоряющего поля до того, как они достигнут точки L . Для них зависимость имеет вид:

$$z_0 = l + \frac{mc^2}{\gamma|e|E_0} - \frac{1}{|e|E_0} \left(\epsilon - \frac{v}{c} \sqrt{\epsilon^2 - m^2c^4} \right). \quad (10)$$

Для однородного инжектируемого сгустка, согласно формулам (9) и (10), энергетический спектр имеет вид:

$$\frac{n(\epsilon)}{(\rho/|e|E_0)} = \begin{cases} 1 & \text{при } \epsilon_1 < \epsilon < \epsilon_m \\ 1 - \frac{v}{c} \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 - m^2c^4}} & \text{при } \epsilon_0 < \epsilon < \epsilon_1, \end{cases} \quad (11)$$

где $\epsilon_m = \epsilon_0 + |e|E_0L$, $\epsilon_1 = \{[(L - l)|e|E_0\frac{c}{v} + \epsilon_0\frac{v}{c}]^2 + m^2c^4\}^{1/2}$. С помощью формулы (11) легко убедиться, что полное число электронов в сгустке сохраняется и равно ρl .

На рис. 2 показана функция (11) для четырех длин ускорения L при $\frac{v}{c} = 0,9$, $(|e|E_0l/mc^2) = 0,5$. Видно, что с увеличением длины ускорения возрастает максимальная энергия электронов, но уменьшается число электронов первой группы и разброс их энергий $\Delta\epsilon = \epsilon_m - \epsilon_1$. При длине

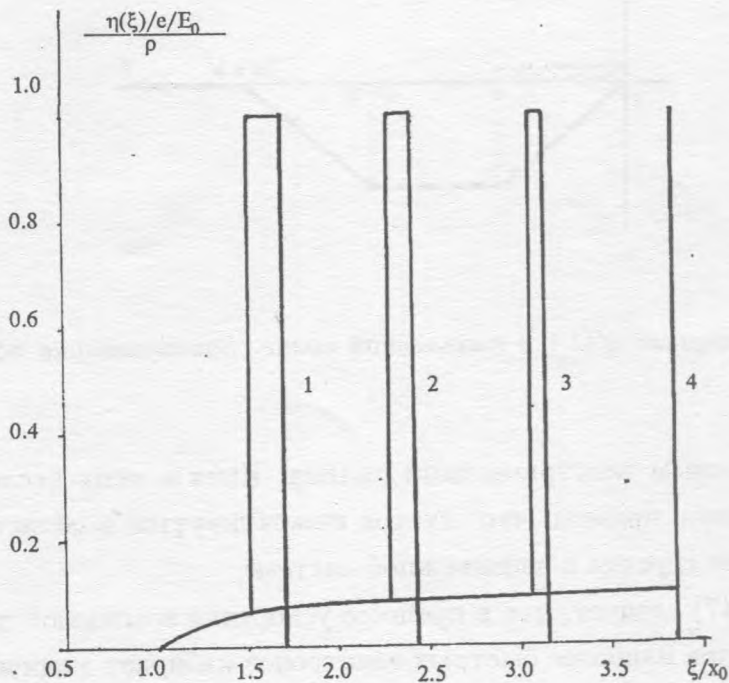


Рис. 2. Энергетический спектр электронов для четырех длин ускорения ($\frac{v}{c} = 0,9$; $\frac{|e|E_0 l}{mc^2} = 0,5$). Кривые 1 - 4 соответствуют $L = (0,25; 0,5; 0,75; 1)L_m$.

$$L_m = \gamma^2 l \left\{ 1 + \frac{v}{c} \sqrt{1 + \frac{2mc^2}{|e|E_0 \gamma l}} \right\} \quad (12)$$

как ширина интервала $\Delta\epsilon$, так и число электронов в этой группе обращаются в нуль. При этом максимальная энергия достигает значения

$$\epsilon_{mm} = mc^2 \gamma + |e|E_0 L_m, \quad (13)$$

которое отвечает оценкам, используемым во многих работах [21]. При выполнении неравенства $|e|E_0 \gamma l > 2mc^2$ длина приблизительно равна $2\gamma^2 l$, что также совпадает с результатом работы [2] для ультрарелятивистских электронов и согласуется с оценками длины ускорения в плазменной волне [21].

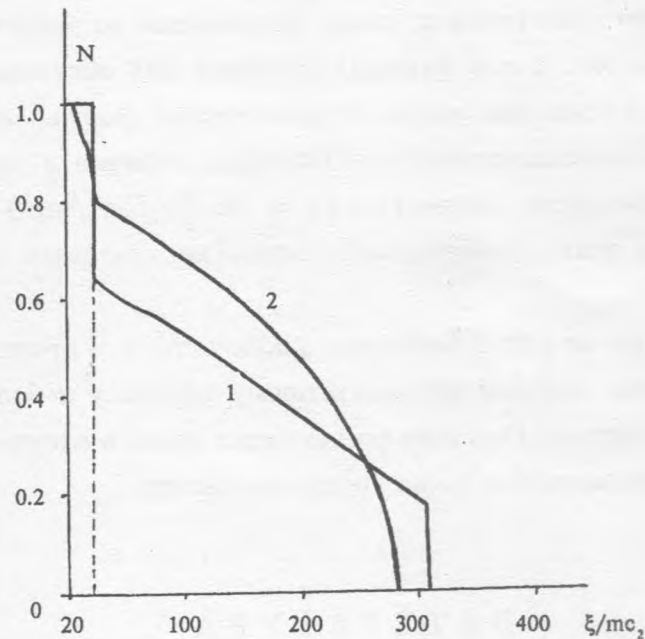


Рис. 3. Число электронов с энергией больше ϵ при длине ускорения $L_m/2$. Кривые 1 и 2 соответствуют трапецевидной и гармонической формам плазменных волн.

С точки зрения последующих экспериментов с ускоренными электронами интерес представляет не только их энергия, но и их число. Если считать, что оптимальным является условие максимума полной энергии ускоренных электронов в первой группе, то с помощью выражения (11) легко найти соответствующую оптимальную длину ускорения $L_{opt} = L_m/2$. Полная энергия ускоренных электронов при этом равна $l\rho[mc^2\gamma + \frac{1}{2}|e|E_0(l\gamma^2)]$ и их разброс по энергии составляет $\Delta\epsilon/\epsilon_m \simeq \gamma^{-2}$.

Таким образом, максимальная полная энергия группы наиболее энергичных электронов достигается не при длине L_m , которую обычно рассматривают как длину ускорения, а при $L_m/2$, когда с одной стороны электроны уже имеют значительную энергию (приблизительно $\epsilon_{mm}/2$), а с другой стороны число их еще остается значительным ($\sim \rho l/2$).

Полученные выше выводы остаются справедливыми и для плазменных волн, имеющих форму, отличную от (11). Чтобы показать это, мы рассмотрели функцию

$$N(\epsilon) = \int_{\epsilon}^{\epsilon_m} d\epsilon' n(\epsilon'), \quad (14)$$

характеризующую число электронов сгустка, ускоренных до энергии выше некоего заданного значения ϵ . На рис. 3 эта функция показана для обсуждавшейся выше трапецевидной волны, а также для волны гармонической формы, амплитуда и длина которой совпадают со значениями соответствующих величин в трапецевидной волне. Используемые в расчетах параметры ($\gamma = 20$; $(|e|E_0\gamma l/mc^2) = 9,0$; $L = L_m/2$) отвечают кильватерной волне, возбуждаемой коротким лазерным импульсом в разреженной плазме [22].

Сопоставление кривых на рис. 3 позволяет заключить, что процесс ускорения в случае гармонической волны подобен рассмотренному процессу в более простом случае волны трапецевидной формы. Отличие заключается лишь в отсутствии резкой границы между двумя обсуждавшимися выше группами частиц.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] F a i n b e r g Y a., Proc. Symp. CERN, **1**, 84 (1956); Атом. Энергия, **6**, 431 (1959); УФН, **93**, 617 (1967).
- [2] А х и е з е р А. И., Ф а й н б е р г Я. Б. Теория и расчет линейных ускорителей, М., Госатомиздат, 1962, с. 320.
- [3] Ф а й н б е р г Я. Б. Физика плазмы, **13**, 607 (1987).
- [4] T a j i m a T. and D a w s o n J. M. Phys. Rev. Lett., **43**, 267 (1979).
- [5] Г о р б у н о в Л. М., К и р с а н о в В. И. ЖЭТФ, **93**, 509 (1987).
- [6] S p r a n g l e P., E s a r e y E., T i n g A., and J o y c e G., Appl. Phys. Lett., **53**, 2146 (1988).
- [7] C l a y t o n C. E., J o s h i C., D a r r o w C., and U m s t a d t e r D., Phys. Rev. Lett., **54**, 2343 (1985).
- [8] E b r a h i m N. A., Phys. Canada, **45**, 178 (1989).
- [9] D a n g o r A. E., D y m o k e - B r a d s h a w A., and D y s o n A. E., Phys. Scripta, **30**, 107 (1990).
- [10] K i t a g a w a Y. et al., Phys. Rev. Lett., **68**, 48 (1992).
- [11] A m i r a n o f f F. et al., Phys. Rev. Lett., **68**, 3710 (1992).
- [12] C l a g t o n C. E. et al., Phys. Plasma, **1**, 1753 (1994).
- [13] K a t s o u l e a s T., Phys. Rev., **A33**, 2056 (1986).
- [14] F i d e l e R., D e A n g e l i s U., and K a t s o u l e a s T., Phys. Rev., **A33**, 4412 (1986).

- [15] Горбунов Л. М., Москалев А. Н. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 6, 33 (1991).
- [16] Горбунов Л. М., Москалев А. Н. Физика плазмы, **18**, 294 (1992).
- [17] Wilks S. et al., IEEE Trans., **PS-15**, N 2, 210 (1987).
- [18] Gibbon P., Phys. Fluids, **B2**, 2196 (1990).
- [19] Krall J. et al., AIP Conf. Proc. 279, Advanced Accelerator Concepts, N. Y., 1992, p. 514.
- [20] Mora P. and Amiranoff F., J. Appl. Phys., **66**, 3476 (1989).
- [21] Chen F., Laser Accelerators, UCLA, Preprint PPG-1107, 1987.
- [22] Андреев Н. Е. и др. Письма в ЖЭТФ, **55**, 551 (1992).

Поступила в редакцию 28 декабря 1994 г.