УДК 530.145

ЭЛЕКТРОННЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В ТУННЕЛЬНО-СВЯЗАННЫХ КВАНТОВЫХ ЯМАХ

В. С. Виноградов

Исследуется теоретически влияние эффектов туннелирования и заполнения подзон на дисперсионные зависимости электронных возбуждений в квантовых многоямных структурах. Анализируется возможная нестабильность моды межподзонных возбуждений, а также гибридизация внутри подзонных и межподзонных мод.

Энергии электронных возбуждений (ЭВ) в квантовых ямах и сверхрешетках располагаются в инфракрасной (ИК) области спектра. Наиболее популярными методами их исследования являются методы ИК спектроскопии и комбинационного рассеяния света (КР). До сих пор теоретически и экспериментально в основном исследовались туннельно-несвязанные квантовые ямы и сверхрешетки. В последнее время стали уделять большое внимание исследованиям структур из туннельно-связанных квантовых ям (ТСКЯ) и ям сложной формы [1, 2]. На их основе конструируются приемники и модуляторы ИК излучения, а также лазеры в ИК области. Предлагаются также логические устройства нового типа, действие которых основано на управлении формой волновых функций (ВФ) [3]. ЭВ в таких ТСКЯ исследовались недостаточно.

В данной работе будут рассмотрены следующие вопросы: влияние на дисперсионные зависимости ЭВ туннельного взаимодействия и изменения заполнения подзон; размягчение и возможная нестабильность моды межподзонных возбуждений; гибридизация плазменной и межподзонной мод.

Основные соотношения. Для получения законов дисперсии ЭВ рассчитываются функции ответа – зависимости наведенных в системе заряда и тока от скалярного и векторного потенциалов. Далее эти зависимости вводятся в уравнения Максвелла, которые можно преобразовать к интегральным с ядром в виде суммы произведений. Такие уравнения приводятся к системе алгебраических уравнений. Из равенства нулю детерминанта системы находятся собственные моды. Пренебрегая запаздыванием для ЭВ, поляризованных в плоскости $(\mathbf{q}, z)$, где $\mathbf{q}$ – волновой вектор ЭВ, z – ось структуры, имеем

$$\mathrm{Det}[\Gamma(\sigma, \sigma') - \delta_{\sigma,\sigma'}] = 0, \tag{1}$$

где

$$\Gamma(\sigma, \sigma') = \xi(\delta, \mathbf{q}, \omega)\pi(\sigma, \sigma') \equiv \xi(\sigma, \mathbf{q}, \omega) \int dzdz'\psi^*_\sigma(z)g(z, z')\psi_{\sigma'}(z'),$$

$$\xi(\sigma, \mathbf{q}, \omega) = \frac{8\pi e^2}{\epsilon}\frac{1}{L^2}\sum_{\mathbf{k}} \frac{n_{n,\mathbf{k}} - n_{m,\mathbf{k+q}}}{\hbar\omega + \epsilon_{n,\mathbf{k}} - \epsilon_{m,\mathbf{k+q}}},$$

$$g(z, z') = (1/2q)\exp(-q \mid z - z' \mid).$$

Здесь $\psi_\sigma(z) \equiv \psi_m(z)\psi^*_n(z)$, $\sigma = m, n$ – сложный индекс, $\psi_n(z)$ – ВФ n-той подзоны с энергией $\epsilon_{n,\mathbf{k}}$, $n_{n,\mathbf{k}}$ – число заполнения; ω – круговая частота, $\mathbf{q}, \mathbf{k}$ – волновые вектора, перпендикулярные оси структуры z, L – нормировочный размер, ϵ – решеточная диэлектрическая проницаемость, которую считаем не зависящей от z.

Функция $\xi(\sigma, \mathbf{q}, \omega)$ рассчитывается точно и имеет вид:

$$\xi(\sigma, \mathbf{q}, \omega) = -(4e^2m/\hbar^2q^3)\times$$

$$\times \{F(y_{n-})k_{Fn}\Theta(\epsilon_F - \epsilon_n) - F(y_{m+})k_{Fm}\Theta(\epsilon_F - \epsilon_m)\}, \tag{2}$$

где

$$F(y) = y - \frac{y}{\mid y \mid}\sqrt{y^2 - 1}\,\Theta(y^2 - 1) + i\sqrt{1 - y^2}\,\Theta(1 - y^2);$$

$$y_{n\pm} = u_n \pm z_n;\ z_n = q/(2k_{Fn});\ u_n \equiv u_n^{mn} = (\hbar\omega + \epsilon_n - \epsilon_m)/(\hbar q v_{Fn}).$$

Здесь k_{Fn}, v_{Fn} и ϵ_F – соответственно волновой вектор, скорость, и энергия на поверхности Ферми, Θ – ступенчатая функция.

Уравнения, учитывающие запаздывание, имеют аналогичную структуру. Мы их здесь не приводим, так как будем в основном интересоваться ЭВ при $q \gg \epsilon^{1/2}\omega/c$.

Законы дисперсии ЭВ при малых q. Рассмотрим произвольную структуру из квантовых ям, в которой под уровнем Ферми находятся подзоны $n = 1, m = 2$. При малых векторах q внутриподзонные и межподзонные переходы хорошо разделяются. Рассмотрим сначала внутриподзонные переходы. Сохранив в (1) матричные элементы вида $\Gamma(ii,jj)(i,j=1,2)$ и используя в (2) $|u_n| \gg 1 \gg z_n$, получим

$$\omega^2 = \frac{2\pi e^2 N}{\epsilon m} q + \frac{3}{4}\overline{v_F^2} q^2, \tag{3}$$

где

$$N = N_1 + N_2, \ \overline{v_F^2} = 2\pi(\hbar/m)^2(N_1^2 + N_2^2)/N.$$

Используя соотношения $k_{Fn}^2 = 2\pi N_n$, $k_{1F}^2 - k_{2F}^2 = k_c^2$, где $\Delta\epsilon = \epsilon_2 - \epsilon_1 = \hbar^2 k_c^2/(2m)$, получим

$$\overline{v_F^2} = 2\pi(\hbar/m)^2\left[N + \frac{N_c^2 - N^2}{2N}\Theta(N - N_c)\right].$$

Если $N_1 + N_2 = \text{const}$, то $\overline{v_F^2} = \pi\left(\frac{\hbar}{m}\right)^2 \frac{N^2 + \Delta N^2}{N}$, где $\Delta N = N_1 - N_2$.

В настоящее время в структурах ТСКЯ с помощью электрического поля можно осуществлять ситуации, когда N меняется или когда $N_1 + N_2 = \text{const}$, а N_1, N_2 меняются. Исследуя возникающие при этом характерные зависимости, можно изучать раздельно слагаемые закона дисперсии (3) и получать информацию об изменении заполнения квантовых ям.

Рассмотрим межподзонные переходы. В (1) надо учитывать матричные элементы с $\sigma = 1,2$ и 2,1. Производя в $g(z,z')$ разложение по $q\,|z - z'|$, получим

$$(\hbar\omega)^2 = \Delta\epsilon^2 + \Delta\epsilon\frac{4\pi e^2}{\epsilon_0} N_{ef}(z_0 p - z_{12}^2 q); \tag{4}$$

где $N_{ef} = N + (N_c - N)\Theta(N - N_c)$, $z_0 = 2\int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz\phi^2(z)$, $\phi(z) = \int\limits_{-\infty}^{z} dz'\psi_1(z')\psi_2(z')$, $z_{12} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dz\psi_1(z)z\psi_2(z)$. Здесь с помощью $p < 1$ приближенно учтено влияние обменно-корреляционных поправок, которые уменьшают z_0 [4]. Из (4) видно, что при некотором $q = q_c$ может быть $\omega = 0$. Проанализируем эту возможность. Представив N_{ef} в виде $N_{ef} = fN_c$, где $f \le 1$ и положив $\omega = 0$, получим

$$q_c z_{12} = \frac{z_0}{z_{12}} p + \frac{1}{4}\frac{a_B}{z_{12} f},$$

где a_B – радиус Бора в полупроводнике. Из условий вывода (4) должно быть $q_c z_{12} \ll 1$. Видно, что выполнению этого условия способствуют корреляционные поправки, а также большие дипольные моменты z_{12}. Последнее условие может быть выполнено в структуре из двух одинаковых туннельно-взаимодействующих ям. Основное состояние с нарушенной симметрией такой системы в сильном магнитном поле исследовалось в [5]. Аналогичная задача без магнитного поля и без учета модуляции заряда вдоль плоскости решалась в [6]. Неустойчивость симметричного состояния ранее не анализировалась. Рассмотренная возможная неустойчивость интересна как способ получения "естественных" дифракционных решеток с малым периодом.

Дисперсия внутриподзонных ЭВ при больших q. Для дальнейших расчетов конкретизируем рассматриваемую систему. Возьмем потенциал ям в виде $V(z) = V_1\delta(z - z_1) + V_2\delta(z - z_2)$, где $V_i = -\hbar^2 k_{0i}/m$, $E_2 = -\hbar^2 k_{0i}^2/2m$ – энергии связанных состояний при расстоянии между ямами $z_{12} = \infty$. ВФ этой модельной системы при любом z_{12} имеют вид

$$\psi_i(z) = A_i\exp(-k_i \mid z - z_1 \mid) + B_i\exp(-k_i \mid z - z_2 \mid), \qquad (5)$$

где $A_i = (k_{01} \mid k_i - k_{02} \mid N_i^{-1})^{1/2}$, $B_i = \mathrm{sign}(k_i - k_{01})(k_{02} \mid k_i - k_{01} \mid N_i^{-1})^{1/2}$, $k = k_i$ – решения уравнения $D \equiv (k - k_{01})(k - k_{02}) - k_{01}k_{02}\exp(-2kz_{12}) = 0$, $N_i = \left|\frac{dD}{dk}\right|_{k_i}$. Мы условились, что $k_2 < k_{02} < k_{01} < k_1$. При $z_{12} > z_c = (k_{01} + k_{02})/2k_{01}k_{02}$ уравнение $D = 0$ имеет два корня, а при $z_{12} < z_c$ – один.

Рассмотрим случай слабого туннельного взаимодействия, когда выполняется неравенство $\exp(-qz_{12}) \gg \exp(-2kz_{12})$, где $k = \min(k_1, k_2)$. Используя те же предположения и матричные элементы, что и при выводе формулы (3), получим

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\{a_1 + a_2 \pm [(a_1 - a_2)^2 + 4a_1a_2\exp(-2qz_{12})]^{1/2}\}q, \qquad (6)$$

где $a_i = 2\pi e^2 N_i/(\epsilon m)$.

Соотношение (6) может быть использовано для раздельного определения концентраций N_i с помощью КР.

Далее рассмотрим случай сильного туннельного взаимодействия $\exp(-qz_{12}) \ll \exp(-2kz_{12})$. Для упрощения анализа будем считать квантовые ямы одинаковыми, ибо в противном случае надо учитывать взаимодействие внутри подзонных и межподзонных мод. В (2) будем полагать $y_{n+} \gg 1$, $y_{n-} > 1$ и $y_{n-} - 1 \ll 1$. Учитывая эти неравенства и используя ВФ (5), получим

$$\hbar\omega - \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \cong \frac{m}{q^2}\{a_1k_1 + a_2k_2 \pm [(a_1k_1 - a_2k_2)^2 +$$

$$+4a_1a_2(2k_1k_2\kappa^{-1}\exp(-\kappa z_{12}))^2]^{1/2},$$

где $\kappa = k_1 + k_2$.

Отметим, что $q > 2k$ соответствует $q \sim 10^7$ $см^{-1}$. Это значение на порядок больше максимального $q \sim 7 \cdot 10^5$ $см^{-1}$, получаемого в КР [7]. Таким образом, исследовать область $q > 2k$ следует отличными от КР методами.

Гибридизация внутриподзонных и межподзонных мод. В случае одинаковых квантовых ям ВФ возбуждений $\psi_{ii}(i = 1,2)$ и ψ_{12} имеют различную симметрию, и внутриподзонные и межподзонные моды не взаимодействуют друг с другом. В случае различных квантовых ям или при приложении электрического поля к одинаковым квантовым ямам эти моды начинают связываться. Рассмотрим последний случай. Чтобы получить уравнения для ω^2 не выше второго порядка, будем предполагать, что заполнена только подзона $n = 1$. Используя в (1) матричные элементы между возмущенными в электрическом поле состояниями $\sigma = 11$ и $\sigma' = 12$ и 21, получим

$$\omega^2 = \frac{1}{2}\{\omega_{11}^2(q) + \omega_{12}^2(q) \pm [(\omega_{11}^2(q) - \omega_{12}^2(q))^2 + \Delta^2(q)]^{1/2}\},$$

где $\omega_{11}^2(q), \omega_{12}^2(q)$ – законы дисперсии для невзаимодействующих внутриподзонных и межподзонных мод. Они записываются в виде

$$\omega_{11}^2(q) = \alpha(q)\pi(11,11), \omega_{12}^2(q) = \omega_0^2 + \beta\pi(12,12), \Delta^2(q) = 4\alpha(q)\beta\pi^2(11,12),$$

где $\alpha(q) = 4\pi e^2 N_1 q^2/\epsilon_0 m$, $\beta = 8\pi e^2 N_1\omega_0/\epsilon_0\hbar$, $\omega_0 = \Delta\epsilon/\hbar$. Относительная величина взаимодействия мод $\Delta(q)/\omega_{11}^2(q) \simeq 2\gamma(k_c/q)\{1 - e^{-qz_{12}} - (5q/8k_0)\}$,где $\gamma = V_{12}/\Delta\epsilon$, V_{12} – матричный элемент возмущения, $k_0 = k_{01} = k_{02}$ в случае одинаковых ям (см. (5)). При $z_{12} \approx 70\,\AA$, $qz_{12} \simeq 0,48$, $k_0z_{12} \simeq 2,64$, $k_c \approx k_0$, $\Delta(q)/\omega_{11}^2(q) \simeq 2\gamma$ и в поле $E \approx 1,5 \cdot 10\,В/см$ $\Delta(q)/\omega_{11}^2 \sim 1$.

В связи с изложенным в последних двух разделах отметим, что взаимодействие разделенных в пространстве двумерных плазм исследовалось ранее в [8]. Эффекты туннелирования при этом не учитывались. Законы дисперсии при $q > 2k$, а также эффекты гибридизации ранее не изучались.

Зависимость ИК ответа от заполнения. Из уравнений для мод, поляризованных вдоль оси z, может быть рассчитана поляризуемость многоямной структуры. Интеграл по частоте от ее мнимой части имеет вид

$$Q(N) \equiv \int d\omega Im\alpha_{zz}(\omega) = |\ M_{12}\ |^2\ N_{ef}/\hbar\Omega_0^2,$$

где M_{12} – матричный элемент оператора тока, определение N_{ef} приведено вслед за формулой (4), $\Omega_0^2 = \omega_0^2 + \omega_p^2$ – частота межподзонной моды с учетом поляризационного вклада [4]. Также как и поляризационная добавка в (4), $\omega_p^2 \sim N_{ef}$. Характерный излом на кривой $Q(N)$ при начале заполнения следующей подзоны может быть использован для градуировки зависимости $Q(N)$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 94–02–04634).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Tidrow M. Z. et al., Appl. Phys. Lett., **64**, 1268 (1994).
[2] Faist J. et al., Science, **264**, 509, 553 (1994).
[3] Gorbatsevich A. A. et al., Phys. Low-Dim. Struct. **4/5**, 57 (1994).
[4] Андо Т. и др., Электронные свойства двумерных систем. М., Мир, 1985 г.
[5] Côte′ R. et al., Phys. Rev., **B46**, 10239 (1992).
[6] Капаев В. В. и др., Письма в ЖЭТФ, **58**, 901 (1993).
[7] Egeler T. et al., Superlattices and Microstruct., **5**, 123 (1989).
[8] Das Sarma S. et al., Phys. Rev., **B23**, 805 (1981).

Поступила в редакцию 10 января 1995 г.