УДК 537.312.62

ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В ПОЛОМ СВЕРХПРОВОДНИКЕ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Е. А. Демлер[1], Г. Ф. Жарков

Получено общее выражение для термодинамического потенциала полого сверхпроводящего цилиндра с заданным циркулирующим термоэлектрическим током в присутствии внешнего магнитного поля, параллельного образующей цилиндра. Обсуждена проблема "гигантского" термоэлектрического эффекта, наблюдаемого в полых сверхпроводниках.

В экспериментах на полых сверхпроводниках, имеющих геометрию типа полого цилиндра [1] наблюдается так называемый "гигантский" термоэлектрический эффект. Магнитный поток, регистрируемый в таких системах, на несколько порядков превосходит значения, ожидаемые на основе простых теоретических оценок [2]. Причины такого расхождения остаются до сих пор неясными, хотя выдвигались различные объяснения (см. [3, 4]).

В работе [3] была высказана гипотеза, согласно которой наблюдаемый большой магнитный поток обусловлен спонтанным рождением квантов потока под влиянием нормального термоэлектрического тока, обтекающего полость. К сожалению, прямые эксперименты, которые могли бы проверить эту гипотезу, пока отсутствуют.

В настоящей работе, в развитие подхода [3, 5–7], получено общее выражение для термодинамического потенциала полого сверхпроводящего цилиндра с заданным нормальным током $\mathbf{j}_t$, обтекающим полость, в присутствии внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_e$, параллельного образующей цилиндра. Полученное выражение позволяет изучать

[1]Стэнфордский университет, Стэнфорд, Калифорния, США.

термоэлектрические эффекты в полых цилиндрических образцах с учетом внешнего магнитного поля.

Задача решается в рамках макроскопической теории Гинзбурга – Ландау [8] в модельной постановке, развитой в [3, 5–7]. Мы исходим из закона сохранения энергии в сверхпроводнике:

$$\Delta\mathcal{E} = \Delta Q - \frac{c\Delta t}{4\pi}\int_{\sigma_2}[\mathbf{EH}]d\sigma + \frac{c\Delta t}{4\pi}\int_{\sigma_1}[\mathbf{EH}]d\sigma - \Delta t\int_{V_s}\mathbf{Ej}_t dv, \tag{1}$$

т.е. изменение энергии за интервал времени Δt происходит за счет изменения количества тепла ΔQ , поступления электромагнитной энергии через внешнюю (σ_2) и внутреннюю (σ_1) поверхности образца и за счет работы электрического поля $\mathbf{E} = \mathbf{c}^{-1}\partial\mathbf{A}/\partial\mathbf{t}$ в присутствии заданного нормального тока $\mathbf{j}_t$.

Вводя свободную энергию сверхпроводника $\mathcal{F}_s = \mathcal{E} - \mathcal{T}\mathcal{S}$ (T– температура, S – энтропия) и преобразуя (1) аналогично [3, 9], получим выражение для термодинамического потенциала рассматриваемой системы

$$\mathcal{G} = \mathcal{F}_s + \frac{H_1^2}{8\pi}V_1 - \frac{1}{4\pi}\int_{V_2}\mathbf{H}_e\mathbf{B}\,dv - \frac{1}{c}\int_{V_s}\mathbf{Aj}_t dv. \tag{2}$$

Потенциал $\mathcal{G}$ является минимальным, т.е. его изменение $\Delta\mathcal{G} \geq 0$ при любых изменениях в системе, при условии, что параметры T, H_e, j_t поддерживаются постоянными. Здесь V_1 – объем внутренней полости; V_s – объем, занимаемый сверхпроводником, $V_2 = V_1 + V_s$ – полный объем системы; H_1 – поле в полости.

Для $\mathcal{F}_s$ используется стандартный потенциал теории Гинзбурга – Ландау:

$$\mathcal{F}_s = \mathcal{F}_{n0} + \int_{V_s}\frac{B^2}{8\pi}dv + \int_{V_s}\left\{-\alpha\,|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}\mid\Psi\mid^4 + \frac{1}{2m_*}\mid i\hbar\nabla\Psi + \frac{e_*}{c}\mathbf{A}\Psi\mid^2\right\}dv, \tag{3}$$

где $\mathcal{F}_{n0}$ – свободная энергия нормального металла в отсутствие магнитных полей; α и β – зависящие от температуры коэффициенты, определяющие термодинамическое критическое поле массивного сверхпроводника, H_{cm}^2; $e_* = 2e$ и $m_* = 2m_e$ – заряд и масса куперовской пары; $\Psi = \mid\Psi\mid e^{i\Theta}$ –параметр порядка, Θ – его фаза, которая подчинена условию (m – целое)

$$\oint_C \nabla\Theta dl = 2\pi m. \tag{4}$$

Вариация $\delta\mathcal{G}/\delta\mathbf{A} = 0$ дает уравнение для определения поля ($\mathbf{B} = \mathrm{rot}\mathbf{A}$) в системе:

$$\mathrm{rot\ rot}\mathbf{A} = \frac{4\pi}{c}(\mathbf{j}_s + \mathbf{j}_t), \tag{5}$$

$$\mathbf{j}_s = \frac{c}{4\pi\lambda^2}\left(\frac{\hbar c}{e_*}\nabla\Theta - \mathbf{A}\right), \quad \frac{1}{\lambda^2} = \frac{4\pi e_*^2 \mid \Psi \mid^2}{m_* c^2}.$$

Граничные условия для поля на внутренней и внешней поверхностях сверхпроводника следующие:

$$B|_{S_1} = H_1, \quad B|_{S_2} = H_e. \tag{6}$$

Здесь H_e – заданное внешнее поле, H_1 – результирующее поле в полости (которое нужно найти).

Используя далее тождества типа $\mathbf{B}\,\mathrm{rot}\mathbf{A} = \mathbf{A}\,\mathrm{rot}\mathbf{B} + \mathrm{div}[\mathbf{AB}]$, применяя теорему Стокса и учитывая соотношения

$$\int_{V_s} j_s \nabla\Theta dv = 2\pi m I_s, \quad \int_{V_s} j_n \nabla\Theta dv = 2\pi m I_t, \quad \int j_t j_s dv = \frac{2\pi}{\mathcal{L}} I_t I_s,$$

$$I_s = \int_{r_1}^{r_2} j_s dr,\ I_t = \int_{r_1}^{r_2} j_t dr,\ \mathrm{rot} j_t = 0,\ j_t = \frac{Q}{r},\ Q = \frac{I_t}{\mathcal{L}},\ \mathcal{L} = \ln\frac{r_2}{r_1}, \tag{7}$$

где r_1 и r_2 – внутренний и внешний радиусы цилиндра (высота цилиндра $Z = 1$), можно выразить термодинамический потенциал (2) через граничные значения поля H_1, H_e (см. (6)) и через $H_{1t} = 4\pi c^{-1} I_t$.

Для нахождения поля в полости H_1 нужно решить уравнение (5) (считая $\mid \Psi \mid =$ const) с граничными условиями (6) и дополнительным условием

$$\oint_{C_1} \mathbf{A} d\mathbf{l} = H_1 \pi r_1^2,$$

которое позволяет найти H_1. Решение уравнения (5) выражается через функции Бесселя (см. аналогичные вычисления в [3, 5, 9]).

Вводя нормированные величины

$$\psi = \frac{\mid \Psi \mid}{\Psi_0},\ \Psi_0^2 = \frac{\alpha}{\beta},\ \delta_L^2(T) = \frac{m_* c^2 \beta}{4\pi e_*^2 \alpha},\ \xi^2(T) = \frac{\hbar^2}{2m_*\alpha},\ \kappa^2 = \frac{\delta_L^2}{\xi^2} = \frac{m_*^2 c^2 \beta}{2\pi e_*^2 \hbar^2},$$

$$H_{cm}^2 = \frac{4\pi\alpha^2}{\beta} = \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2\xi^2(T)\delta_L^2(T)},\ \Phi_0 = \frac{hc}{e_*},\ V_s = \pi(r_2^2 - r_1^2)Z,$$

запишем окончательное выражение для потенциала (2) в виде

$$\delta\mathcal{G} = \frac{\mathcal{G} - \mathcal{G}(\psi = 0)}{V_s H_{cm}^2/8\pi} =$$

$$= (-2\psi^2 + \psi^4) + \frac{8\xi^2(T)\psi^2}{(r_2^2 - r_1^2)\rho_1^2}\left\{\frac{D}{D_1}[m - ph_{1e} - \tilde{p}h_{1t}]^2 + h_{1e}^2 q + h_{1t}^2\tilde{q} + h_{1e}h_{1t}s\right\}. \quad (8)$$

Здесь и ниже

$$D = K_0(\rho_1)I_0(\rho_2) - I_0(\rho_1)K_0(\rho_2),$$
$$D_1 = K_2(\rho_1)I_0(\rho_2) - I_2(\rho_1)K_0(\rho_2),$$
$$D_2 = I_0(\rho_1)K_2(\rho_2) - K_0(\rho_1)I_2(\rho_2),$$
$$\rho_1 = \psi\frac{r_1}{\delta_L(T)},\ \rho_2 = \psi\frac{r_2}{\delta_L(T)},\ h_{1e} = \frac{\pi r_1^2 H_e}{\Phi_0},\ h_{1t} = \frac{\pi r_1^2 H_t}{\Phi_0},$$

$K_n(x)$ и $I_n(x)$ – бесселевские функции от мнимого аргумента.

Результирующее поле H_1 внутри полости имеет вид

$$h_1 = \frac{\pi r_1^2 H_1}{\Phi_0} = \left(m + \frac{2}{\rho_1^2 D}h_{1e} + \frac{2}{\rho_1^2\mathcal{L}}h_{1t}\right)\frac{D}{D_1}, \quad (9)$$

а полный магнитный поток равен (C_2 – контур, лежащий при $r = r_2$)

$$\phi_2 = \frac{1}{\Phi_0}\int_{C_2}\mathbf{A}d\mathbf{l} = \quad (10)$$

$$= \left(m + \frac{2}{\rho_1^2\mathcal{L}}h_{1t}\right)\left(1 - \frac{2}{\rho_1^2 D_1}\right) + \left(1 + \frac{\rho_2^2 D_2 - 4/\rho_1^2 D_1}{\rho_2^2 D}\right)h_{2e},\ h_{2e} = \frac{\pi r_2^2 H_e}{\Phi_0}.$$

При $\psi \to 0$ (т.е. в нормальном состоянии) имеем $\delta\mathcal{G} \to 0$ и $H_1 \to H_e + H_{1t}$. При $H_e = 0$ выражения (8)–(10) согласуются с приведенными в [3]; при $H_{1t} = 4\pi c^{-1}I_t = 0$ получаем результаты [9].

Используя выражение (8) можно изучать магнитные переходы, происходящие в системе при одновременном действии внешнего поля H_e и термотока I_t. Однако, мы не будем проводить эти расчеты в данной работе, отметим лишь одно важное обстоятельство.

Первые два члена в круглых скобках в (8) отвечают отрицательной энергии конденсации сверхпроводника при $T < T_c$ ($\psi \leq 1$). Последние три члена в (8) малосущественны и ими для простоты можно пренебречь. Остающийся член, пропорциональный $[m - ph_{1e} - \tilde{p}h_{1t}]^2$, положителен и описывает влияние внешних полей h_{1e} и h_{1t} на сверхпроводник. Очевидно, если внешние параметры h_{1e} и h_{1t} увеличиваются, внутренний параметр системы m (число квантов в полости) должен подстраиваться так, чтобы вклад этого члена был минимален. Идея о спонтанных магнитных переходах следует естественным образом из этого замечания.

Имеется существенное различие между параметрами h_{1e} и h_{1t}, которые равноправно присутствуют в этом члене. Внешнее магнитное поле H_e (причина возможных спонтанных переходов) отделено от внутренней полости (где могут происходить изменения числа m) барьером (стенкой толщиной $d = r_2 - r_1$). Это уменьшает влияние H_e на полость. Лишь когда H_e достигает значения H_{c1}, начинается формирование вихревой нити на внешней поверхности цилиндра ($\psi \to 0$ [10] в центре вихревой нити). Вихревая нить, несущая квант потока, движется затем в сторону полости, изменяя число квантов $m \to m + 1$. Это – общепринятая картина механизма вхождения вихрей в сверхпроводник, которая реализуется при довольно больших внешних полях ($H_e \sim H_{c1}$).

Однако в случае термоэлектрического тока I_t причина переходов (поле h_{1t}) и следствие (параметр m) не разделены барьером. Для h_{1t} нет небходимости принимать большое значение ($h_{1t} \sim \pi r_1^2 H_{c1}/\Phi_0 \gg 1$) на внутренней поверхности только для того, чтобы изменить число m. Мы полагаем, что в присутствии термотока, вероятно, осуществляется иной физический механизм, обеспечивающий изменение фазы сверхпроводника (параметр m тесно связан с фазой, см. соотношение (4)) при гораздо меньших значениях $h_{1t} \sim 1$, фактически без образования линий потока и без частичного разрушения сверхпроводимости ($\psi \sim 0$) в центре линии. Возможно, этот механизм реализуется за счет флуктуационного усиления тока, текущего по внутренней поверхности полости, что приводит к нестабильности фазы и последующему рождению кванта потока в полости. Мы предполагаем, что такой механизм фазовой нестабильности проявляется в наблюдаемом "гигантском" термоэлектрическом эффекте [1, 7].

Вышеизложенные полуинтуитивные соображения, вероятно, не могут считаться достаточно убедительными. Поэтому, наряду с дальнейшим теоретическим анализом, желательно провести прямые эксперименты для проверки идеи о спонтанном рождении квантов потока под действием термотока. Всестороннее изучение термоэлектрических эффектов может оказаться существенным для лучшего понимания явлений, происходящих в неравновесных сверхпроводниках.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант N 94–02–05306).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Van Harlingen D. J., Heidel D. F., and Garland J. C. Phys. Rev., **B21**, 1842 (1980).

[2] Гинзбург В. Л., Жарков Г. Ф. УФН, **125**, 19 (1978).

[3] Арутюнян Р. М., Жарков Г. Ф. ЖЭТФ, **83**, 1115 (1982).

[4] Van Harlingen D. J. Physica, **109–110 B**, 1710 (1982).

[5] Zharkov G. F. in "Superconductivity, Superdiamagnetism, Superfluidity" (V. L. Ginzburg, ed., Mir Press, 1987), p.126.

[6] Ginzburg V. L., , Zharkov G. F. J. Low Temp. Phys., **92**, 25 (1993).

[7] Ginzburg V. L., Zharkov G. F. Physica C, **235-240**, 3129 (1994).

[8] Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д. ЖЭТФ, **10**, 1064 (1950).

[9] Arutunian R. M., Zharkov G. F. J. Low Temp. Phys., **52**, 409 (1983).

[10] Де Жен П. "Сверхпроводимость металлов и сплавов", М., Мир, 1968.

Поступила в редакцию 6 февраля 1995 г.