

УДК 539.125.17

О НЕКОТОРЫХ СЛЕДСТВИЯХ $SU(2)$ ЛИНЕЙНОЙ σ -МОДЕЛИ

В. П. Ефросинин, Д. А. Заикин

Обсуждается связь результатов $SU(2)$ линейной σ -модели в однопетлевом приближении с данными по пион-ядерному взаимодействию и с результатами потенциальной модели составляющих кварков. Показано, что оценка пион-нуклонного σ -члена в линейной σ -модели совпадает с оценкой, полученной из анализа пион-ядерных данных. Для массы σ -мезона получено значение $0,67_{-0,04}^{+0,06}$ ГэВ, которое согласуется с оценкой в рамках потенциальной модели составляющих кварков. Проведена оценка $\bar{q}q$ -конденсата.

В работе [1] были представлены результаты измерений по полной кинематике реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ с хорошей статистикой. Дифференциальные распределения этой реакции по инвариантной массе обнаруживают сильное увеличение при больших инвариантных массах. При этом угловое распределение пары пионов в системе их центра масс практически изотропно, что свидетельствует в пользу того, что они рождаются в относительном S -состоянии. В работе [2] показано, что возвращение от традиционно используемой нелинейной σ -модели к линейной с явным учетом σ -мезона обеспечивает удовлетворительное описание сечений и дифференциальных распределений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$.

В работах [3, 4] была показана эквивалентность $SU(2)$ линейной σ -модели в однопетлевом приближении и модели Намбу – Йона – Лазинио [5], описывающей динамическое нарушение киральной симметрии. Такая эквивалентность имеет место, если в линейной σ -модели использовать результат модели [5] для значения массы σ -мезона

$$m_\sigma = 2m, \quad (1a)$$

где m – масса составляющего кварка. При этом для массы пиона получается

$$m_\pi = 0, \quad (16)$$

как и в модели [5]. В однопетлевом приближении в $SU(2)$ линейной модели наряду с соотношениями (1) оказался справедливым также и ряд мягкопионных теорем, выведенных ранее в древесном приближении.

В [3, 4] использовался лагранжиан взаимодействия $SU(2)$ линейной σ -модели [5] в киральном пределе:

$$L_{int} = g'\sigma(\sigma^2 + \pi^2) - (g'/4)f_\pi(\sigma^2 + \pi^2)^2 + \quad (2)$$

$$+ g\bar{\psi}(\sigma + i\gamma_5\tau\pi)\psi - gf_\pi\bar{\psi}\psi,$$

где $g = m/f_\pi$, $g' = m_\sigma^2/2f_\pi$. При расчетах принимались значения констант: $g \approx 3,5$; $f_\pi = 93,3 \text{ МэВ}$. В лагранжиане (2) был проведен сдвиг вакуумного ожидания σ -поля от $\langle \sigma_{old} \rangle = -f_\pi$, получающегося в результате спонтанного нарушения симметрии, к чистому вакууму: $\sigma = \sigma_{old} + f_\pi$, $\langle \sigma \rangle = 0$.

Представляет интерес связь параметров $SU(2)$ линейной σ -модели с пион-нуклонным σ -членом. Пион-нуклонный σ -член связан с изосимметричной πN -амплитудой $F^+(\nu, t, q_1^2, q_2^2)$ с вычтенным нуклонным полюсом в точке Вайнберга ($\nu = 0, t = 0; q_1^2 = 0, q_2^2 = 0$) [6]

$$F^+(0, 0, 0, 0) = -f_\pi^{-2}\sigma_{\pi N} \equiv -f_\pi^{-2}\sigma_{\pi N}(0). \quad (3)$$

В точке Ченга – Дашена ($\nu = 0, t = 2m_\pi^2, q_1^2 = m_\pi^2, q_2^2 = m_\pi^2$) [7], удобной для использования дисперсионных подходов, так как пионы находятся на массовой поверхности,

$$F^+(0, 2m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) = f_\pi^{-2}\sigma_{\pi N} + O(m_\pi^4) = f_\pi^{-2}\sigma_{\pi N}(2m_\pi^2). \quad (4)$$

В $SU(2)$ линейной σ -модели в амплитуде (4) доминирует σ -обмен в t -канале (рис. 1). Амплитуда $F^+(\nu, t, q_1^2, q_2^2)$ должна также удовлетворять условию самосогласования Адлера [8]

$$F^+(0, m_\pi^2, 0, m_\pi^2) = 0, \quad (5)$$

С учетом (3) – (5) амплитуда πN -рассеяния $F^+(\nu = 0, t, q_1^2, q_2^2)$ может быть представлена в следующем виде:

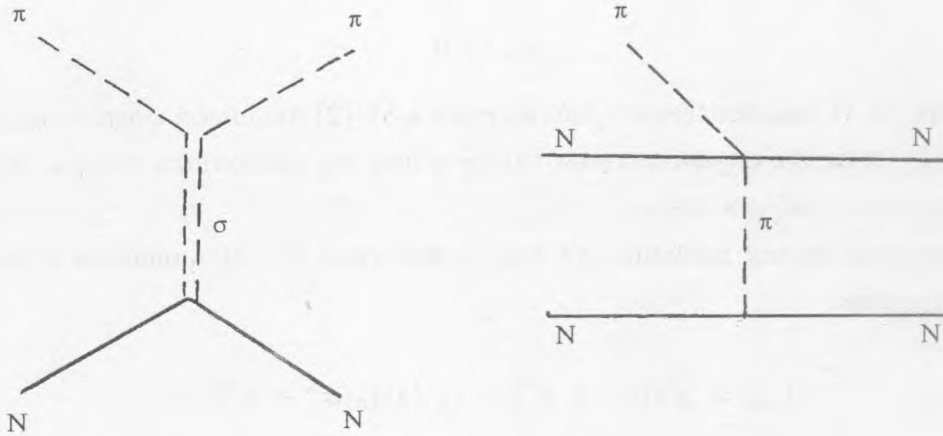


Рис. 1. Диаграмма s -волнового πN -рассеяния с обменом σ -мезоном.

Рис. 2. Диаграмма чистого поглощения пионов парой нуклонов с перерассеянием пиона.

$$F^+(\nu = 0, t, q_1^2, q_2^2) = g_{\sigma NN} 2g_{\sigma\pi\pi} \left(\frac{1}{m_\sigma^2 - t} - \frac{1}{m_\sigma^2 - m_\pi^2} \right). \quad (6)$$

Из (4), (6) получается выражение для пион-нуклонного σ -члена в $SU(2)$ линейной σ -модели [4]:

$$\sigma_{\pi N} = m_N \frac{m_\sigma^2 m_\pi^2}{(m_\sigma^2 - 2m_\pi^2)(m_\sigma^2 - m_\pi^2)}. \quad (7)$$

С использованием экспериментальных данных по длинам рассеяния пионов на легких ядрах ($4 \leq A \leq 24$) с изоспином $I = 0$ и правил сумм нами было получено для пион-нуклонного σ -члена [9]

$$\sigma_{\pi N} = (46 \pm 8) \text{ МэВ}. \quad (8)$$

Проведенный анализ с использованием унитарности и аналитичности S -матрицы πN -рассеяния вблизи порога и интегральных уравнений для s - и p -волновых сдвигов фаз дает для пион-нуклонного σ -члена следующие результаты [10]: $\sigma_{\pi N} = 45 \pm 12 \text{ МэВ}$, или $\sigma_{\pi N} = 47 \pm 14 \text{ МэВ}$. Это подтверждает полученный нами ранее [9] результат (8) для $\sigma_{\pi N}$. С использованием (7) и (8) для массы σ -мезона получаем

$$m_\sigma = 0,67_{-0,04}^{+0,06} \text{ ГэВ}. \quad (9)$$

В работе [11] в потенциальной модели для легких адронов были получены результаты для масс нестранных составляющих кварков

$$m = (320 \pm 20) \text{ МэВ}. \quad (10)$$

С использованием (10), а также (1) имеем для массы σ -мезона

$$m_\sigma = 2m = (0,64 \pm 0,04) \text{ ГэВ}. \quad (11)$$

В работах [12] было проведено исследование проблемы теоретической интерпретации параметров s -волнового оптического пион-ядерного потенциала:

$$V_{opt}^{(s)}(r) = -\frac{2\pi}{m_\pi} \{b_0 \rho(r) + b_1 [\rho_n(r) - \rho_p(r)] + (\text{Re}B_0 + i \text{Im}B_0) \rho^2(r)\}. \quad (12)$$

При теоретическом описании двухнуклонных параметров оптического пион-ядерного потенциала (12) (с ведущим механизмом двухнуклонного поглощения с перерассеянием пиона (рис. 2)), а также экспериментального значения $R_s = \frac{\Gamma(\pi^- np \rightarrow nn)}{\Gamma(\pi^- pp \rightarrow np)}$ при поглощении остановившихся π^- -мезонов ядрами весьма существенной оказалась необходимость сделать предположение об определенном характере поведения вершинной πN -амплитуды (рис. 2) при уходе одного из пионов с массовой поверхности. В свою очередь, важными для описания немассового поведения πN -амплитуды являются значения параметров σ -обмена. Результаты расчета параметров s -волновой части оптического пион-ядерного потенциала в [9] согласуются с пион-ядерной феноменологией и данными по пион-нуклонному σ -члену. При этом для массы σ -мезона было получено значение [9]

$$m_\sigma \simeq 660 \text{ МэВ}. \quad (13)$$

Результаты для массы σ -мезона (9) и (11) согласуются с результатом (13). Одновременно с учетом соотношений (3) – (6) можно получить для разности $\sigma_{\pi N}(2m_\pi^2)$ и $\sigma_{\pi N}(0)$ в рамках $SU(2)$ линейной σ -модели

$$\sigma_{\pi N}(2m_\pi^2) - \sigma_{\pi N}(0) \simeq 4 \text{ МэВ}, \quad (14)$$

что не противоречит результату [13]

$$\sigma_{\pi N}(2m_{\pi}^2) - \sigma_{\pi N}(0) \simeq 5 \text{ МэВ},$$

полученному в однопетлевом приближении киральной теории возмущений.

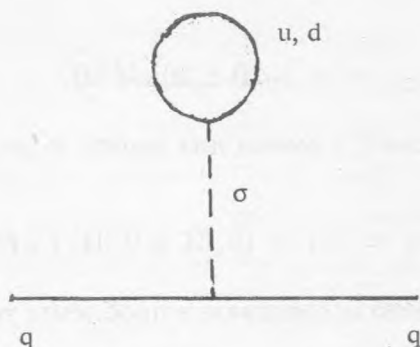


Рис. 3. Кварковый тадпольный конденсат, динамически генерирующий массу кварка.

Масса составляющего кварка динамически генерируется кварковым тадпольным конденсатом (рис. 3) [3, 4]:

$$m = \frac{g^2}{0 - m_{\sigma}^2} N_f \langle \bar{q}q \rangle_{\sigma} = \frac{N_f \langle -\bar{q}q \rangle_{\sigma} g^2}{4m^2} = \quad (15)$$

$$= \left[\frac{N_f g^2}{4} \langle -\bar{q}q \rangle \right]^{1/3}.$$

Здесь $N_f = 2$ - число ароматов.

Кварковый конденсат в масштабе $\Lambda = m_{\sigma}$ имеет следующий вид:

$$\langle \bar{q}q \rangle_{\sigma} = -i4N_c m \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - m^2} \approx \quad (16)$$

$$\approx \frac{12m\Lambda^2}{16\pi^2} \left(1 - \frac{m^2}{\Lambda^2} \ln \left(1 + \frac{\Lambda^2}{m^2} \right) \right).$$

Заметим, что в [4] в формуле (14а), соответствующей формуле (15) настоящей работы, пропущен множитель N_f . Ошибка, по-видимому, восходит к работе [14] (формула в тексте), затем ошибка была исправлена в [3] (формула (6)), но повторилась в [4].

В соответствии с (15) и (16) имеем

$$m = 0,332 \text{ ГэВ} \quad (17)$$

с меньшим по абсолютной величине, чем в работе [4], кварковым конденсатом $\langle -\bar{q}q \rangle_\sigma \approx (181 \text{ МэВ})^3$. Результат (17) не противоречит нашим результатам (10) для масс нестранных составляющих кварков, полученным в потенциальной модели.

В заключение отметим, что независимо от окончательного решения вопроса о существовании скалярного $\sigma(700)$ мезона, линейная σ -модель является во всяком случае удачной параметризацией, предсказывающей целый ряд важных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Kernel G. et al. Phys. Lett., **216B**, 244 (1989).
- [2] Ефросинин В. П., Заикин Д. А., Осипчук И. И. ЯФ, **54**, 1091 (1991).
- [3] Hakioglu T., Scadron M. D. Phys. Rev., **42D**, 941 (1990).
- [4] Scadron M. D. ЯФ, **56**, 245 (1993).
- [5] Nambu Y., Jona-Lasinio G. Phys. Rev., **122**, 345 (1961).
- [6] Weinberg S. Phys. Rev. Lett., **17**, 616 (1966).
- [7] Cheng T. P., Dashen R. F. Phys. Rev. Lett., **26**, 594 (1971).
- [8] Adler S. L. Phys. Rev., **5D**, B1022 (1965).
- [9] Ефросинин В. П., Заикин Д. А. ЯФ, **39**, 1135 (1984); Efrosinin V. P., Zaikin D. A. Z. Phys., **318A**, 357 (1984); Ефросинин В. П., Заикин Д. А., Осипчук И. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 5 (1988).
- [10] Gasser J., Leutwyler H., Sainio M. E. Phys. Lett., **253B**, 252 (1991).
- [11] Ефросинин В. П., Заикин Д. А. ЯФ, **37**, 1532 (1983).
- [12] Ефросинин В. П., ЯФ, **45**, 696 (1987); Ефросинин В. П., Заикин Д. А., Осипчук И. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 30 (1986).
- [13] Gasser J. et al. Nucl. Phys., **307B**, 779 (1988).
- [14] Elias V., Scadron M. D. Phys. Rev. Lett., **53**, 1129 (1984).