УДК 533.951

О КОЛЕБАНИЯХ ТОНКОГО СЛОЯ ПЛАЗМЫ, УДЕРЖИВАЕМОЙ СИЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

А. Б. Кринецкий, А. А. Рухадзе, Б. Шокри

Проанализирован спектр низкочастотных колебаний плазменного слоя, удерживаемого сильным внешним магнитным полем. Показано, что при учете ларморовского дрейфа носителей вблизи поверхностей слоя такие колебания оказываются неустойчивыми как в пределе толстого (полуограниченного), так и в пределе тонкого слоя. Рассмотрены случаи невырожденной газовой плазмы и вырожденной плазмы носителей заряда твердого тела.

Плазма, удерживаемая сильным внешним магнитным полем, неустойчива ([1, 2] и цитируемая там литература). Причиной неустойчивости является ларморовский дрейф носителей заряда, который приводит к дрейфовому току, протекающему в области неоднородности плазмы в направлении, перпендикулярном направлениям внешнего магнитного поля и неоднородности плазмы. Неустойчивыми оказываются как коротковолновые колебания с длиной волны меньше размера неоднородности плазмы (именно эта неустойчивость известна как дрейфовая неустойчивость), так и длинноволновые колебания с длиной волны намного больше размера неоднородности. В последнем случае дрейфовый ток протекает в узком поверхностном слое плазмы и при анализе задачи на собственные колебания плазмы фигурирует лишь в граничных условиях [2]. Именно этот ток и является причиной возбуждения объемных ионно-звуковых колебаний вблизи поверхности плазмы.

В связи с развитием плазменной СВЧ электроники (обзоры [3, 4]) возникла проблема устойчивости тонкого плазменного слоя во внешнем сильном магнитном поле. Это и побудило нас обобщить результаты, приведенные в [2], на случай плазменного слоя.

Полученные результаты обобщаются на случай вырожденной плазмы, что представляет интерес для плазмы твердого тела.

Для анализа устойчивости тонкого слоя невырожденной плазмы во внешнем сильном магнитном поле будем исходить из уравнения для потенциала поля колебаний [2]:

$$\Delta\Phi = \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{v_{T\alpha}^2}\left\{\left[1 - J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right)\right]\Phi + \frac{v_{T\alpha}^2}{\Omega_\alpha^2} J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right)\left(k_y^2 - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Phi\right\}. \tag{1}$$

Это уравнение получено в предположениях

$$\omega \ll \Omega_i,\ k_\perp^2 v_{T\alpha}^2 \ll \Omega_\alpha^2.$$

Здесь $\omega_{L\alpha}$ – ленгмюровская, а Ω_α – ларморовская частоты частиц сорта α $(\alpha = e, i)$; k_z и $k_\perp$ – продольное и поперечное волновые числа колебаний с частотой ω.

Уравнение (1) справедливо как внутри плазменного слоя $(0 \le x \le d)$, так и вне слоя $(x \le 0$ и $x \ge d)$, где $\omega_{L\alpha} \to 0$. Однако при этом следует иметь в виду граничные условия на поверхностях $x = 0,\ d$:

$$\{\Phi\}\,|_{x=0,d} = 0,$$
$$\left.\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\Omega_\alpha^2} J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x} - k_y\frac{\Omega_\alpha}{\omega}\Phi\right)\right\}\right|_{x=0,d} = 0. \tag{2}$$

Представив решение сформулированной граничной задачи в виде

$$\Phi = \begin{cases} C_1 e^{x\sqrt{k_y^2+k_z^2}} & \text{при } x \le 0, \\ C_2 e^{\kappa x} + C_3 e^{-\kappa x} & \text{при } 0 \le x \le d, \\ C_4 e^{-x\sqrt{k_y^2+k_z^2}} & \text{при } x \ge d \end{cases}$$

и удовлетворив уравнению (1) и граничным условиям (2), после несложных вычислений получим дисперсионное уравнение:

$$[(1+\beta)^2\kappa^2 + k_y^2 + k_z^2 - \gamma^2]\, th\kappa d + 2\kappa(1+\beta)\sqrt{k_y^2+k_z^2} = 0. \tag{3}$$

Здесь введены обозначения:

$$\kappa^2 = k_y^2 + (1+\beta)^{-1}\left\{k_z^2 + \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{v_{T\alpha}^2}\left[1 - J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right)\right]\right\},$$
$$\beta = \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\Omega_\alpha^2} J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right),\ \gamma = \sum_\alpha \frac{\omega_{L\alpha}^2}{\omega\Omega_\alpha} k_y J_+\left(\frac{\omega}{k_z v_{T\alpha}}\right). \tag{4}$$

В пределе толстого слоя, когда $\kappa d \gg 1$, уравнение (4) совпадает с полученным в [2] (с учетом двух поверхностей, $x = 0, d$)

$$(1+\beta)\kappa + \sqrt{k_y^2 + k_z^2} \pm \gamma = 0. \tag{5}$$

В [2] это уравнение было проанализировано в области ионно-звуковых частот, $k_z v_{Ti} \ll \omega \ll k_z v_{Te}$ и в условиях $\omega_{Li}^2 \gg \Omega_i^2$, $k_y^2 \gg k_z^2$. Было найдено решение $(\omega \rightarrow \omega + i\delta)$:

$$\omega^2 = k_y^2 v_s^2, \; \delta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^2}{| k_z | v_{Te}}, \tag{6}$$

соответствующее нарастающим во времени (неустойчивым) ионно-звуковым колебаниям, локализованным вблизи поверхности неизотермической ($T_e \gg T_i$) плазмы на глубину $\sim \kappa^{-1} \sim v_s/\Omega_i = \sqrt{T_e/M\Omega_i^2} \gg \rho_i = v_{Ti}/\Omega_i$. Этот результат можно было бы применить к плазменному слою в установках для плазменной СВЧ электроники [3]. К сожалению, параметры такой плазмы (ксеноновая плазма с $N_e \simeq 10^{12}$, $T_e \simeq 10\,эВ$ и толщиной $d \lesssim 1\,мм$ в магнитном поле $B_0 \simeq 20\,кГс$) не позволяют это сделать, поскольку $d < v_s/\Omega_i \gtrsim 1 - 2\,мм$. Рассмотрим поэтому противоположный предельный случай тонкого слоя, полагая $\kappa d \ll 1$. Уравнение (3) в этом пределе принимает вид

$$(1+\beta)^2\kappa^2 + k_y^2 + k_z^2 - \gamma^2 + 2\frac{1+\beta}{d}\sqrt{k_y^2 + k_z^2} = 0. \tag{7}$$

В условиях, соответствующих спектру (6), находим $(\omega \rightarrow \omega + i\delta)$:

$$\omega^2 = \frac{\omega_{Li}^2 \,| k_y |\, d}{2}, \; \delta = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega^2}{| k_z | v_{Te}}. \tag{8}$$

Найденный спектр соответствует объемным колебаниям тонкого слоя плазмы (так называемый спектр "глубокой воды"), причем также как и ионно-звуковые колебания, они оказываются неустойчивыми. Для условий источников плазменной СВЧ электроники при $k_y d \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ и $k_z \approx \pi/L_{II} \approx 0,3\,см^{-1}$ имеем $\omega \simeq 10^6\,c^{-1}$, $\delta \simeq 10^5\,c^{-1}$.

Не представляет труда обобщить полученные выше результаты на случай вырожденной плазмы. Следуя методу вывода уравнения Пуассона, изложенному в [2], и считая вырожденными носители заряда обоих знаков, после несложных вычислений вместо уравнения (1) получим:

$$\Delta\Phi = \sum_\alpha \frac{3\omega_{L\alpha}^2}{v_{F\alpha}^2}\left\{\left[1 - \frac{\omega}{2k_z v_{F\alpha}}\ln\frac{\omega + k_z v_{F\alpha}}{\omega - k_z v_{F\alpha}}\right]\Phi - \frac{v_{F\alpha}^2}{4\Omega_\alpha^2}\left[\frac{\omega^2}{k_z^2 v_{F\alpha}^2} + \right.\right.$$

$$+\frac{1}{2}\frac{\omega}{k_z v_{F\alpha}}\left(1-\frac{\omega^2}{k_z^2 v_{F\alpha}^2}\right)\ln\frac{\omega+k_z v_{F\alpha}}{\omega-k_z v_{F\alpha}}\Bigg]\left(k_y^2-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Phi\Bigg\}=0.$$

Также как и (1), это уравнение справедливо как в слое, так и вне слоя плазмы. Поэтому оно должно быть дополнено граничными условиями, которые выводятся так же, как и (2), и имеют вид:

$$\{\Phi\}|_{x=0,d}=0,$$

$$\left\{\frac{\partial\Phi}{\partial x}-\sum_\alpha\frac{3\omega_{L\alpha}^2}{4\Omega_\alpha^2}\left[\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}+\frac{\omega}{2k_zv_{F\alpha}}\left(1-\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}\right)\ln\frac{\omega+k_zv_{F\alpha}}{\omega-k_zv_{F\alpha}}\right]\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}-k_y\frac{\Omega_\alpha}{\omega}\Phi\right)\right\}\Bigg|_{x=0,d}=0.$$

Дальнейшие вычисления аналогичны проведенным выше. Опуская их, сразу же отметим, что дисперсионное уравнение по виду совпадает с (3), в котором, однако,

$$\kappa^2=k_y^2+(1+\beta)^{-1}\left\{k_z^2+\sum_\alpha\frac{3\omega_{L\alpha}^2}{v_{F\alpha}^2}\left[1-\frac{\omega}{2k_zv_{F\alpha}}\ln\frac{\omega+k_zv_{F\alpha}}{\omega-k_zv_{F\alpha}}\right]\right\},$$

$$\beta=-\sum_\alpha\frac{3\omega_{L\alpha}^2}{4\Omega_\alpha^2}\left[\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}+\frac{\omega}{2k_zv_{F\alpha}}\left(1-\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}\right)\ln\frac{\omega+k_zv_{F\alpha}}{\omega-k_zv_{F\alpha}}\right],$$

$$\gamma=\sum_\alpha\frac{3\omega_{L\alpha}^2}{4\omega\Omega_\alpha}k_y\left[\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}+\frac{\omega}{2k_zv_{F\alpha}}\left(1-\frac{\omega^2}{k_z^2v_{F\alpha}^2}\right)\ln\frac{\omega+k_zv_{F\alpha}}{\omega-k_zv_{F\alpha}}\right].$$

Сохраняют вид и уравнения (5) и (7), описывающие ионно-звуковые колебания вблизи границ толстого слоя и объемные волны в тонком слое, соответственно. Более того, не меняется и вид спектров (6) и (8), если v_s заменить на $\sqrt{mv_{Fe}^2/3M}$, а в выражениях для инкрементов нарастания заменить $\sqrt{\pi}/v_{Te}$ на π/v_{Fe}.

Наконец отметим, что в рассматриваемых условиях вырождение ионной (тяжелой) компоненты несущественно, поскольку в ионно-звуковой области частот "тепловым" (хаотическим) движением ионов полностью пренебрегается.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Р у х а д з е А. А., С и л и н В. П. УФН, **82**, 499 (1964).

[2] А л е к с а н д р о в А. Ф., Б о г д а н к е в и ч Л. С., Р у х а д з е А. А. Основы электродинамики плазмы, М., Высшая школа, 1988.

[3] К у з е л е в М. В., Р у х а д з е А. А., С т р е л к о в П. С., Ш к в а р у н е ц А. Г. Физика плазмы, **13**, 793 (1977).

[4] Р у х а д з е А. А., С т р е л к о в П. С., Ш к в а р у н е ц А. Г. Физика плазмы, **20**, 682 (1994).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 14 августа 1995 г.