УДК 539.17

НУКЛОН-НУКЛОННОЕ РАССЕЯНИЕ В ЯДРЕ

Г. М. Ваградов

В нерелятивистском приближении устанавливается связь между амплитудой нуклон-ядерного рассеяния и характеристиками нуклон-нуклонных столкновений в ядре. Обсуждаются различные приближения.

За исключением нескольких предельных случаев не существует единого феноменологического описания упругих и неупругих нуклон-ядерных столкновений (см., напр., обзор [1]). В данной работе делается попытка сформулировать метод, позволяющий выявить общие для этих процессов характеристики, связанные с нуклон-нуклонным рассеянием в ядре.

Для этой цели мы воспользуемся полевыми методами нерелятивистской задачи многих тел. Для наглядности определим амплитуду рассеяния свободных нуклонов через вариации внешнего классического фермионного поля η [2]. Рассмотрим пропагатор нуклона в этом поле

$$\tilde{g}_p(y,y') = -i < p \mid T\psi_y\psi^+_{y'}U(\infty,-\infty) \mid p > / < p \mid U(\infty,-\infty) \mid p >,$$

где $y = (y_0, \mathbf{y})$ (для краткости мы включили спиновые и изоспиновые переменные в координаты, напр., $y = (\mathbf{r}, \sigma, \tau)$), $| p >= a^+_{\mathbf{p}} \mid 0 >$ – одночастичное состояние, ψ и ψ^+ – операторы нуклонного поля, $U(t,t')$ – оператор эволюции во времени, удовлетворяющий уравнению $U(t,t') = 1 - i\int_{t'}^{t} dt_1 \mathcal{H}''(t_1)U(t_1,t')$: $\mathcal{H}''(t) = e^{iHt}H''(t)e^{-iHt}$. Здесь $H = H_0 + H'$, H_0 – сумма гамильтонианов свободных нуклонного и мезонных полей, H' – их взаимодействие, $H''(t)$ – взаимодействие нуклона с внешним полем $\eta_{t,\mathbf{k}}$

$$H''(t) = \int d\mathbf{x}(\eta^+_{t,\mathbf{x}}\chi_{\mathbf{x}} + \chi^+_{\mathbf{x}}\eta_{t,\mathbf{x}});\ \chi_{\mathbf{x}} = [\psi_{\mathbf{x}}, H'].$$

Здесь и ниже интеграл по $\mathbf{x}$ или $\mathbf{y}$ обозначает интегрирование по пространственным и суммирование по спиновым и изоспиновым переменным. Поля η и η^+ антикоммутируют между собой и с операторами ψ, ψ^+.

Оператор амплитуды рассеяния свободных нуклонов τ_f определяется соотношением

$$k_p(x,x',y,y') + \left.\frac{\delta^2\tilde{g}_p(y,y')}{\delta\eta_x^+\delta\eta_{x'}}\right|_{\eta=0} =$$
$$= \int d^4y_1 d^4y_2 g_p(y,y_1)\tau_f(x,x',y_1,y_2)g_p(y_2,y'),$$

g_p – одночастичный пропагатор: $g_p(y,y') = -i < p \mid T\psi_y\psi^+_{y'} \mid p > / < p \mid p >$. Представляя τ_f в виде суммы $\tau_f = \tau_f^{(0)} + \tau_f^{(1)}$, можно записать

$$k_p(x,x',y,y') = \int d^4y_1 d^4y_2 g_p(y,y_1)\tau_f^{(0)}(x,x',y_1,y_2)g_p(y_2,y'),$$
$$\tau_f^{(0}(x,x',y,y') = \{\delta^4(x-x')\delta^4(y-y') - \delta^4(x-y')\delta^4(x'-y)\}v(x,y), \tag{1}$$

где $v(x,y)$ – сумма пропагаторов свободных мезонов.

В энергетическом представлении в τ_f можно выделить δ-функцию

$$\tau(\mathbf{x},\,\epsilon_1;\,\mathbf{x}',\,\epsilon_3;\,\mathbf{y},\,\epsilon_2,;\,\mathbf{y}',\,\epsilon_4) =$$
$$= 2\pi\delta(\epsilon_1+\epsilon_2-\epsilon_3-\epsilon_4)\tau(\mathbf{x},\mathbf{x}',\mathbf{y},\mathbf{y}';\,\epsilon_1,\epsilon_2,\omega)_{\epsilon_3=\epsilon_1-\omega;\epsilon_4=\epsilon_2+\omega}, \tag{2}$$

и тогда амплитуда NN-рассеяния f примет вид:

$$f(\mathbf{p},\mathbf{p}',\mathbf{q}) = \int d\mathbf{x}d\mathbf{x}'d\mathbf{y}d\mathbf{y}'\varphi^+_{\mathbf{p}-\mathbf{q}}(\mathbf{x})\varphi^+_{\mathbf{p}'+\mathbf{q}}(\mathbf{y})\tau(\mathbf{x},\mathbf{x}',\mathbf{y},\mathbf{y}';\,\epsilon_{\mathbf{p}},\,\epsilon'_{\mathbf{p}},\omega)\varphi_{\mathbf{p}}(\mathbf{x})\varphi_{\mathbf{p}'(\mathbf{y})}.$$

Здесь $\varphi_{\mathbf{p},\mathbf{p}'}$ – волновые функции свободных нуклонов с 4-импульсами $(\epsilon_{\mathbf{p}},\,\mathbf{p})$ и $(\epsilon_{\mathbf{p}'},\,\mathbf{p}')$ – в начальном состоянии, $(\omega,\,\mathbf{q})$ – переданный 4-импульс.

Аналогичный метод можно применить и к рассмотрению рассеяния нуклона на связанном в ядре нуклоне. Для этого введем пропагатор ядерного нуклона во внешнем поле

$$\tilde{G}(y,y') = -i <\mid T\psi_y\psi^+_{y'}U(\infty,-\infty)\mid> / <\mid U(\infty,-\infty)\mid>,$$

где $\mid>$ – вектор основного состояния ядра из А нуклонов. Для второй производной по полю η получим:

$$\left.\frac{\delta^2\tilde{G}(y,y')}{\delta\eta_x^+\delta\eta_{x'}}\right|_{\eta=0} = Q(x,x',y,y') - iG(y,y')\sum(x,x');$$
$$G(y,y') = -i <\mid T\psi_y\psi^+_{y'}\mid>;\;\; \sum(x,x') = -i <\mid T\chi_x\chi^+_{x'}\mid>; \tag{3}$$

$$Q(x,x',y,y') = -i <| T\psi_y\psi^+_{y'}\chi_x\chi^+_{x'} |> . \tag{4}$$

Определим оператор рассеяния θ соотношением

$$K(x,x',y,y') + Q(x,x',y,y') = i\int d^4y_1 d^4y_2 \theta(x,x',y_1,y_2) G_{II}(y_2,y,y_1,y'). \tag{5}$$

Здесь G_{II} – двухчастичная функция Грина, $G_{II}(y_1,...,y_4) = <| T\psi_{y_1}\psi_{y_2}\psi^+_{y_3}\psi^+_{y_4} |>$.

В (4) эффекты рассеяния (оператор θ) отдельны от ядерной структуры (функция G_{II}). При этом θ содержит всевозможные диаграммы, кроме тех, которые имеют "блоки", соединенные двумя линиями G (такие диаграммы включены в G_{II}).

Правую часть (4) можно разложить в ряд, отличающийся от ряда теории возмущений для τ_f заменой свободного пропагатора g на точный $-G$. В то же время, ряды для θ и τ_f отличаются отсутствием в θ "лестничных" диаграмм с эффективным частично-дырочным взаимодействием V.

В отличие от τ_f оператор θ содержит диаграммы, отвечающие "искажению" в поле ядра падающей и расходящейся волн. Это означает, что θ имеет вид

$$\theta = G_0^{-1} G\theta' G G_0^{-1}, \tag{6}$$

где θ' – неприводимый оператор рассеяния, $G_0^{-1}(y) = \left(i\partial_{y_0} + \frac{1}{2m}\nabla^2\right)$.

Функция K определяется соотношением

$$K(x,x',y,y') = i\int d^4y_1 d^4y_2 \theta_0(x,x',y_1,y_2) G_{II}(y_2,y,y_1,y'). \tag{7}$$

С помощью (6) и (14) можно показать, что θ_0 имеет **вид**:

$$\theta_0 = G_0^{-1} G \tau_f^{(0)} G G_0^{-1}.$$

Полагая в (4) $y_0 = y'_0 \to +\infty$, разлагая затем обе части равенства (4) по полной системе векторов состояний $| n >$, можно получить, воспользовавшись (3), (4), (5) и (7):

$$\begin{aligned} &\int d^4y d^4y' \theta(x,x',y,y')\Psi_n(y',y) = \\ &= \int d^4y d^4y' \theta_0(x,x',y,y')\Psi_n(y^1,y) + < n \mid T\chi_x\chi^+_{x'} |> . \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь Ψ_n – "обобщенная волновая функция" частично-дырочного состояния

$$\Psi_n(y,y') = -i < n \mid T\psi_y\psi^+_{y'} \mid >= \int \frac{d\epsilon}{2\pi}\Psi_n(\mathbf{y},\mathbf{y}',\epsilon)e^{-i\epsilon(y_0-y'_0)+i\omega_n y'_0},$$
$$\Psi_{n(\mathbf{y},\mathbf{y}',\epsilon)} = < n \mid \left\{\psi_{\mathbf{y}}\frac{1}{\epsilon+\omega_n-H+i\alpha}\psi^+_{\mathbf{y}'} + \psi^+_{\mathbf{y}'}\frac{1}{\epsilon+H-E_0-i\alpha}\psi_{\mathbf{y}}\right\} \mid >,$$

где $\omega_n = E_n - E_0$; $H \mid n >= E_n \mid n >$. Из энергетического представления (8) и формулы (2) получим выражение для амплитуды неупругого нуклон-ядерного рассеяния

$$F_{n\mathbf{k}',\mathbf{k}} = \int\frac{d\epsilon'}{2\pi i}\int dxdx'dydy'\varphi^+_{\mathbf{k}'}(x)\theta(\mathbf{x},\mathbf{x}',\mathbf{y},\mathbf{y}';\epsilon_{\mathbf{k}},\epsilon',\omega_n)\varphi_{\mathbf{k}}(x')\Psi_n(\mathbf{y}'\mathbf{y},\epsilon') =$$
$$= \sum_\lambda\int d\mathbf{x}d\mathbf{x}'d\mathbf{y}d\mathbf{y}'\varphi^+_{\mathbf{k}'}(\mathbf{x})\Phi^+_{\lambda n}(\mathbf{y})\theta(\mathbf{x},\mathbf{x}',\mathbf{y},\mathbf{y}';\epsilon_{\mathbf{k}},\epsilon_\lambda,\omega_n)\Phi_\lambda(\mathbf{y}')\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}'). \quad (9)$$

Здесь $\Phi_\lambda(\mathbf{y}) = < \lambda \mid \psi_{\mathbf{y}} \mid >$; $\Phi_{\lambda,n}(\mathbf{y}) = < \lambda \mid \psi_{\mathbf{y}} \mid n >$; $\epsilon_{\mathbf{k}} - \epsilon'_{\mathbf{k}} = \omega_n$, $\epsilon_\lambda = E_0 - E_\lambda$; $H \mid \lambda >= E^{A-1}_\lambda \mid \lambda >$; $\mid \lambda >$ – состояние ядра из A – 1 нуклонов. Контур интегрирования по ϵ' замыкается в верхней полуплоскости.

Если состоянию $\mid n >$ отвечает непрерывный спектр ядра, то частично-дырочные взаимодействия не приводят к сдвигу энергии и Ψ_n можно представить в виде $\Psi_n = G_{II}\Psi^0_n$; $\Psi^0_n = \psi^+_{\mathbf{k}_1}\Phi_\lambda$ и $\psi_{\mathbf{k}_1}$ – волновая функция нуклона с 4-импульсом $(\epsilon_{\mathbf{k}_1}, \mathbf{k}_1)$ в поле ядра. Тогда амплитуда F запишется как

$$F_{n\mathbf{k}',\mathbf{k}} = \sum_\lambda(\varphi^+_{\mathbf{k}'}\psi^+_{\mathbf{k}_1}\tau(\epsilon_{\mathbf{k}},\epsilon_\lambda,\omega_n)\Phi_\lambda\varphi_{\mathbf{k}}),$$

где $\tau = \theta G_{II}$; $\omega_n = \epsilon_{\mathbf{k}_1} - \epsilon_\lambda$; τ соответствует амплитуде рассеяния в среде. Этот случай отвечает реакции выбивания нуклона.

В области, где θ слабо зависит от ϵ', (9) примет вид:

$$F_{n\mathbf{k}',\mathbf{k}} = (\varphi^+_{\mathbf{k}'}\theta(\epsilon_{\mathbf{k}},\bar\epsilon,\omega_n)\varphi_{\mathbf{k}}\rho_n).$$

Здесь $\rho_n = \sum_\lambda\Phi^+_{\lambda,n}(\mathbf{y})\Phi_\lambda(\mathbf{y}') = < n \mid \psi^+_{\mathbf{y}}\psi_{\mathbf{y}'} \mid >$; $\bar\epsilon$ – средняя энергия (ее можно считать равной средней энергии отделения нуклона).

Особый интерес представляет упругое рассеяние, для амлитуды которого "волновую функцию" Ψ_n в (9) следует заменить на пропагатор G:

$$\mathrm{F}_{\mathbf{k}',\mathbf{k}} = \int\frac{d\epsilon'}{2\pi i}(\varphi^+_{\mathbf{k}'}\theta(\epsilon_{\mathbf{k}},\epsilon',0)\varphi_{\mathbf{k}}G(\epsilon')) =$$

$$= \int\frac{d\epsilon'}{2\pi}\int d\mathbf{x}d\mathbf{x}'d\mathbf{y}d\mathbf{y}'\varphi^+_{\mathbf{k}'}(\mathbf{x})\theta(\mathbf{x},\mathbf{x}',\mathbf{y},\mathbf{y}',\epsilon_{\mathbf{k}},\epsilon',0)\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}')\mathbf{S}(\mathbf{y}',\mathbf{y},\epsilon'), (10)$$

где S – спектральная функция в координатном представлении

$$S(\mathbf{y}, \mathbf{y}', \epsilon), = 2\pi\theta(\mu - \epsilon) \sum_{\lambda} \Phi_\lambda(\mathbf{y}) \Phi_\lambda^+(\mathbf{y}') \delta(\epsilon - \epsilon_\lambda); \ \mu = E_0 - E_0^{A-1}. \qquad (11)$$

Необходимо отметить, что при разложении в (10) оператора θ в ряд с точными пропагаторами G, в отличие от разложения (9), возникают повторяющиеся диаграммы за счет замкнутых нуклонных петель. Однако следует иметь в виду, что выделение упругого канала при $y_0 = y_0' \to +\infty$ сводит n-частичную функцию Грина к $(n-1)$-частичной (в число n включаются и мезонные линии). Таким образом, выделяя сначала упругий канал, а затем переходя к разложению в ряд, получим правильный результат.

Снова, как и в (9), в выражение (10) входит оператор θ, а не амплитуда τ. Однако, если предположить, что эффективное взаимодействие V в канале частица-дырка при нулевой переданной энергии удовлетворяет условию $(2\pi i)^{-1} \int d\epsilon' \int d\mathbf{y} d\mathbf{y}' V(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{y}, \mathbf{y}'; \epsilon, \epsilon', 0) \times G(\mathbf{y}', \mathbf{y}, \epsilon) = 0$, то, не меняя результата, можем включить лестничные диаграммы в (10) и записать амплитуду упругого NA-рассеяния в виде

$$F_{\mathbf{k}',\mathbf{k}} = \int \frac{d\epsilon'}{2\pi} (\varphi_{\mathbf{k}'}^+ \tau(\epsilon_{\mathbf{k}}, \epsilon', 0) \varphi_{\mathbf{k}} S(\epsilon')).$$

Чтобы установить связь массового оператора M с рассеянием на связанных нуклонах, воспользуемся соотношением $F_{\mathbf{k}',\mathbf{k}} = (\varphi_{\mathbf{k}'}^+ M(\epsilon_{\mathbf{k}}) \varphi_{\mathbf{k}})$; $|\mathbf{k}'| = |\mathbf{k}|$; ($\psi_{\mathbf{k}}$ – решение задачи рассеяния с потенциалом $M(\epsilon_{\mathbf{k}})$) и уравнением (6). В результате получим равенство, справедливое на массовой поверхности

$$(2\pi)^{-1} \int d\epsilon' \int dy dy' \theta'(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{y}, \mathbf{y}', \epsilon_{\mathbf{k}}, \epsilon', 0) S(\mathbf{y}', \mathbf{y}, \epsilon') = M(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \epsilon_{\mathbf{k}}).$$

Кратко остановимся на основных результатах. Благодаря отделению эффектов, связанных с рассеянием, от характеристик ядерных состояний, можно раздельно исследовать свойства оператора θ и функций Ψ_n. Зная из анализа данных Ψ_n или S, можно определить параметры θ. При высоких энергиях можно, используя импульсное приближение ($\tau \cong \tau_f$), извлечь информацию о ядерных состояниях. Заметим, что и в импульсном приближении возникают поправки, обусловленные эффектом связанности нуклона (в (9) и (11) в θ входят энергии ϵ_λ).

Наш подход может быть без труда обобщен на случай рассеяния релятивистских нуклонов. Кроме того, метод позволяет рассмотреть и реакции с вылетом нескольких частиц или кластеров, однако для этого требуется ввести более сложные характеристики и рассеяния, и структуры ядра.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (тема 92–02–14381).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Заварзина В. П., Степанов А. В. ЭЧАЯ, **19**, вып. 4, 932 (1988).

[2] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. М., Мир, 1984, т. 2.

Поступила в редакцию 24 февраля 1994 г.