УДК 539.17

РАССЕЯНИЕ БОЗОНОВ НА ЯДРАХ

Г. М. Ваградов

В нерелятивистском по нуклонам приближении установлены общие соотношения между амплитудами рассеяния бозонов на ядре и его конституентах.

Для извлечения информации о внутриядерных процессах из данных по рассеянию бозонов (фотонов, мезонов) важно иметь общие соотношения между амплитудами рассеяния на ядре и его конституентах. В мезонной модели такие соотношения можно найти с помощью метода вариаций по внешним классическим полям [1, 2]. Так, амплитуда $F_{nq',q}$ перехода из начального (ядро в основном состоянии $|>$, "бозон" с 4-импульсом q) в конечное (ядро в состоянии $| \, n >$, "бозон" с импульсом q') состояние определяется соотношением

$$2\pi i\delta(q_0 - q_0' - \omega_n)F_{nq',q} = -\int d^4zd^4z' < n \mid \frac{\delta^2 U(\infty, -\infty)}{\delta v(z)\delta v(z')} \mid>|_{v\to 0}\, e^{-iqz+iq'z'}, \qquad (1)$$

где $v(z)$ – внешнее классическое поле; $\omega_n = E_n - E_0$ $(H \mid>= E_0 \mid>;\ H \mid n >= E_n \mid n >)$; оператор эволюции во времени $U(t,t')$ удовлетворяет уравнению

$$U(t,t') = 1 - i\int\limits_{t'}^{t} dt_1 \mathcal{H}''(t_1)U(t_1,t');\ \mathcal{H}''(t) = e^{iHt}H''(t)e^{-iHt}; \qquad (2)$$

$H''(t)$ – гамильтониан взаимодействия внешнего поля с нуклонами и мезонами

$$H''(t) = \int d\mathbf{z} v(t,\mathbf{z})\{j_s(\mathbf{z}) + v(t,\mathbf{z})j_s'(\mathbf{z})\}. \qquad (3)$$

Выражения для операторов j_s и j_s' запишутся как

$$j_s(\mathbf{z}) = \frac{\delta H'}{\delta\varphi_s(\mathbf{z})};\ \delta(\mathbf{z}-\mathbf{z}')j_s'(\mathbf{z}) = \frac{\delta^2 H^1}{\delta\varphi_s(\mathbf{z})\delta\varphi_s(\mathbf{z}')}.$$

Здесь H' – гамильтониан взаимодействия нуклонного и мезонных полей (включая и самодействие), $\varphi_s(\mathbf{z})$ – соответствующий рассеиваемому s-мезону оператор поля.

Из (2) и (3) получим:

$$< n \mid \frac{\delta^2 U(\infty, -\infty)}{\delta v(z)\delta v(z')} \mid > |_{v\to 0} = -i\Pi_n(z, z');$$

$$\pi_n(z, z') = -i < n \mid \{i\delta^4(z - z')j_s'(z) + T(j_s(z)j_s(z'))\} \mid > .$$

Чтобы ввести амплитуду рассеяния на ядерном нуклоне, рассмотрим его пропагатор во внешнем поле $v(z)$:

$$\tilde{G}(y, y') = -i <\mid T(\psi(y)\psi^+(y')U(\infty, -\infty)) \mid > / <\mid U(\infty, -\infty) \mid >,$$

где ψ^+ и ψ – операторы рождения и уничтожения нуклона (мы считаем его движение в ядре нерелятивистским; спиновые и изоспиновые переменные включены в координаты).

Для нестатического поля v имеем:

$$\frac{\delta^2 \tilde{G}(y, y')}{\delta v(z)\delta v(z')}_{v\to 0} = Q(y, y', z, z') + iG(y, y')\Pi(z, z'),$$

$$G(y, y') = -i <\mid T(\psi(y)\psi^+(y')) \mid >; \ \Pi(z, z') = -i <\mid \{i\delta^4(z - z')j_s'(z) + T(j_s(z)j_s(z'))\} \mid >,$$

$$Q(y, y', z, z') = i <\mid T\{\psi(y)\psi^+(y')[i\delta^4(z - z')j_s'(z) + j_s(z)j_s(z')]\} \mid > . \qquad (4)$$

Поскольку Q – вершина с двумя нуклонными (y, y') и двумя бозонными (z, z') точками, то при ненулевой переданной энергии $(q_0 - q_0' \neq 0)$ ее можно представить в виде

$$Q(y, y', z, z') = i \int d^4y_1 d^4y_2 \theta_N(y_1, y_2, z, z')G_2(y_2, y, y_1, y'). \qquad (5)$$

θ_N можно назвать оператором рассеяния бозона на связанном в ядре нуклоне. θ_N разлагается в бесконечный ряд, который отличается от ряда теории возмущений для свободной амплитуды тем, что в нем вакуумные пропагаторы G_0 и D^0_{0i} заменены на "средовые" G и D_i ($D_i(y, y') = -i <\mid T(\varphi_i(y)\varphi_i^+(y')) \mid >$) и, кроме того, исключены "лестничные" диаграммы, содержащие части, соединенные двумя линиями G; G_2 – двухчастичная функция Грина

$$G_2(y_1, ..., y_4) = <| T(\psi(y_1)\psi(y_2)\psi^+(y_3)\psi^+(y_4)) |> . \tag{6}$$

Полагая в (5) $y_0 = y_0' \to +\infty$ и разлагая затем Q и G_2 по полной системе векторов состояний $| n >$, получим из (5) и (6):

$$\Pi_n(z, z') = -i \int d^4y d^4y' \theta_N(y, y', z, z') \Psi_n(y', y), \tag{7}$$

где Ψ_n – "частично-дырочная волновая функция" [2]:

$$\Psi_n(y, y') = -i < n | T(\psi(y)\psi^+(y')) |> = \int \frac{dk_0}{2\pi} \Psi_n(\mathbf{y}, \mathbf{y}', k_0) e^{-ik_0 y_0 + i(k_0+\omega_n)y_0'};$$

$$\Psi_n(\mathbf{y}, \mathbf{y}', k_0) = < n | \{\psi(\mathbf{y}) \frac{1}{k_0 + \omega_n - H + E_0 + i\alpha} \psi^+(\mathbf{y}') + \psi^+(\mathbf{y}') \frac{1}{k_0 + H - E_0 - i\alpha} \psi(\mathbf{y})\} |> .$$

Переходя в (7) к фурье-образу по y_0 и y_0', будем иметь:

$$\begin{aligned} \Pi_n(z, z') &= \int \tfrac{dk_0}{2\pi i} \int d\mathbf{y} d\mathbf{y}' \theta_N(\mathbf{y}, k_0 + \omega_n; \mathbf{y}', k_0; z, z') \Psi_n(\mathbf{y}', \mathbf{y}, k_0) = \\ &= \sum_\lambda \int d\mathbf{y} d\mathbf{y}' \phi^+_{\lambda n}(\mathbf{y}) \theta_N(\mathbf{y}, \epsilon_\lambda + \omega_n; \mathbf{y}', \epsilon_\lambda; z, z') \phi_\lambda(\mathbf{y}'). \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь интегрирование по k_0 проведено по замкнутому контуру в верхней полуплоскости и введены обозначения:

$$\phi_\lambda(\mathbf{y}) = < \lambda_{A-1} | \psi(\mathbf{y}) |>; \; \phi_{\lambda n}(\mathbf{y}) = < \lambda_{A-1} | \psi(\mathbf{y}) | n >;$$

$$\epsilon_\lambda = E_0 - E_\lambda^{A-1}; \; H | \lambda_{A-1} > = E_\lambda^{A-1} | \lambda_{A-1} > .$$

Используя (1) и (8), амплитуду неупругого процесса $E_{nq',q}$ можно выразить через оператор рассеяния на нуклоне θ_N.

В отличие от рассеяния на свободном нуклоне, в амплитуду F включены эффекты "искажения" полем ядра падающей и рассеянной волн. Это означает, что θ_N можно представить как

$$\theta_N = D_{s0}^{-1} D_s \theta_N^{(ir)} D_s D_{s0}^{-1}, \tag{9}$$

где $D_{s0}^{-1}(z) = (-\partial_{z0}^2 + \nabla_{\mathbf{z}}^2 - m_s^2)$; $D_s(z, z') = -i <| T(\varphi_s(z)\varphi_s^+(z')) |>$ – пропагатор рассеиваемого s-мезона в ядре; $\theta_N^{(ir)}$ – неприводимый оператор рассеяния, уже не содержащий "искажений".

Если состояние n лежит в области непрерывного спектра (отсутствует сдвиг энергии), то можно записать связь между Ψ_n и невозмущенной волновой функцией частично-дырочного состояния Ψ_n^0:

$$\Psi_n(y, y') = \int d\mathbf{y}_1 d\mathbf{y}_2 G_2(y, y_1, y', y_2)\Psi_n^0(y_2, y_1) |_{y_{10}=y_{20}+\infty} .$$

В этом случае Π_n выражается через амплитуду расеяния в среде: $\Pi_n = (\tau_n \Psi_n^0)$; $(\theta_N G_2) = (\tau_N GG)$.

Рассмотрим упругое рассеяние. Представим функцию Q из (4) в виде суммы

$$Q(y, y', z, z') = i \int d^4y_1 d^4y_2 \{\theta'_N(y_1, y_2, z, z')G_2(y_2, y, y_1, y') + \\ + \sum_i \theta'_i(y_1, y_2, z, z')G_2^i(y_2, y, y_1, y'), \tag{10}$$

где суммирование по i проводится по различным сортам мезонов; операторы θ'_N и θ'_i можно разложить в ряды, из которых исключены диаграммы, содержащие части, соединенные двумя линиями G или D_i; G_2^i – смешанная двухчастичная функция Грина

$$G_2^i(y_1, ..., y_4) =<| T(\varphi_i(y_1)\psi(y_2)\varphi_i^+(y_3)\psi^+(y_4)) |> . \tag{11}$$

Вместо оператора рассеяния θ'_i можно было бы выбрать блок с произвольным числом мезонных линий и соответствующий этому нуклонный оператор θ'_N, но вид (11) продиктован соображениями феноменологии.

При нулевой переданной энергии и в пределе $y_0 = y'_0 \to +\infty$ получим из (6), (10) и (11):

$$\Pi(z, z') = -i \int d^4z d^4z' \{\theta'_N(y, y', z, z')G(y', y) + \sum_i \theta'_i(y, y', z, z')D_i(y', y)\}. \tag{12}$$

Чтобы перейти к более практичному выражению, запишем D_i как сумму $D_i(y, y') = D_i^0(y, y') + \Delta D_i(y, y')$, где D_i^0 – пропагатор i-го мезона в газе "невзаимодействующих" мезонов

$$D_i^0(y, y') = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} D_i^0(k)e^{-ik(y-y')}; \; D_i^0(k) = D_{0i}^0(k) - 2\pi i n_{i\mathbf{k}}\delta(k_0^2 - \omega_{i\mathbf{k}}^2);$$

$$D^0_{0i}(k) = (k_0^2 - \omega_{i\mathbf{k}}^2 + i\alpha)^{-1};\ \omega_{i\mathbf{k}} = \sqrt{m_i^2 + \mathbf{k}^2};$$

$n_{i\mathbf{k}}$ – плотность импульсного распределения i-ых мезонов в основном состоянии ядра: $n_{ik} =<| c^+_{i\mathbf{k}} c_{ik} |> /2\omega_{i\mathbf{k}}$; $c^+_{i\mathbf{k}}$ и $c_{i\mathbf{k}}$ – операторы рождения и уничтожения i-го мезона (эти операторы нормированы в соответствии с коммутационным соотношением $[c_{i\mathbf{k}}, c^+_{i\mathbf{k}'}] = (2\pi)^3 2\omega_{i\mathbf{k}}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')$).

Другая часть пропагатора D_i находится из уравнений движения для оператора φ_i:

$$\Delta D_i(y,y') = -i\int d^4y_1 D^0_i(y,y_1) <| T(j_i(y_1)\varphi_i(y')) |> .$$

Учитывая, что мезонные петли дают вклад в массу мезона как в D^0_{0i}, так и в D_i, а диаграммы с виртуальными нуклонными линиями входят в ΔD_i и их можно отнести в (12) к нуклонному оператору, (12) можно записать в виде:

$$\Pi(z,z') = -i\int d^4y d^4y' \{\theta_N(y,y',z,z')G(y',y) + \sum_i \theta'_i(y,y',z,z')D^0_i(y',y)\}. \qquad (13)$$

Переходя к фурье-образу по временам (θ_N и θ'_i содержат δ-функции, соответствующие сохранению энергии), получим при $q_0 = q'_0$:

$$\Pi(z,z',q_0) = \int \frac{dk_0}{2\pi}\int dydy'\{\theta_N(y,y',z,z';k_0,q_0,0)S_N(y',y,k_0) + \sum_i \theta'_i(z,z';k,q_0,0)S_i(k)\},$$

где S_N и S_i – спектральные функции нуклонов и "свободных" i-мезонов,

$$S_N(y,y',k_0) = 2\pi\theta(\mu - k_0)\sum_\lambda \phi_\lambda(\mathbf{y})\phi^+_\lambda(\mathbf{y}')\delta(k_0 - \epsilon_\lambda);\ \mu = E_0 - E_0^{A-1};$$

$$S_i(k) = 2\pi n_{i\mathbf{k}}\delta(k_0^2 - \omega_{i\mathbf{k}}^2).$$

Заметим, что при разложении в (13) операторов θ_N и θ'_i, в отличие от (7), возникают повторяющиеся диаграммы. Однако следует иметь в виду, что (13) является непертурбативной формулой и для нее справедливо представление в виде бесконечной суммы связных n-частичных функций Грина ($n = 2, 3, ...$; n включает нуклонные и мезонные линии).

В этой связи можно утверждать, что включение "лестничных" диаграмм в (13) не изменит результата и, следовательно, $\Pi = (\tau_N G) + \sum_i(\tau_i D^0_i)$, где τ_N и τ_i – амплитуды рассеяния бозона на нуклоне и i-ом мезоне в ядерной среде. Очевидно, что это соотношение выполняется при строгом самосогласовании задачи об основном состоянии, когда эффективные взаимодействия в частично-дырочном и двухмезонном каналах обращаются в нуль при нулевой переданной энергии.

Чтобы установить связь поляризационного оператора Π_s с операторами рассеяния, воспользуемся известным соотношением для амплитуды упругого рассеяния [3]:

$$F_{\mathbf{q}',\mathbf{q}} = \frac{1}{2\omega_{s\mathbf{q}}}(\varphi^+_{\mathbf{q}'}\Pi(\omega_{s\mathbf{q}})\varphi_{\mathbf{q}}) = \frac{1}{2\omega_{sq}}(\varphi^+_{\mathbf{q}'}\Pi(\omega_{s\mathbf{q}})\psi_{\mathbf{q}});\ |\ \mathbf{q}\ |=|\ \mathbf{q}'\ | .$$

Здесь $\varphi_{\mathbf{q}}$ и $\varphi_{\mathbf{q}'}$ – плоские волны, отвечающие начальному и конечному состоянию s-мезона с энергией $\omega_{s\mathbf{q}}$; $\psi_{\mathbf{q}}$ – решение уравнения рассеяния

$$(\omega_{s\mathbf{q}} + \nabla^2_{\mathbf{z}} - m^2_s)\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{z}) = \int d\mathbf{z}'\Pi(\mathbf{z},\mathbf{z}',\omega_{s\mathbf{q}})\psi_{\mathbf{q}}(\mathbf{z}').$$

Из (9) следует, что на массовой поверхности Π_s выражается через неприводимые операторы рассеяния $\theta^{(ir)}_N$ и $\theta'^{(ir)}_i$: $\Pi(\omega_{sq}) = (\theta^{(ir)}_N G) + \sum_i(\theta'^{(ir)}_i D^0_i)$.

Наш подход позволяет провести обобщение на релятивистский случай, а также на область энергий, где нуклоны и мезоны проявляются как составные частицы.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (тема 92-02-14381).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля, М., Мир, 1984, т. 2.
[2] Ваградов Г. М. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 3-4, (1994).
[3] Эриксон Т., Вайзе В. Пионы и ядра, М., Наука, 1991.

Институт ядерных исследований РАН Поступила в редакцию 18 марта 1994 г.