

РАСЧЕТ СЕЧЕНИЯ ИОНИЗИРУЮЩИХ СТОЛКНОВЕНИЙ В ФОТОАБСОРБЦИОННОЙ ИОНИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

В. М. Гришин, А. П. Костин, С. К. Котельников, Д. Г. Стреблеченко

Обсуждается упрощенная формула для быстрого расчета сечения ионизирующих столкновений релятивистских заряженных частиц в рамках фотоабсорбционной ионизационной модели. Вычисленные распределения ионизационных потерь энергии в кремниевых детекторах согласуются с экспериментальными данными.

Ионизационные эффекты, производимые релятивистскими заряженными частицами в очень тонких слоях вещества (газы $\geq 0,1$ см · атм, конденсированные среды ≥ 1 мкм), привлекают все большее внимание в связи с разработкой трековых и калориметрических детекторов для экспериментов по физике высоких энергий. Для оптимизации геометрии и характеристик этих (достаточно сложных) детекторов требуется проводить большой объем вычислений. Поэтому все более актуальной становится разработка быстрых методов расчета ионизационных эффектов, большинство из которых определяются сечением ионизирующих столкновений. В последнее время для расчетов ионизационных эффектов в очень тонких слоях вещества все чаще применяется фотоабсорбционная ионизационная (ФАИ) модель [1, 2]. Ее распространение сдерживается сложной структурой выражения для дифференциального сечения ионизирующих столкновений $d\sigma_i/d\omega$ с передачей энергии ω . В настоящей работе обсуждается упрощенная формула для вычисления $d\sigma_i/d\omega$, позволяющая выразить сечение ионизирующих столкновений в элементарных функциях без численного интегрирования.

В рамках ФАИ модели сечение ионизирующих столкновений в наиболее общем виде описывается следующими выражениями [2]:

$$\frac{d\sigma_i}{d\omega} = \frac{2\pi Z e^4}{m v^2} \left\{ \frac{f(\omega)}{\omega |\epsilon(\omega)|^2} \left[\ln \frac{2m v^2}{\omega |1 - \beta^2 \epsilon|} - \frac{\epsilon_1 - \beta^2 |\epsilon|^2}{\epsilon_2} \arg(1 - \beta^2 \epsilon^*) \right] + \frac{\hat{F}(\omega)}{\omega^2} \right\},$$

$$\tilde{F}(\omega) = \int_0^{\omega} \frac{f(\omega')}{|\epsilon(\omega')|^2} d\omega', \quad f(\omega) = \frac{m\omega\epsilon_2(\omega)}{2\pi^2 Z N \hbar^2}, \quad (1)$$

где m и e – соответственно масса и заряд электрона, \hbar – постоянная Планка, $\beta = v/c$ – скорость частицы v в единицах скорости света c , Z – эффективный атомный номер, N – число атомов (молекул) в единице объема, $\epsilon = \epsilon_1 + i\epsilon_2$ – комплексная диэлектрическая проницаемость вещества. Известно, что в изотропном немагнитном веществе диэлектрическая проницаемость определяется квадратом комплексного показателя преломления $n(\omega) = n_1 + in_2$: $\epsilon(\omega) = (n_1 + in_2)^2$. В диапазоне передач энергии выше первого потенциала ионизации $I_1 \sim 10$ эВ, для представляющих практический интерес веществ (в частности, для всех газов) $n_1 \sim 1$. Поэтому мнимую часть диэлектрической проницаемости $\epsilon_2(\omega)$ можно выразить через сечение фотопоглощения $\sigma_\gamma(\omega)$:

$$\epsilon_2(\omega) = 2n_1 n_2 \approx 2n_2 = \frac{N\hbar c}{\omega} \sigma_\gamma(\omega).$$

В свою очередь, действительная часть диэлектрической проницаемости вычисляется с помощью дисперсионного соотношения Крамерса – Кронига:

$$\epsilon_1(\omega) - 1 = \frac{2N\hbar c}{\pi} V \rho \int_0^{\infty} \frac{\sigma_\gamma(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega',$$

где интеграл от полюсного выражения понимается в смысле главного значения. В практических вычислениях удобно ограничиваться вкладом только непрерывной части спектра. В этом случае необходимо использовать "нормированное" сечение фотопоглощения $\tilde{\sigma}_\gamma(\omega)$:

$$\tilde{\sigma}_\gamma(\omega) = \frac{2\pi^2 \hbar e^2 Z}{mc} \sigma_\gamma(\omega) \left[\int_{I_1}^{\omega_{max}} \sigma_\gamma(\omega') d\omega' \right]^{-1}, \quad \omega_{max} \approx 100 \text{ кэВ},$$

удовлетворяющее правилу сумм Томаса – Райхе – Куна [3]:

$$\int_{I_1}^{\omega_{max}} \tilde{\sigma}_\gamma(\omega') d\omega' = \frac{2\pi^2 \hbar e^2 Z}{m}.$$

Тогда сечение ионизирующих столкновений выражается только через сечение фотопоглощения в непрерывной области спектра:

$$\frac{d\sigma_i}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi\beta^2} \left\{ \frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\omega |\epsilon(\omega)|^2} \left[\ln \frac{2mv^2}{\omega |1 - \beta^2\epsilon|^2} - \frac{\epsilon_1 - \beta^2 |\epsilon|^2}{\epsilon_2} \arg(1 - \beta^2\epsilon^*) \right] + \frac{1}{\omega^2} \int_{I_1}^{\omega} \frac{\tilde{\sigma}_\gamma(\omega')}{|\epsilon(\omega')|^2} d\omega' \right\}, \quad (2)$$

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{N\hbar c}{\omega} \tilde{\sigma}(\omega), \quad \epsilon_1(\omega) - 1 = \frac{2}{\pi} N\hbar c V\rho \int_{I_1}^{\omega_{max}} \frac{\tilde{\sigma}_\gamma(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (3)$$

Для практических расчетов по формулам (2), (3) удобно воспользоваться представлением сечения фотопоглощения в виде полинома по обратным степеням ω [4]:

$$\sigma_\gamma(\omega) = \sum_{k=1}^4 a_k^{(i)} \omega^{-k}, \quad (4)$$

где коэффициенты $a_k^{(i)}$ подбираются методом наименьших квадратов по экспериментальным данным отдельно в каждом i -том интервале энергии (границы интервалов, как правило, совпадают с пиками фотопоглощения атомов вещества). Нетрудно видеть, что представление (4) позволяет вычислить диэлектрическую проницаемость аналитически в элементарных функциях от ω во всех точках, кроме пиков фотопоглощения, где сечение претерпевает разрывы, и интеграл (3) не определен в смысле главного значения.

Третий член в формуле (2), допускающий только численное интегрирование, усложняет вычисление сечения ионизирующих столкновений. Для упрощения формулы (2) рассмотрим относительные вклады ее слагаемых как функции передачи энергии ω . На рис. 1 эти зависимости показаны для кремния, ионизация которого вызвана релятивистской частицей в области плато Ферми ($\beta\gamma \sim 10^4$, где γ – лоренц-фактор частицы). Видно, что третий член доминирует при передачах энергии $\omega > 10$ кэВ, когда функция $|\epsilon(\omega)|^{-2}$ практически равна единице. Это можно понять и из физических соображений, поскольку третий член в (2) описывает резерфордовское рассеяние на тех атомных электронах, которые можно считать квазисвободными при данной передаче энергии [1]. Кроме того, хорошо известно, что в области больших передач диэлектрическая проницаемость имеет универсальный вид $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p/\omega^2 \approx 1$, где ω_p – плазменная энергия вещества. Поэтому множитель $|\epsilon(\omega)|^{-2}$ в третьем члене (2) можно вынести за знак интеграла, и сечение ионизирующих столкновений описывается следующей удобной для практических вычислений формулой:

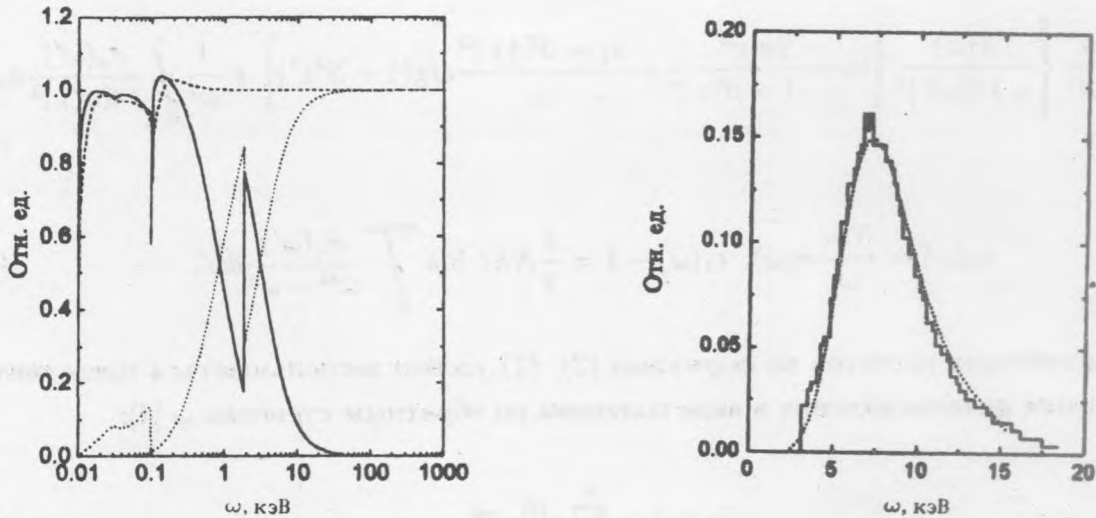


Рис. 1. Относительные вклады различных членов формулы (2) как функции передачи энергии ω для релятивистской частицы с $\beta\gamma \sim 10^4$ (плато Ферми) в кремнии. Кривые: сплошная – первый член, пунктир – третий член, штриховая – $|\epsilon(\omega)|^{-2}$. (Вклад второго члена не превышает в среднем 5%.)

Рис. 2. Распределение ионизационных потерь энергии ω пионов с импульсом 2 ГэВ/с в кремниевом детекторе толщиной 32 мкм. Точки – расчет с использованием соотношения (5), гистограмма – эксперимент [5].

$$\frac{d\sigma_i}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi\beta^2 |\epsilon(\omega)|^2} \left\{ \frac{\tilde{\sigma}(\omega)}{\omega} \left[\ln \frac{2mv^2}{\omega |1 - \beta^2\epsilon|^2} - \frac{\epsilon_1 - \beta^2 |\epsilon|^2}{\epsilon_2} \arg(1 - \beta^2\epsilon^*) \right] + \frac{1}{\omega^2} \int_{I_1}^{\omega} \tilde{\sigma}_\gamma(\omega') d\omega' \right\}, \quad (5)$$

принимаяющей особенно простой вид для газов, когда множитель $|\epsilon(\omega)|^{-2}$ перед фигурными скобками можно приравнять единице для всех $\omega \geq I_1$ [1].

Поскольку в литературе во втором члене (2) вместо $\arg(1 - \beta^2\epsilon^*)$ часто пишут $\text{arctg}(x)$, где $x = \beta^2\epsilon_2/(1 - \beta^2\epsilon_1)$, приведем корректную схему его расчета. В действительности

$$\arg(1 - \beta^2\epsilon^*) = \begin{cases} \text{arctg}(x), & x > 0 \\ \pi/2, & 1 - \beta^2\epsilon_1 = 0, \\ \pi - \text{arctg} |x|, & x < 0 \end{cases}$$

поскольку в реальных веществах всегда $\epsilon_2 > 0$.

На рис. 2 показано распределение ионизационных потерь энергии пионов с импульсом $2 \text{ ГэВ}/c$ в кремниевом детекторе толщиной 32 мкм . Видно, что расчет по формуле (5) хорошо согласуется с экспериментом [5].

Рассмотренную схему вычисления сечения ионизирующих столкновений, позволяющую выразить его в элементарных функциях передачи энергии, можно использовать для практических расчетов ионизационных эффектов в физике элементарных частиц и астрофизике высоких энергий.

Авторы признательны Ф. Карминати и К. Лассила-Перини за стимулирующие обсуждения и благодарны С. И. Никольскому за поддержку настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Allison W. W. M. and Cobb I., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **30**, 253 (1980).
- [2] Асосков В. С. и др. *Труды ФИАН*, **140**, 3 (1982).
- [3] Fano U. and Cooper J. W., *Rev. Mod. Phys.*, **40**, 441 (1968).
- [4] Biggs F. and Lighthill R., *Preprint SAND 87-0070*, May 1990.
- [5] Bak J. F. et al., *Preprint CERN-EP /87-62*.

Поступила в редакцию 11 мая 1994 г.