Краткие сообщения по физике № 1, 2 — 1992 г.

УДК 539.186.2

ИОНИЗАЦИЯ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА БЫСТРЫМИ ЭЛЕКТРОНАМИ В ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В. И. Крылов

Рассмотрено влияние однородного электрического поля на движение первичного электрона при ионизации им в этом поле водородоподобного атома. Показано, что в сечении ионизации появляются осциллирующие слагаемые, связанные с интерференцией первичных электронов во внешнем поле.

В работе /1/ при определении сечения ионизации атома водорода быстрыми электронами в однородном электрическом поле не учитывалось влияние этого поля на движение первичных электронов и не рассматривались их переходы в состояния, волновые функции которых близки к стоячим волнам. Именно эти эффекты являются предметом исследования настоящей работы и, как будет показано, они могут быть существенными даже в слабом (по сравнению с атомным) однородном электрическом поле.

Направление напряженности $\boldsymbol{\epsilon}$ внешнего электрического поля выберем против оси z декартовой системы координат x, y, z: $\boldsymbol{\epsilon} = (0, 0 -\epsilon)$. Поле считаем однородным в области пространства $z \geqslant -L_z$, где L_z — макроскопическая величина.

Пусть в таком поле находится водородоподобный атом (m_e — масса, $-e$ — заряд, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор атомного электрона; Ze — заряд, m_n — масса, $\mathbf{r}_n$ — радиус-вектор ядра) и на него из области пространства $z \leqslant -L_z$ падает монохроматический поток электронов ($\mathbf{r}_e$ — радиус-вектор одного из таких электронов).

Для определения сечения ионизации атома в нерелятивистском борновском приближении выберем координаты $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_i$ ($\mathbf{r}_i = [m_e\mathbf{r}_e + m_n\mathbf{r}_n]m_i^{-1}$, $m_i = m_n + m_e$), $\mathbf{R} = (m_i\mathbf{r}_i + m_e\mathbf{r}_e)M^{-1}$ ($M = m_i + m_e$), $\mathbf{r} = \mathbf{r}_a - \mathbf{r}_n$. Причем $\mathbf{r} = (x, y, z)$, $\boldsymbol{\rho} = (\xi, \eta, \zeta)$, $\mathbf{R} = (x_R, y_R, z_R)$.

Если в качестве возмущения выбрать потенциальную энергию взаимодействия атома с падающим на него электроном $V(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = e^2|\boldsymbol{\rho} - (m_n/m_i)\mathbf{r}|^{-1} - Ze^2|\boldsymbol{\rho} + (m_e/m_i)\mathbf{r}|^{-1}$, то в невозмущенном уравнении Шредингера можно провести разделение переменных для всех ξ, η, x_r, y_r и в области ζ, z_R, лежащей выше лучей $z_R = -(m_i/M)\zeta - L_z$, при $\zeta \leqslant 0$, и $z_R = (m_e/M)\zeta - L_z$, при $\zeta \geqslant 0$.

В дальнейшем полагаем, что относительная скорость атома и падающего на него электрона значительно больше средней скорости атома в лабораторной системе отсчета. Это позволяет не рассматривать характер внешнего движения системы атом — электрон и считать ее центр инерции покоящимся в начале системы координат, где потенциал внешнего поля равен нулю. Тогда $\zeta \in (-L, m_i L/m_e)$ $(L = ML_z/m_i)$, что позволяет использовать оба линейно-независимых решения уравнения Шредингера (функции Эйри /2/) для нахождения волновой функции $\psi_\rho(\rho)$, описывающей внутреннее движение системы электрон — атом с продольной (вдоль ϵ) энергией E_ζ.

Если

$$E_\zeta > e_\rho \epsilon L, \quad e_\rho = e[1 + (Z - 2)m_e/M] \tag{1}$$

и, кроме того, $(k_\zeta l_\rho)^2 \gg 1$, (определения k_ζ и l_ρ даны ниже), то, используя асимптотические представления функции Эйри, можно найти $\psi_\rho(\rho) \equiv \psi_{\mathbf{k}}(\rho)$, обеспечивающую стационарную (с отличной от нуля продольной компонентой) плотность потока электронов относительно атома:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\rho) = (A/s^{1/4})\exp\left\{i[2k_\zeta s^{3/2}/3|k_\zeta| + \mathbf{k}_\perp \rho]\right\}, \tag{2}$$

где $s = \zeta/l_\rho + E_\zeta/e_\rho \epsilon l_\rho$; $l_\rho = (\hbar^2/2me_\rho\epsilon)^{1/3}$; $E_\zeta = \hbar^2 k_\zeta^2/2m + e_\rho \epsilon L$, $\mathbf{k} = (\mathbf{k}_\perp, k_\zeta)$ — волновой вектор, определяющий величину и направление микроскопической плотности потока, энергия относительного движения частиц $E_{\mathbf{k}} = E_\zeta + \hbar^2 k_\perp^2/2m$; $m = m_e m_i/M$; $A \equiv A_{\mathbf{k}_0} = (m|k_{0\zeta}|l_\rho/\hbar k_0)^{1/2}$. При нормировании волновой функции начального состояния $\psi_{\mathbf{k}_0}$ на единичную плотность потока, величина $A \equiv A_{\mathbf{k}}$, для волновой функции конечного состояния относительного движения частиц связывает число $dn_{\mathbf{k}}$ таких конечных состояний и элемент объема $\mathbf{k}$-пространства $d^3\mathbf{k}$:

$$dn_{\mathbf{k}} = (|k_\zeta| l_\rho/8\pi^3 A_{\mathbf{k}}^2)d^3\mathbf{k}. \tag{3}$$

Это соотношение является следствием ортогональности функций $\psi_{\mathbf{k}}$ при различных $\mathbf{k}$.

Если энергия E_ζ конечных состояний подчиняется неравенству

$$E_\zeta \ll e_\rho \epsilon L, \tag{4}$$

то волновая функция $\psi_\rho = \psi_{\mathbf{k}_\perp, E_\zeta}(\rho)$, описывающая такие состояния, имеет вид

$$\psi_{\mathbf{k}_\perp, E_\zeta} = A\phi(-s)\exp(i\mathbf{k}_\perp \rho), \tag{5}$$

где $\phi(-s)$ — ограниченная при всех s функция Эйри /2/.

Представляет интерес рассматривать переходы в такие состояния, для которых $\phi(-s)$ не является экспоненциально малой величиной при s, соответствующей интервалу $(-L,\ m_i L/m_c)$ изменения ζ. Это возможно если, кроме (4), выполнено условие $E_\zeta \gg e_\rho \epsilon l_\rho$. Тогда используем асимптотическое представление $\phi(-s) \cong s^{-1/4}\sin[(2/3)s^{3/2} + \pi/4]$, а величину A определяем из условия нормирования $\psi_{k_\perp E_\zeta}(\rho)$ на единицу; при этом число $dn_{k_\perp E_\zeta}$ квантовых состояний, приходящихся на интервал энергии dE_ζ и площадь $d^2\mathbf{k}_\perp$ ($\mathbf{k}_\perp$-плоскости), дается соотношением

$$dn_{k_\perp E_\zeta} = (4\pi^3 e_\rho \epsilon l_\rho^2 A^2)^{-1} d^2\mathbf{k}_\perp dE_\zeta. \tag{6}$$

Пренебрегая влиянием внешнего однородного поля на начальное состояние атома, выбираем его волновую функцию в виде $\psi_{r0} = (\pi a^3)^{-1/2}\exp(-r/a)$, где $a = \hbar^2/Ze^2m$. Взаимодействие вторичного электрона с ядром в конечном состоянии не учитываем. Если энергия продольного движения E_z системы ядро атома — вторичный электрон удовлетворяет условиям

$$e_r \epsilon l_r \ll E_z \ll e_r \epsilon L, \tag{7}$$

где $e_r = e[1 + (Z - 1)m_e/m_i]$, $l_r = (\hbar/2m_{en} e_r \epsilon)^{1/3}$, $m_{en} = m_e m_n/m_i$, то волновые функции конечных состояний $\psi_r(\mathbf{r}) \equiv \psi_{k_{a\perp}, E_\zeta}$ определяются формулой (5) с заменой ρ, $\mathbf{k}_\perp$, E_ζ, e_ρ, l_ρ на r, $\mathbf{k}_{a\perp}$, E_z, e_r, l_r. Аналогичная замена в (6) дает выражение для числа состояний $dn_{k_{a\perp} E_z}$. При выполнении условий $E_r > e_r \epsilon L$, $(k_z l_r)^2 \gg 1$, число состояний dn_{k_a}, отнесенное к элементу объема d^3k_a, и $\psi_r = \psi_{k_a}(\mathbf{r})$ определяются соответственно формулами (3) и (2) с теми же заменами, что и в предыдущем случае.

Используя стандартную методику определения сечений в борновском приближении, учитывая (2) и (3), для энергий $E_{0\zeta}, E_\zeta \gg E_z > e_r \epsilon L$, когда можно пренебречь обменными эффектами, находим сечение $d\sigma$ перехода атомного электрона в интервал состояний dn_{k_a}, а первичного электрона в состояния, соответствующие элементу телесного угла dO, в который попадает вектор **k**:

$$d\sigma = \frac{32ak|k_z k_\zeta k_{0\zeta}| d^3k_a dO}{(Z\pi)^2 k_0 q^4 [1+a^2(q+\kappa_a)^2]^4 [(k_z^2+L/l_r^3)(k_\zeta^2+L/l_\rho^3)(k_{0\zeta}^2+L/l_\rho^3)]^{1/2}}, \tag{8}$$

где $k^2 = k_0^2 - [k_a^2 + L/l_r^3 + a^{-2}]$; $q = \kappa - \kappa_0$; $\kappa = (k_\perp,\ k_\zeta\sqrt{2mE_\zeta}/\hbar|k_\zeta|)$; $\kappa_0 = (k_{0\perp},\ k_{0\zeta}\sqrt{2mE_{0\zeta}}/\hbar|k_{0\zeta}|)$; $\kappa_a = (k_{a\perp},\ k_z\sqrt{2mE_z}/\hbar|k_z|$; $k_a = (k_{a\perp}, k_z)$.

Учитывая условия, при которых получена эта формула, и считая, что

$$L/l_r \gg (l_r k_z)^2 \gg 1, \tag{9}$$

получаем из (8) более простое выражение

$$d\sigma = \frac{32ak|k_z|}{(Z\pi)^2 k_0 q^4 [1 + a^2(q + \kappa_a)^2]^4} \sqrt{\frac{l_r^3}{L}}\, d^3k_a dO. \tag{10}$$

Наличие в (8) и (10) членов, зависящих от $\mathbf{q}$, κ_a и $\sqrt{k_z^2 l_r^3/L} = \beta$, описывает анизотропию сечения, вызванную внешним полем. В условиях (9) этот эффект оказывается существенным, даже если поле мало по сравнению с атомным. Причем рост β приводит к уменьшению $d\sigma$ по сравнению с сечением в отсутствие поля $d\sigma_0$.

Пусть теперь выполнены неравенства (1) и (7), тогда

$$d\sigma_{\mathbf{k}_{a\perp} E_z, O} = [|k_\zeta k_{0\zeta}|/\sqrt{(k_\zeta^2 + L/l_\rho^3)(k_{0\zeta}^2 + L/l_\rho^3)}]\, d\sigma_1, \tag{11}$$

где $d\sigma_1$ — соответствующее сечение, полученное в /1/.

Как видно из (11), влияние внешнего однородного электрического поля на движение первичного электрона приводит к дополнительной анизотропии в сечении и к его уменьшению, если $1 \ll (k_{0\zeta} l_\rho)^2$, $(k_\zeta l_\rho)^2 \ll L/l_\rho$.

Рассмотрим теперь случай, когда $e_r \epsilon l_r \ll E_z \ll E_\zeta \ll e_\rho \epsilon L$. Тогда сечение $d\sigma_2$ перехода первичного электрона в состояния, соответствующие интервалу энергии dE_ζ и углов $d\varphi$ (φ — угол между $\mathbf{k}_\perp$ и $\mathbf{k}_{0\perp}$), и атомного электрона — в состояния, отнесенные к элементу площади $d^2\mathbf{k}_{a\perp}$ ($\mathbf{k}_{a\perp}$-плоскости) и интервалу dE_z, определяется выражением:

$$d\sigma_2 = \frac{8a\sqrt{2m}}{(Z\pi)^2 \hbar} \frac{|k_{0\zeta}|}{k_0\sqrt{E_{0\zeta} E_\zeta E_z}} \Big\{ T_1 + T_2 \sin\alpha_a + T_3 \sin\alpha + \frac{2}{(q_+ q_-)^2} \times$$
$$\times [D_{+-} D_{-+} \cos(\alpha - \alpha_a) - D_{++} D_{--} \cos(\alpha + \alpha_a)] \Big\} dE_\zeta d\varphi d^2\mathbf{k}_{a\perp} dE_z, \tag{12}$$

где $q_\pm = \kappa_\pm - \kappa_0$; $\kappa_\pm = (k_\perp, \pm \kappa_\zeta)$; $\kappa_\zeta = \sqrt{2mE_\zeta}/\hbar$; $k_\perp^2 = k_0^2 + L/l_\rho^3 - (2m/\hbar^2)(E_\zeta + E_z) - k_{a\perp}^2 - a^{-2}$; $D_{f,g} = [1 + a^2(q_f + \kappa_{ag})^2]^{-2}$; $T_1 = (D_{++}^2 + D_{+-}^2)g_+^{-4} + (D_{-+}^2 + D_{--}^2)q_-^{-4}$; $T_2 = 2(D_{+-}D_{++}q_+^{-4} + D_{-+}D_{--}q_-^{-4})$; $T_3 = 2(D_{--}D_{+-} + D_{-+}D_{++})(q_+q_-)^{-2}$; $\alpha_a = (4/3)(E_z/e_r\epsilon l_r)^{3/2}$; $\alpha = (4/3)(E_\zeta/e_\rho\epsilon l_\rho)^{3/2}$. Из (12) видно, что однородное электрическое поле приводит к возникновению в сечении множителя $|k_{0\zeta}|(E_{0\zeta}E_\zeta E_z)^{-1/2}$, отражающего анизотропию пространства, и к появлению дополнительных (по отношению к результатам /1/ и сечениям фотоионизации /4, 5/) осциллирующих слагаемых, пропорциональных $\sin\alpha$, $\cos(\alpha \pm \alpha_a)$ и связанных с переходом первичных электронов в состояния, в которых проявляются интерференционные эффекты. Можно ожидать, что они будут наиболее заметны, когда $E_z \approx E_\zeta$, однако тогда необходимо учитывать также и обменные эффекты, что является отдельной задачей.

Автор благодарен А. А. Рухадзе за внимание к работе и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов В. И. Письма в ЖТФ, 16, 60 (1990).
2. Яковлева Г. Д. Таблицы функций Эйри и их производных. М., Наука, 1969.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика, М., Наука, 1974.
4. Кондратович В. Д., Островский В. Н. ЖЭТФ, 79, 395 (1980).
5. Фабрикант И. И. ЖЭТФ, 83, 1675 (1982).

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 4 января 1992 г.