

ВЛИЯНИЕ РАДИАЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ФАЗОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ЛАЗЕРЕ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ

А.В. Серов

В приближении заданного движения частиц рассмотрено влияние сил радиационного взаимодействия на малые фазовые колебания. Показано, что радиационные силы вызывают параметрический резонанс фазовых колебаний и увеличивают фазовую протяженность сгустка.

Для описания фазовых колебаний частиц, движущихся под действием полей ондулятора и внешней электромагнитной волны в лазере на свободных электронах, обычно используют уравнение, при выводе которого пренебрегали действием сил реакции излучения /1/. На практике, при возникновении продольной группировки пучка мощность когерентного излучения возрастает и заметную роль начинают играть собственные кулоновские и радиационные поля сгустка, особенно в случае сильноточных пучков. Последовательный учет этих полей возможен только при самосогласованном описании фазового движения. Однако, когда радиационные силы много меньше внешних сил, действующих на сгусток, качественно определить некоторые физические особенности влияния реакции излучения можно, не прибегая к нахождению самосогласованных решений. Для этого, исходя из физических представлений о колебаниях частиц при малом токе пучка, необходимо сделать предположение о законе изменения во времени радиационной силы.

При малой плотности частиц их фазовые колебания описываются уравнением математического маятника. Для учета реакции излучения в уравнение фазового движения необходимо ввести силу радиационного торможения частиц. Пространственное распределение сил, вызываемых когерентным излучением сгустка, движущегося через ондулятор, можно вычислить, используя уравнения, полученные в /2/. На рис. 1 показано фазовое распределение плотности частиц и продольной радиационной силы. Видно, что на большей части сгустка зависимость силы от продольной координаты близка к линейной. Поэтому распределение по фазе радиационной силы можно аппроксимировать зависимостью

$$F = -\alpha(\varphi + \varphi_0),$$

где α — коэффициент пропорциональности, зависящий от плотности частиц в сгустке, φ — фаза, $2\varphi_0$ — фазовая протяженность сгустка. В момент инжекции в лазер отображение сгустка в фазовом пространстве переменных (φ, γ) имеет форму прямоугольника, длина одной стороны которого равна

фазовой протяженности сгустка, а длина другой — начальному энергетическому разбросу пучка. Если параметры сгустка таковы, что все частицы совершают линейные колебания, то при движении сгустка в лазере форма отображения не будет изменяться. Отображающий прямоугольник с течением времени поворачивается относительно начала координат. Поэтому можно предположить, что зависимость радиационной силы от времени описывается выражением

$$F = -(\alpha_0 + \alpha_m |\sin(\omega t)|)(\varphi + \varphi_0 |\cos(\omega t)|), \quad (1)$$

где α_0 и $2\varphi_0$ — коэффициент пропорциональности и фазовая протяженность сгустка в начальный момент, α_m — амплитуда модуляции коэффициента, ω — частота фазовых колебаний. С учетом радиационной силы уравнение малых фазовых колебаний принимает вид

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2 \varphi + (2\pi/\lambda m)F = 0, \quad (2)$$

где ω_0 — частота фазовых колебаний без учета радиационных сил, λ — длина излучаемой волны, m — масса частицы. Разложим $|\sin(\omega t)|$ и $|\cos(\omega t)|$ в выражении (1) в ряды Фурье и ограничимся двумя первыми членами. Подставляя (1) в (2) и учитывая только слагаемые, содержащие α_0 и α_m в первой степени, получим уравнение фазовых колебаний

$$\ddot{\varphi}_n + \omega_n^2 \varphi_n = \alpha_m [A \varphi_n \cos(2\omega t) + B \cos(2\omega t) + C \cos(4\omega t)], \quad (3)$$

где $\varphi_n = \varphi + (D/\omega^2)$, $\omega_n^2 = \omega_0^2 + (2/\lambda m)(\pi\alpha_0 + 2\alpha_m)$, $A = 8/3\lambda m$, $D = (4\varphi_0/\lambda m)(\alpha_0 + 2\alpha_m/\pi)$, $B = -(8\alpha_0\varphi_0/3\alpha_m \lambda m) - (DA/\omega^2)$, $C = (16/9)(\varphi_0/\pi \lambda m)$. Видно, что реакция излучения приводит к периодическому изменению параметров системы и к появлению вынуждающих сил. Первый член в

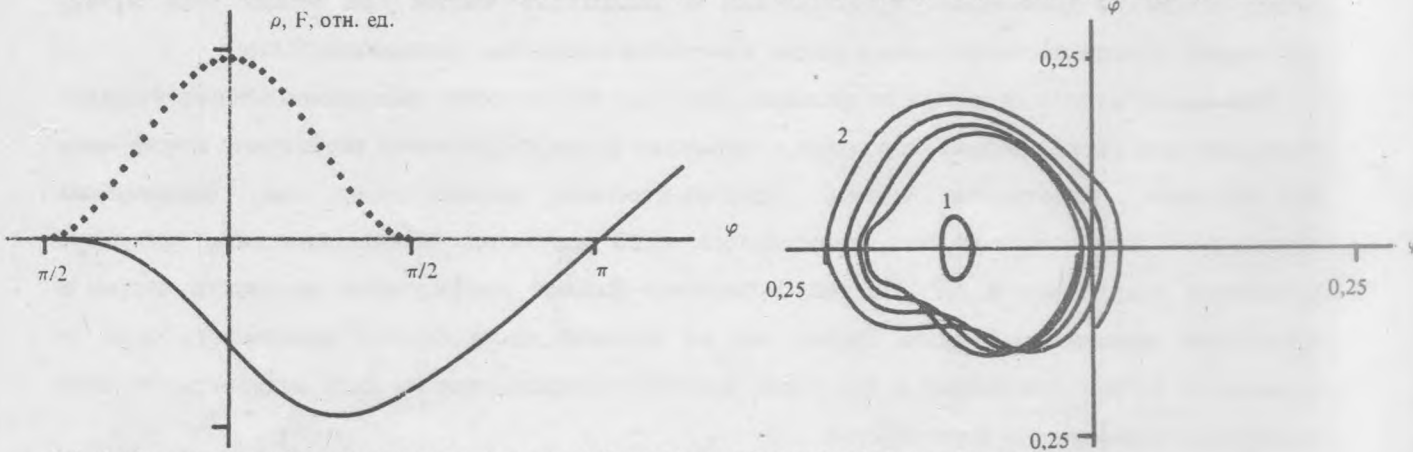


Рис. 1. Фазовое распределение плотности частиц ρ (точки) и продольной радиационной силы F .

Рис. 2. Фазовые траектории частиц. $\omega_0 = 1$, $\alpha_0 = 0,1$, $\alpha_m = 0,3$. 1 — $\varphi_n(0) = -0,11$, $\dot{\varphi}_n(0) = 0$; 2 — $\varphi_n(0) = -0,01$, $\dot{\varphi}_n(0) = 0$.

правой части уравнения (3) описывает изменение во времени жесткости колебательной системы с частотой, равной удвоенной частоте фазовых колебаний, а второй и третий члены — вынуждающие силы. Кроме того, смещается фаза, относительно которой происходят колебания частиц.

Все члены в правой части пропорциональны параметру α_m , который будем считать малым. В этом случае решение уравнения можно искать методом асимптотических приближений [3]. Решение первого приближения имеет вид

$$\varphi_n = a \exp(\beta t) \cos(\omega t + \vartheta) - (\alpha_m B / 3\omega^2) \cos(2\omega t) - (\alpha_m C / 15\omega^2) \cos(4\omega t), \quad (4)$$

где $\beta = \alpha_m A / 4\omega$, $\vartheta = -(\beta^2 t / 2\omega) + \vartheta_0$, a , ϑ_0 — постоянные, определяемые начальными условиями. Таким образом, под действием внешних и радиационных сил в лазере на свободных электронах частица совершает движение, представляющее собой совокупность колебаний, вызываемых параметрическим резонансом, и колебаний с частотами вынуждающих сил. Амплитуда суммарного колебания экспоненциально возрастает со временем. Следует заметить, что частица с равными нулю начальной фазой $\varphi_n(0)$ и фазовой скоростью $\dot{\varphi}_n(0)$ в дальнейшем колеблется с нарастающей амплитудой. Это указывает на отсутствие в системе равновесной частицы. Однако имеется частица, совершающая стационарные колебания с ограниченной амплитудой. Фаза этой частицы в начальный момент $\varphi_n(0) = -(\alpha_m B / 3\omega^2) - (\alpha_m C / 15\omega^2)$.

На рис. 2 показаны фазовые траектории двух частиц, одна из которых совершает стационарные колебания, а другая — колебания с нарастающей амплитудой. Сравнение показало, что приближенное решение (4), полученное асимптотическим методом, хорошо согласуется с результатами численного интегрирования уравнения (2).

На основании полученных результатов можно сделать вывод о том, что радиационная сила смещает равновесную фазу, относительно которой происходят колебания, и вызывает параметрический резонанс. Это приводит к росту амплитуды малых фазовых колебаний и увеличению фазовой протяженности сгустка.

Автор выражает благодарность А.Н. Лебедеву за постановку задачи, многочисленные обсуждения методов ее решения и полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах. М., Мир, 1987.
2. Лебедев А.Н., Серов А.В. Препринт ФИАН №83, М., 1991.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Наука, 1974.

Поступила в редакцию 26 февраля 1992 г.