

## ПОДОБИЕ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНЫХ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ГАЗОВЫХ РАЗРЯДОВ

А.А. Рухадзе, Н.Н. Соболев, В.В. Соковиков

*Показано, что различные теории подобия газовых разрядов сводятся лишь к двум качественно различным вариантам — бoльцмановскому и пуассоновскому. Следующие из них законы преобразования параметров плазмы подобных разрядов не носят универсального характера, а могут быть различными для разных их типов и даже для разных областей одного разряда.*

Неизотермические газовые разряды с малой степенью ионизации широко применяются в качестве источников света и активных элементов лазеров. На их основе созданы плазменные технологии. Как исследования, так и применения часто требуют использования теорий подобия разномасштабных разрядов, основанных на размерных преобразованиях. Подчеркнем, что мы говорим о теориях подобия во множественном числе не только потому, что единой теории подобия для разрядов разных типов не существует, но и потому, что разные области одного разряда характеризуются различными законами подобия. Несмотря на ряд работ, посвященных этому вопросу, до сих пор встречаются противоречивые суждения о законах подобия в слабоионизованных газах. Это связано с недостаточной последовательностью при их выводе и недопониманием ограниченности условий их применения. Эти обстоятельства и побудили нас написать предлагаемую методическую заметку, в которой сделана попытка устранить указанные противоречия и внести возможную ясность в понимание взаимосвязи теорий подобия разрядов в слабоионизованных газах.

Будем обсуждать законы подобия разрядов в однокомпонентных газах со следующими характерными параметрами: температурой электронов  $T \approx (1-5) \cdot 10^4$  К, температурой нейтралов  $T_n \lesssim 10^3$  К, концентрацией нейтралов  $n_n \sim 10^{16} - 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и степенью ионизации  $\eta \lesssim 10^{-6}$ . В случае немаксвелловского распределения электронов по скоростям под температурой  $T_e$  понимается средняя энергия электронов. Исходим из наиболее общего определения подобия физических явлений /1, 2/. Два разряда называются подобными, если физические величины  $G(r, t)$  в сходственных пространственно-временных точках, связанных линейным преобразованием

$$\tilde{r} = sr, \quad \tilde{t} = st, \quad (1)$$

также связаны линейным преобразованием

$$\tilde{G}(\tilde{r}, \tilde{t}) = s^{\alpha[G]} G(r, t). \quad (2)$$

Одинаковые во всех точках множители  $s^{\alpha[G]}$  называются коэффициентами подобия. При таком определении показатель подобия  $\alpha[v]$  для преобразования скоростей  $v$  всех частиц равен нулю. Следовательно, функции распределения всех частиц по скоростям и кинетические уравнения, решениями которых они являются, инвариантны относительно преобразований (1) и (2) /2—4/.

Кинетическое уравнение Больцмана для электронов газового разряда имеет вид:

$$\partial(n_e f_e) / \partial t + v \nabla_r (n_e f_e) - (e/m) [E + vB/c] \nabla_v (n_e f_e) = I_e(r, t). \quad (3)$$

Все обозначения общепринятые. Поскольку операторы  $\partial/\partial t$ ,  $\nabla_r$  и  $\nabla_v$  имеют показатели преобразования

$$\alpha[\partial/\partial t] = \alpha[\nabla_r] = -1; \alpha[\nabla_v] = 0, \quad (4)$$

то для инвариантности левой части уравнения необходимо, чтобы показатели подобия полей  $E$  и  $B$

$$\alpha[E] = \alpha[B] = -1. \quad (5)$$

Условия (5) должны быть справедливыми независимо от вида преобразования  $(n_e f_e)$ . Кроме того, согласно (1) и (5), при преобразовании должна оставаться инвариантной разность потенциалов  $U$  между парой соответствующих точек

$$\alpha[U] = 0. \quad (6)$$

Требование инвариантности правой части (3) определяет показатели преобразования плотности частиц. Столкновительный член  $I_e(r, t)$  в рассматриваемых условиях определяется только бинарными столкновениями и равен сумме интегралов столкновений

$$I_e(r, t) = \sum_{\beta} I_{\beta e}, \quad (7)$$

где индексы  $\beta$  принимают значения  $n$ ,  $n^*$ ,  $i$ ,  $e$ , соответствующие столкновениям электронов с нейтралами (невозбужденными и возбужденными), ионами и электронами. Так как  $I_{\beta e} \sim n_e n_{\beta}$ , то для инвариантности кинетического уравнения (3) необходимо выполнение условий:

$$\alpha[n_e] = \alpha[n_i] = \alpha[n_n] = \alpha[n_n^*] = -1. \quad (8)$$

Вследствие инвариантности  $v$  плотность тока  $j = n_e v_e^{(d)}$  и сила тока  $J$  имеют соответственно показатели подобия

$$\alpha[j] = -1, \alpha[J] = 1. \quad (9)$$

Существенно, что при преобразовании подобия (1) инвариантна степень ионизации  $\eta = n_e / n_n$ .

Показатель  $\alpha[n_n] = -1$  не зависит от вида преобразования  $n_e$  и  $n_i$ . Это имеет место из-за малой степени ионизации рассматриваемого разряда, что позволяет пренебречь в уравнении (3) столкновениями заряженных частиц между собой.

Уравнение теплопроводности при учете омического нагрева нейтрального газа в разряде можно записать в виде:

$$c_p \frac{m_n n_n}{n_n} \frac{\partial T_n}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T_n + d\lambda/dT_n (\nabla_r T_n)^2 + \chi(jE), \quad (10)$$

где  $c_p$  — теплоемкость,  $\lambda$  — теплопроводность, а  $\chi$  — коэффициент преобразования электрической энергии в тепловую. В случае постоянных  $c_p$ ,  $\chi$  и при учете того, что  $\alpha[j] = \alpha[E] = -1$ , мы видим, что температура газа, определяемая уравнением теплопроводности, инвариантна при преобразованиях (1) и (2).

Если, наоборот, исходя из требования инвариантности кинетического уравнения атомов, принять постоянство температуры газа и учесть, что  $\alpha[E] = -1$ , то мы получим  $\alpha[j] = -1$ , а, следовательно,  $\alpha[n_e] = \alpha[n_i] = -1$ . Таким образом подтверждается результат, полученный ранее с помощью кинетического уравнения. Наконец, из инвариантности  $T_n$  при учете определения  $p_n = n_n k T_n$ , имеем  $\alpha[p_n] = -1$ . Отсюда получаются инвариантными следующие параметры:  $E/p_n$ ,  $p_n d$ ,  $j/p_n$ . Этот тип подобия назван в [2] бoльцман-инвариантным подобием или Б-подобием [5].

До сих пор рассматривались следствия инвариантности кинетического уравнения (3) при преобразованиях (1) и (2). Обратимся теперь к уравнениям Максвелла:

$$c \nabla_r E = - \partial B / \partial t, \quad (11)$$

$$c \nabla_r B = \partial E / \partial t + 4\pi j, \quad (12)$$

$$\nabla_r E = 4\pi e (n_i - n_e), \quad (13)$$

$$j = e [n_i v_i^{(d)} - n_e v_e^{(d)}]. \quad (14)$$

Уравнение (11) показывает, что поля  $E$  и  $B$  преобразуются одинаково, что согласуется с выводом из кинетического уравнения. Уравнение (12) следует принимать во внимание только при очень больших плотностях тока, когда появляется пинч-эффект. В нашем случае его можно не рассматривать. Наиболее существенными являются уравнение Пуассона (13) и уравнение (14). Их рассмотрение дает

$$\alpha[n_i] = \alpha[n_e] = \alpha[j_i] = \alpha[j_e] = -2. \quad (15)$$

Это находится в противоречии с выводом (8), вытекающим из кинетического уравнения. Таким образом, одновременная инвариантность кинетического уравнения Больцмана и уравнений Максвелла при преобразованиях подобия невозможна. Однако в пределе  $(n_i - n_e) \ll n_i, n_e$ , т.е. в случае квазинейтральной плазмы, когда уравнение (13) не определяет преобразование величин  $n_e$  и  $n_i$ , противоречие исчезает. Следовательно, Б-инвариантное преобразование подобия применимо в

случае квазинейтральной плазмы.

В тех областях разряда, в которых  $n_i$  и  $n_e$  существенно отличаются друг от друга, т.е. обладающих пространственным зарядом, справедлива классическая /6—8/, или пуассон-инвариантная (П-инвариантная) теория подобия /2/, в которой показатели преобразования  $n_i$  и  $n_e$  определяются соотношениями (15). Однако, как было указано выше при рассмотрении кинетического уравнения для электронов в слабоионизованном газе, вывод о том, что  $\alpha[E] = \alpha[n_n] = -1$ , не зависит от вида преобразования  $n_e$ . Поэтому эти соотношения следуют и из требования инвариантности уравнения Пуассона. Этот вывод есть следствие малой степени ионизации газа в разряде. Однако требование инвариантности функций распределения для всех частиц не выполняется в общем случае. Особенно наглядно это видно из уравнения теплопроводности (10), которое при подстановке в него значений преобразованных  $j$  и  $E$  с показателями  $\alpha[j] = -2$  и  $\alpha[E] = -1$  не остается инвариантным. Следовательно, температура газа в соответствующих точках неодинакова, а функция распределения нейтральных частиц по скоростям неинвариантна. Не инвариантна также и функция распределения ионов по скоростям, так как, вследствие близости масс ионов и нейтральных частиц, их функции распределения по скоростям (по крайней мере, при слабых полях) также близки. Таким образом, при значительном омическом нагреве газа инвариантность функций распределения ионов и нейтралов нарушена. Следовательно, Б-инвариантная и П-инвариантная теории подобия несовместимы. Только при малых омических нагревах, когда температуры газов в двух П-подобных разрядах почти одинаковы, инвариантны и функции распределения ионов и атомов. Инвариантной остается также и функция распределения электронов, так как она зависит только от  $E/n_n$ , но не связана с преобразованиями  $n_e$  и  $n_i$ . В этом случае, хотя и весьма условно, можно говорить о совместимости Б-инвариантной и П-инвариантной теорий подобия. При постоянстве  $T_n$  и в П-подобных разрядах можно перейти к хорошо известным экспериментаторам инвариантным величинам  $E/p_n$ ,  $p_n d$  и  $j/p_n^2$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике, М., Наука, 1987.
2. Pfau S., R utcher A., Wojaczek K. Beitrag. Plasmaphys., 9, 333 (1969).
3. Margenau H. Phys. Rev., 73, 326 (1948).
4. Muehe C.E. J. Appl. Phys., 45, 82 (1974).
5. Конюхов В.К. ЖТФ, 40, 1649 (1970).
6. Энгель А. Ионизованные газы, М., Физматгиз, 1959.
7. Френсис Г. Ионизационные явления в газах, М., Атомиздат, 1964.
8. Альвен Г., Фельтхаммар К.Г. Космическая электродинамика, М., Мир, 1967.

Поступила в редакцию 18 декабря 1990 г.