

ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА СИСТЕМЕ ДВУХ МАЛЫХ СЛУЧАЙНО РАСПОЛОЖЕННЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ

Ф.М. Исмагилов, Ю.А. Кравцов

Рассмотрено рассеяние волны на системе двух малых частиц, среднее расстояние между которыми намного превосходит длину волны падающего излучения. Показано, что в этом случае эффект усиления обратного рассеяния в кросс-поляризованном канале на порядок слабее, чем в неполяризованном.

При рассеянии на системе хаотически расположенных частиц возникают когерентные каналы, которые приводят к явлению усиления обратного рассеяния (УОР) /1, 2/. Такое явление наблюдается даже при рассеянии на системе двух частиц. Эта задача рассматривалась в работе /3/ для хаотически ориентированной пары частиц с фиксированным расстоянием между ними. В данной работе изучаются проявления эффекта УОР при рассеянии на двух хаотически расположенных частицах, расстояние между которыми ρ намного превосходит длину волны падающего излучения, $\rho \gg \lambda$. В этом случае поле, создаваемое одной частицей в месте расположения другой, приобретает поперечную структуру, что упрощает конечные выражения и позволяет провести усреднение по расстоянию между частицами.

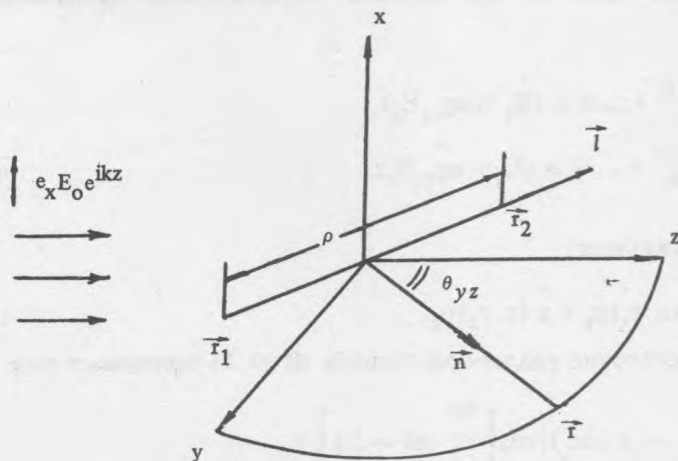


Рис. 1. Плоская волна $e_x E_0 \exp(ikz)$, поляризованная вдоль оси Ox , падает на систему из двух частиц с координатами r_1 и r_2 . Наблюдение производится в плоскости Oyz в направлении n .

Пусть на систему двух частиц с координатами r_1 и r_2 падает плоская волна, поляризованная вдоль оси Ox : $e_x E_0 \exp(ikz)$ (рис. 1). Оставаясь в рамках дипольного приближения, примем, что

размеры частиц d малы по сравнению как с длиной волны, так и с расстоянием между частицами: $d \ll \rho$, $d \ll \lambda$. Запишем уравнения Уотсона для системы двух частиц:

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha_1 (E_1 + \hat{g}_{12} p_2), \\ p_2 &= \alpha_2 (E_2 + \hat{g}_{21} p_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь α_1 , α_2 — поляризуемости частиц, p_1 , p_2 — их дипольные моменты, E_1 , E_2 — напряженности внешнего поля в точках расположения частиц. Оператор \hat{g} описывает поле, имеющее поперечную структуру /4/:

$$\hat{g}_{21} p_1 = \hat{g}(r_2, r_1) p_1 = \exp(ik\rho) \gamma [l, [p_1, l]], \quad (k\rho \gg 1), \quad (2)$$

где $\gamma = k^2/\rho$, $l = (r_1 - r_2)/\rho$ — единичный вектор, характеризующий ориентацию системы двух частиц.

В силу (2) решение системы (1) для одинаковых частиц ($\alpha_1 = \alpha_2$) принимает вид:

$$\begin{aligned} p_1 &= \alpha (E_1 + \xi \alpha \hat{g}_{12} E_2 + \xi \alpha^2 \hat{g}_{12}^2 E_1), \\ p_2 &= \alpha (E_2 + \xi \alpha \hat{g}_{12} E_1 + \xi \alpha^2 \hat{g}_{12}^2 E_2), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\xi = (1 - \alpha^2 \gamma^2)^{-1}$. Учитывая, что для малых частиц параметр $\alpha\gamma$ достаточно мал ($\alpha\gamma \ll 1$), в решении (3) достаточно ограничиться линейными по $\alpha\gamma$ членами (приближение двукратного рассеяния):

$$\begin{aligned} p_1 &= p_1^{(1)} + p_1^{(2)} + \dots \cong \alpha (E_1 + \alpha \hat{g}_{12} E_2), \\ p_2 &= p_2^{(1)} + p_2^{(2)} + \dots \cong \alpha (E_2 + \alpha \hat{g}_{21} E_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Поле в произвольной точке r дается выражением

$$E(r) = \hat{g}(r, r_1) p_1 + \hat{g}(r, r_2) p_2. \quad (5)$$

В силу (2) и (4) рассеянное поле (5) в достаточно удаленной области ($R \gg \lambda$) принимает вид:

$$\begin{aligned} E(r) &= \frac{2\alpha k^2}{R} E_0 \left\{ \left(e_x - n \frac{ne_x}{x} \right) \cos \left[\frac{k\rho}{2} (nl - l_z) \right] + \right. \\ &\left. + \alpha\gamma \left[e_x - \frac{l}{x} - n \frac{n+l}{x} (nl)n \right] \cos \left[\frac{k\rho}{2} (nl + l_z) \right] \right\} \exp(ikR), \end{aligned}$$

где $R = |r - r_c|$ — расстояние от центра тяжести частиц $r_c = (r_1 + r_2)/2$ до точки наблюдения r , $n =$

$(\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)/R$ — направление наблюдения. Найдем сечение рассеяния для недеполяризованной, $\sigma_{xx} = R^2 |E_x|^2 / E_0^2$, и для кросс-поляризованной, $\sigma_{xy} = R^2 |E_y|^2 / E_0^2$, компонент поля (в сечениях σ_{xx} и σ_{xy} первый индекс указывает направление поляризации источника, а второй — приемника). Интересуясь средними значениями σ_{xx} и σ_{xy} , полученные выражения необходимо еще усреднить по ориентациям вектора \mathbf{l} , соединяющего частицы, и по расстоянию между частицами ρ . Для описания угловых характеристик удобно пользоваться сечением рассеяния σ , нормированным к удвоенному полному сечению рассеяния вперед для одной частицы $2\sigma_0 = 2\alpha^2 k^4$. Отношение $K = \sigma / 2\sigma_0 = \sigma / 2\alpha^2 k^4$ описывает эффект усиления рассеяния.

В качестве модельной плотности вероятности расстояния между частицами возьмем экспоненциально-степенную функцию:

$$\omega(\rho) = C \rho^N \exp(-\rho/\rho_0),$$

где $C = (N! \rho_0^{N+1})^{-1}$ — нормировочная постоянная. Среднее расстояние между частицами дается выражением

$$\langle \rho \rangle = \int_0^{\infty} \rho \omega(\rho) d\rho = (N+1)\rho_0.$$

Предполагая угловое распределение ориентации частиц \mathbf{l} равномерным на единичной сфере, для коэффициентов усиления недеполяризованной и кросс-поляризованной компонент в плоскости Oyz ($n_x = 0$) (рис. 1) получим:

$$K_{xx}(\theta_{yz}) = 1 + F_1(N, a) + \tilde{K}_{xx}(\theta_{yz}),$$

$$K_{xy}(\theta_{yz}) = \frac{1}{15} \alpha^2 \langle \gamma^2 \rangle [1 + F_4(N, b) + \cos \theta_{yz} (F_3(N, b) - F_4(N, b))] \cos^2 \theta_{yz},$$

где $a = 2k\rho \sin(\theta_{yz}/2)$, $b = 2k\rho \cos(\theta_{yz}/2)$, $\langle \gamma^2 \rangle = k^4 \langle 1/\rho^2 \rangle$, $\tilde{K}_{xx}(\theta_{yz}) = \alpha^2 \langle \gamma^2 \rangle \left\{ (1 + F_1(N-2, b)) - \frac{1}{3} \times \right.$
 $\left. (1 + F_2(N-3, b)) + \frac{1}{5} (1 + F_3(N-3, b)) \right\}$, $F_1(N, x) = \sin(N \arctg x) / (Nx(1+x^2)^{N/2})$, $F_2(N, x) =$
 $3[N(N+1)x^2]^{-1} [F_1(N-1, x) - \cos(N \arctg x) (1+x^2)^{N/2}]$, $F_3(N, x) = 15[N(N+1)x^2]^{-1} (3F_2(N+1, x) -$
 $F_1(N-1, x))$, $F_4(N, x) = 2,5F_2(N-3, x) - 1,5F_3(N-3, x)$.

На рис. 2 представлены угловые зависимости коэффициентов усиления K_{xx} и K_{xy} при значениях параметров $N = 10$, $k\langle \rho \rangle = 10$, $\alpha^2 \langle \gamma^2 \rangle = \alpha^2 k^4 \langle \rho^{-2} \rangle = 0,1$. Из рис. 2 следует, что для недеполяризованной компоненты (коэффициент усиления K_{xx}) наблюдаются два пика шириной $\Delta\theta \cong 1/k\rho$, вперед с амплитудой 1 и назад с амплитудой $\Delta_{xx} \approx (\alpha\gamma)^2$. Для кросс-поляризации наблюдается только усиление назад с амплитудой на порядок слабее, чем при параллельной поляризации, $\Delta_{xy} \approx 0,1 (\alpha\gamma)^2$. В направлении $\theta_{yz} = \pi/2$ при любой ориентации частиц рассеяние не

происходит. Величина эффекта усиления обратного рассеяния мала высота пика приблизительно равна $(a\gamma)^2 \ll 1$.

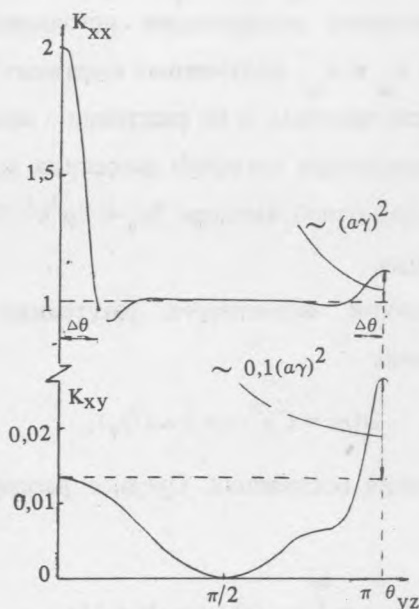


Рис. 2. Угловые зависимости коэффициентов усиления недеполяризованной K_{xx} и кросс-поляризованной K_{xy} компонент в случае далеко расположенных частиц ($k\rho \gg 1$).

Угловые зависимости коэффициентов усиления K_{xx} и K_{xy} в плоскости Oxz ($n_y = 0$) имеют аналогичный характер.

Указанные особенности рассеяния на совокупности малых частиц следует учитывать при интерпретации экспериментальных данных по обратному рассеянию на взвесах. Рассчитанное отношение $K_{xy}/K_{xx} \cong 0,1$, характеризующее малость деполаризованной компоненты, согласуется с экспериментальными данными, полученными в работе /5/. Если учесть, что при близком расположении частиц, когда $k\langle\rho\rangle \leq 1$, величины K_{xx} и K_{xy} выравниваются по величине /3/, можно сделать вывод, что в опытах, описанных в работе /5/, концентрация рассеивателей является достаточно низкой, $k\langle\rho\rangle \gg 1$, и поэтому преобладает двукратное рассеяние с малым отношением K_{xy}/K_{xx} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Watson K.M. J. Math. Phys., 10, N 4, 688 (1969).
2. Бутковский О.Я., Кравцов Ю.А., Рябыкин В.В. Акустический журнал, 32, N 5, 666 (1986).
3. Исмагилов Ф.М., Кравцов Ю.А. ЖТФ (в печати).
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., Наука, 1988, с. 512.
5. Wolf P.E., Maret G. Phys. Rev. Lett., 55, N 24, 2696 (1986).