

К ВОПРОСУ ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ТОКОВ УВЛЕЧЕНИЯ НИЖНЕГИБРИДНЫМИ ВОЛНАМИ

С.И. Попель, В.Н. Цытович

Найдены значения времени установления стационарного тока увлечения и эффективности его генерации с учетом радиационно-резонансных взаимодействий. Показано, что их учет существенен при нахождении времени установления стационарного тока увлечения.

В ряде экспериментов на токамаках /1, 2/ наблюдались токи увлечения, обусловленные передачей импульса от инжектируемых в плазму нижегибридных (НГ) волн электронам плазмы. В /3/ показано, что наряду с квазилинейными взаимодействиями, наиболее существенными для токов увлечения являются радиационно-резонансные взаимодействия (РРВ) /4, 5/. Привлечение в /3/ РРВ для объяснения наблюдаемых токов увлечения позволило устранить ряд несоответствий между теорией и экспериментом, возникающих при попытке теоретического описания токов увлечения посредством учета только квазилинейных эффектов и парных столкновений частиц /6/. В /3/ показано, что резонансная область скоростей электронов v , где выполнено условие черенковского резонанса $\omega_q = q v_{\parallel}$ (ω_q — частота волны, v_{\parallel} и q_{\parallel} — соответственно проекции v и волнового вектора q на направление магнитного поля), расширяется, а зазор между наименьшей фазовой скоростью НГ волн вдоль магнитного поля ω_q/q_{\parallel} и тепловой скоростью электронов v_{Te} уменьшается. Полученные в /3/ величина тока увлечения и время его установления находятся в соответствии с данными экспериментов. Еще одним параметром, по которому сопоставляют теорию и экспериментальные данные о токах увлечения, является эффективность их генерации. Ее вычисление с учетом РРВ, а также расчет времени установления стационарного тока увлечения являются целью данного сообщения.

Пусть в плазме распространяются НГ волны с фазовыми скоростями $v_{ph} = \omega_q/q_{\parallel} \gg v_{Te}$, $v_{ph} > 0$. Согласно /3/, основной вклад в уравнение для $d\Phi_p/dt$ при $p_{\parallel} \equiv mv_{\parallel}(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \gg mv_{Te}$ (где Φ_p — функция распределения электронов, m — масса электрона) вносят квазилинейный член $\hat{I}_p \Phi_p$ (\hat{I}_p — квазилинейный оператор) и члены, соответствующие $P_{p,p} - \pi a \int dp' R_{p,p'} \Phi_{p'} / (2\pi)^3$ и $\pi a \int dp' R_{p',p} \Phi_{p'} / (2\pi)^3$ ($a = e^2/\hbar c \approx 1/137$; \hat{J}_p — оператор индуцированного рассеяния на электронах; $R_{p,p}$ — функция p и p /3-5/). Если выполнено неравенство

$$v_e \gg \omega_{pe} (W/nT_e)^2 (M/m)^{1/2} (v_{ph}/v_{Te}) (\omega_{pe}/\omega_{He})^2 [1 + (\omega_{pe}/\omega_{He})^2]^2, \quad (1)$$

где $v_e = 4\pi n e^4 L(2+Z)/m^2 v_{Te}^3$; n — концентрация электронов; L — кулоновский логарифм; Z — заряд иона; M — его масса; $W = \int W_q dq$ — плотность энергии волн в плазме; ω_{pe} — электронная плазменная частота; ω_{He} — ларморовская частота электронов (здесь и ниже предполагается выполненным условие $\omega_{He} \gg \omega_{pe}$), то эффекты индуцированного рассеяния оказываются слабее эффектов, вызванных столкновениями тепловых электронов, и функция распределения электронов при $|p| \lesssim mv_{Te}$ остается близкой к максвелловской. При этом вклад индуцированного рассеяния в РРВ (член $a \hat{J}_p \Phi_p$ в уравнении для $d\Phi_p/dt$) приводит к появлению быстрых ($p_{\parallel} \gg mv_{Te}$) электронов практически с постоянным темпом. Их число увеличивается до тех пор, пока из-за их столкновений с остальными частицами плазмы не устанавливается стационарная функция распределения. Неравенство (1) обычно выполнено в условиях экспериментов по генерации токов увлечения НГ волнами. Таким образом, при рассмотрении процессов установления стационарного тока увлечения и эффективности его генерации необходимо наряду с квазилинейными взаимодействиями и РРВ учитывать также парные столкновения.

Уравнение для одномерной функции распределения $\Phi_{p_{\parallel}}$ ($n = \int \Phi_{p_{\parallel}} dp_{\parallel}$) при $mv_{Te} \ll |p_{\parallel}| \ll mc$ (в дальнейшем индексы при p_{\parallel} и v_{\parallel} опускаем) с учетом квазилинейных взаимодействий, РРВ и парных столкновений имеет вид:

$$\frac{d\Phi_p}{dt} = 4\pi^2 e^2 f(\theta) \frac{\partial}{\partial p} \left[\frac{W_v}{v} \left(\frac{\partial \Phi_p}{\partial p} + \frac{an}{2\pi m^2 c^2} \right) \right] + \nu_e m^2 v_{Te}^3 \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{v_{Te}^2}{v^3} \frac{\partial \Phi_p}{\partial p} + \frac{\Phi_p}{mv^2} \right) + Q_p \quad (2)$$

Здесь θ — характерный угол распространения НГ волн по отношению к магнитному полю: $\cos \theta \equiv q_{\parallel}/|q|$, $f(\theta) = \cos^2 \theta [1 + (\omega_{pe}^2 \sin^2 \theta / \omega_{He}^2)]^{-1}$; Q_p — источник быстрых частиц, соответствующий вкладу индуцированного рассеяния в РРВ; $W_v \equiv \int \delta(q_{\parallel} - \omega_q/v) W_q dq$. Член, содержащий ν_e , выписан в предположении, что функция распределения электронов в направлении, перпендикулярном магнитному полю, — максвелловская, с той же температурой T_e , что и основная часть электронов. При распространении НГ волн под углами к магнитному полю, находящимися в интервале $(\theta - \Delta\theta, \theta + \Delta\theta)$ ($0 < \cos \theta \leq 1$, $2\Delta\theta \approx \cos \theta$), когда в спектре содержатся волны только с $q_{\parallel} \geq 0$, оценка Q_p при $|p| \gg mv_{Te}$ дает

$$Q_p \sim \frac{n\omega_{pe}}{mc} \operatorname{sign} p \frac{av_{Te}}{c} \frac{(\omega_{pe}/\omega_{He})^2}{[1 + (\omega_{pe}/\omega_{He})^2]^2} \left(\frac{W}{nT_e} \right)^2 g(\theta) \Lambda \equiv Q\Lambda, \quad (3)$$

где $g(\theta) = \cos^{-1} \theta$, если $(m/M)^{1/2} \ll \cos \theta \leq 1$, $g(\theta) = (M/m)^{1/2}$, если $\cos \theta \lesssim (m/M)^{1/2}$, $\Lambda = 1 + (|p|/mc) \times \times \ln [(c|p| + \epsilon_p - mc^2)/(c|p| + \epsilon_p + mc^2)]$, c — скорость света, $\epsilon_p = (c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2}$. Нечетность функции Q_p обусловлена асимметрией спектра волн в q -пространстве.

Обычно скорости инжектируемых НГ волн достаточно близки к скорости света c (так в $|2/v_{ph} \approx \approx 0,3 c$). Кроме того, максимальная фазовая скорость НГ волн увеличивается и достигает значения порядка c за время значительно меньшее, чем время свободного пробега электронов, резонансных с инжектируемыми НГ волнами $|3|$. Поэтому найдем стационарное решение (2) в области $p_1 < p \leq p_2$, соответствующей резонансной области, и в области $mv_{Te} \ll p \leq p_1$, предполагая, что выполнены неравенства: $(v_e/\omega_{pe}) \times \times (v_{Te}/v_{ph})^3 (\Delta v_{ph}/v_{Te})^2 (M/m)^{1/2} \ll (W/nT_e) \ll (m/M) (v_{Te}/\Delta v_{ph}) (v_{ph}/\Delta v_{ph}) (1 + (\omega_{He}/\omega_{pe})^2)$. Это позволит в резонансной области Δv_{ph} пренебречь двумя последними членами в правой части (2) по сравнению с первым. Тогда стационарное решение (2) имеет вид:

$$\Phi^S(p) = \begin{cases} \left(G + \frac{c}{v_{Te}} \frac{Q}{\nu_e} \right) \exp\left(-\frac{p^2}{2m^2 v_{Te}^2}\right) + \frac{c}{v_{Te}} \frac{Q}{\nu_e} \left(\frac{p^2}{2m^2 v_{Te}^2} - 1 \right), & mv_{Te} \ll p \leq p_1, \\ \Phi^S(p_1) + \frac{an}{2\pi m^2 c^2} (p_1 - p), & p_1 < p \leq p_2, \end{cases} \quad (4)$$

где G определяется из условия нормировки функции распределения. Если число частиц с $|p| \gg mv_{Te}$ значительно меньше n , то $G \approx n/(\sqrt{2\pi} mv_{Te})$. При вычислении (4) существенен учет релятивистских эффектов в выражении (3) для Q_p , которое при нахождении интеграла по импульсам правой части (2) позволяет определить постоянную интегрирования, имеющую порядок Qmc . В слагаемых (4), содержащих Q , оставлены лишь первые члены их разложения по p/mc .

Наиболее существенным членом, содержащим Q , в стационарном решении (2) при $mv_{Te} \ll p_1 \leq p \leq p_2$ является $(c/v_{Te}) (Q/\nu_e) (p_1/\sqrt{2} mv_{Te})^2$. В уравнение для $d\Phi_p/dt$ источник Q входит аддитивно (при $|p| \ll \ll mc \Lambda \approx 1$), поэтому можно считать, что стационарное состояние в резонансной области достигается за время

$$t_S \approx [2\nu_e (v_{Te}/c) (v_{Te}/v_1)^2]^{-1}, \quad (5)$$

где $v_1 = p_1/m$ совпадает с наименьшей фазовой скоростью $\omega_q/q_{||}$ в спектре НГ волн. Факт установления стационарного состояния за время, определяющееся значением v_1 , объясняется следующим образом. В стационарном состоянии имеется баланс между притоком частиц в резонансную область и оттоком из нее. В уравнении (2) к оттоку частиц из резонансной области приводит лишь член, соответствующий парным столкновениям. Частота столкновений частиц падает с ростом скорости как $1/v^3$. При этом существенного уменьшения функции распределения в окрестности v_1 не происходит, так как время перераспределения частиц в резонансной области существенно меньше, чем время свободного пробега частиц с импульсами $p_1 \leq p \leq p_2$ /3/. Поэтому отток частиц из резонансной области должен характеризоваться значением v_1 , и значение v_1 должно определять время установления стационарного состояния.

Согласно /3/, граница v_1 резонансной области распространяется по направлению к v_{Te} . Ее конечное значение можно определить из условия неотрицательности функции распределения $\Phi^S(p)$ при $p = p_2$ и условия отсутствия участков с положительной производной на $\Phi^S(p)$ при $p > 0$. Полагая, что $p_2 \sim mc$; $\Phi^S(p_2) = 0$, $Z = 1$, $L = 15$, $W/nT_e = 10^{-4}$, $\cos \theta \sim \sqrt{m/M}$, $M \approx 1836m$ и при данных эксперимента $1/V = 1,3 \cdot 10^4$ Гс, $n = 8 \cdot 10^{12}$ см $^{-3}$, $T_e = 200-300$ эВ находим: $v_1 \approx 4,5 v_{Te}$; $t_S \approx 4,5 \cdot 10^{-4}$ с, что по порядку величины совпадает с наблюдаемым в /1/ временем установления тока увлечения $t \approx 3 \cdot 10^{-4}$ с. Без учета РРВ не возникает расширения резонансной области, поэтому v_1 приблизительно равно минимальной фазовой скорости инжектируемых волн, то есть $1/v_1 \approx c/5,5 \approx 8,2 v_{Te}$ и вычисление по формуле (5) дает результат, значительно больший наблюдаемого.

Для нахождения эффективности генерации тока увлечения необходимо знать плотность $j_{||}$ стационарного тока и энергию волн P_d , поглощаемую в единицу времени электронами плазмы. Полагая $p_2 \sim mc$; $\Phi^S(p_2) = 0$, находим $j_{||}$ и P_d , соответствующие стационарной функции распределения (4): $j_{||} \sim a n e c / (12\pi)$; $P_d \sim v_e m v_{Te}^3 a n \ln(c/v_1) / (2\pi c)$. Таким образом, эффективность генерации тока имеет порядок

$$\eta \equiv j_{||}/P_d \sim e [6v_e m v_{Te} (v_{Te}/c)^2 \ln(c/v_1)]^{-1}. \quad (6)$$

Зависимость (6) от значения v_1 , для нахождения которого существенно использование РРВ, – слабая (логарифмическая). В остальном (6) с точностью до численного множителя совпадает со значением эффективности, вычисленной в /6/ при $p_2 \sim mc$ без учета РРВ, и имеет порядок наблюдаемой в экспериментах эффективности генерации тока /6/.

Итак, показано, что время установления стационарного тока увлечения определяется значением наименьшей фазовой скорости в спектре НГ волн, для нахождения которой существенно использование РРВ. С учетом РРВ для времени установления стационарного тока увлечения и для эффективности его генерации получены значения, согласующиеся с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бадалец Я. и др. Физика плазмы, **14**, 395 (1988).
2. Vernabei S. et al. Phys. Rev. Lett., **49**, 1255 (1982).
3. Попель С.И., Цытович В.Н. Препринт ФИАН № 219, М., 1988.
4. Цытович В.Н. ЖЭТФ, **93**, 1680 (1987); Радиофизика, **31**, 912 (1988).
5. Tsytovich V.N. Phys. Reports, **178**, 261 (1989).
6. Fisch N.J. Rev. Mod. Phys., **59**, 175 (1987).

Поступила в редакцию 9 октября 1989 г.