

НЕЛИНЕЙНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ШИРОКОГО СПЕКТРА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ГОРЯЧИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПУЧКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ В УСЛОВИЯХ АНОМАЛЬНОГО ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА

М.В. Кузелев, Р.В. Романов, А.А. Рухадзе

Изложена нелинейная теория излучения горячим электронным пучком широкого спектра спиральных электромагнитных волн в конечном магнитном поле в условиях аномального эффекта Доплера. Выяснен механизм стабилизации неустойчивости, приведены результаты численных расчетов.

Взаимодействие немоноскоростного электронного пучка с одной циркулярно-поляризованной электромагнитной волной в условиях аномального эффекта Доплера (АЭД) рассмотрено в работах /1, 2/; многомодовый режим в гидродинамическом пределе – в /3/. Настоящая работа посвящена кинетической теории.

Пусть немоноскоростной нейтрализованный электронный пучок распространяется вдоль внешнего магнитного поля, направленного вдоль оси OZ в пространстве, заполненном однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью $\epsilon_0 > 1$ и взаимодействует с циркулярно-поляризованным волновым возмущением, распространяющимся в том же направлении. Уравнения движения электронов для компонент скорости v_{\parallel} и $v_{\perp} = v_x + iv_y$, а также уравнение для поперечной компоненты векторного потенциала $A_{\perp} = A_x + iA_y$ после подстановки решений в виде широкого спектра спиральных волн $A_{\perp} = (mc/e) \sum_s \epsilon_s(t) \times \exp(i\omega_s t - ik_s z)$, $v_{\perp} = \sum_s V_s(t, v_0) \exp(i\omega_s t - ik_s z)$ принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} d\epsilon_s/dt &= - (i\omega_b^2/2\omega_s) \int f_0(v_0) V_s dv_0, \quad \epsilon_s(t=0) = \epsilon_{s0}, \\ dV_s/dt + i(\omega_s - k_s v_{\parallel} + \omega_B) V_s &= i\omega_B \epsilon_s, \quad V_s(t=0) = 0, \\ dv_{\parallel}/dt &= - (i/2) \sum_s k_s (V_s^* \epsilon_s - \text{к.с.}), \quad v_{\parallel}(t=0) = v_0, \end{aligned} \tag{1}$$

где ω_b и ω_B – электронные ленгмюровская и циклотронная частоты; ω_s и k_s – частота и волновое число s-той моды электромагнитной волны со спектром $\omega_s = k_s c_0$; $f_0(v_0)$ – невозмущенная функция распределения электронов пучка по продольным скоростям, поперечные скорости в исходном состоянии не возбуждены. Система (1) записана в предположениях: $\epsilon_s(t)$ – медленная амплитуда; в сильном взаимодействии с волнами участвуют электроны с $v_{\parallel} = (\omega_s + \omega_B)/k_s$ (условие АЭД); начальные фазы волн распределены случайным образом и корреляция фаз в дальнейшем не наступает. Последнее утверждение позволяет оставить в третьем уравнении системы (1) только диагональные члены, т.к. остальные в среднем компенсируют друг друга. Кроме того, отсутствие корреляции фаз следует из первых двух уравнений системы (1), т.к. в них содержатся в явном виде только амплитуды с индексом s.

Система (1) имеет два независимых интеграла: $v_{\parallel} = v_0 - \sum_s k_s |V_s|^2 / 2\omega_B$, $|\epsilon_s|^2 - (\omega_b^2/2\omega\omega_B) \int f_0(v_0) \times |V_s|^2 dv_0 = \epsilon_{s0}^2$, второй из которых отражает закон сохранения энергии.

Для дальнейшего решения задачи перейдем от дискретного к непрерывному спектру $\sum_s |\epsilon_s|^2 \rightarrow \int E^2(k) dk$, а в кинетическом режиме применим подход, аналогичный использовавшемуся в /1, 2/. Опуская промежуточные выкладки, запишем итоговую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 dv_{\parallel}/dt &= -\pi\omega_b^2 E^2(t, k_p) (v_{\parallel} - c_0)^{-2}, \quad v_{\parallel}(t=0) = v_0, \\
 dE^2/dt &= (\pi\omega_b^2 \omega_B / k^2 c_0) f_0(\tilde{v}_0) |\partial v_{\parallel} / \partial v_0|^{-1} E^2, \quad E^2(t=0) = E_0^2, \\
 \int k^2 (E^2 - E_0^2) dk &= (\omega_b^2 / c_0) \int f_0(v_0) (v_0 - v_{\parallel}) dv_0.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Решать систему (2) будем численными методами, для чего перейдем к безразмерным переменным $a = k/\bar{k}$, $\tau = \delta\omega t$, $x = \bar{k}(v_{\parallel} - c_0)/\omega_B$, $B = \pi\bar{k}^3 E^2 / \omega_B \delta\omega$, где $\delta\omega = (\pi\omega_b^2 \omega_B / 2c_0 \bar{k}^2) f_0(\bar{v}_0)$ – средний линейный инкремент, \bar{k} – среднее волновое число волнового пакета. Условие резонанса в условиях АЭД $\chi a = 1$. В этих переменных система (2) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 dx/d\tau &= -B(\tau, a_p) x^{-2}, \quad a_p = x^{-1}, \quad x(\tau=0) = x_0, \\
 dB/d\tau &= 2a^{-2} \varphi_0(\tilde{x}_0) \varphi_0(\bar{x}_0)^{-1} |\partial x / \partial x_0|^{-1} B, \quad x(\tau, \tilde{x}_0) = a^{-1}, \\
 \int a^2 (B - B_0) da &= 2 \int \varphi_0(x_0) \varphi_0(\bar{x}_0)^{-1} (x_0 - x) dx_0, \quad B(\tau=0) = B_0,
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где $\varphi_0(x_0)$ – невозмущенная функция распределения, $\bar{x}_0 = 1 - \text{средняя скорость электронов пучка}$. Исходную функцию распределения выберем в виде $1/\varphi_0(x_0) = \Theta\pi^{-1} / [(x_0 - \bar{x}_0)^2 + \Theta^2]$, где Θ – полуширина функции распределения. В последующие моменты времени она вычисляется по формуле $\varphi(x) = \varphi_0(x_{0j}) \times |\partial x / \partial x_0|^{-1}$, где x_{0j} – корень уравнения $x(\tau; x_0) = x$.

Линеаризуя систему (3), можно получить оценочные формулы для времени насыщения τ_n и максимальной амплитуды B_{\max} . Так, для спектра с $a \in [0,8; 1,2]$ и $B_0 = 0,001$ имеем $\tau_n = 2,9$ $B(\tau_n, 1) = 0,35$, что совпадает, как показано ниже, с результатами численных расчетов.

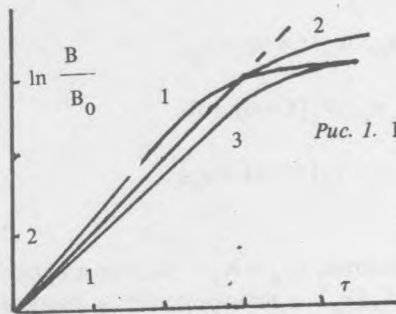


Рис. 1. Временная динамика отдельных волн спектра $a = 0,9(1); 1,0(2); 1,1(3)$.

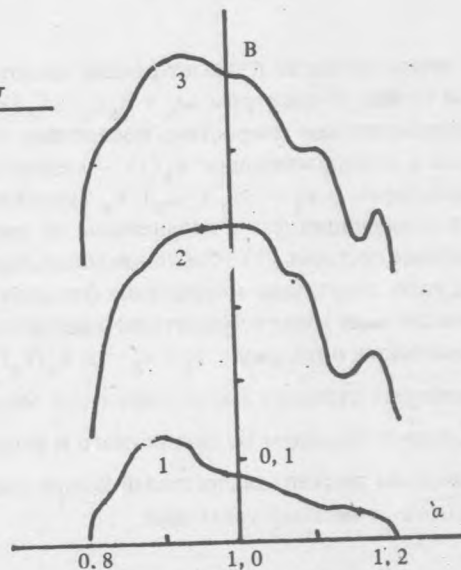


Рис. 2. Динамика спектра для моментов времени $\tau = 2(1); 3(2); 7(3)$.

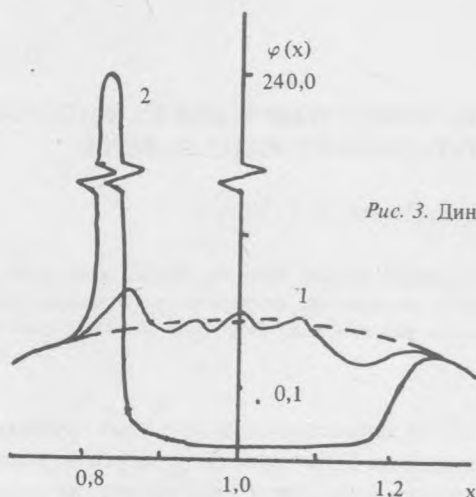


Рис. 3. Динамика функции распределения при $\tau = 2$ (1); 5 (2).

Приведем результаты расчетов, полученные для $\Theta = 2$. На рис. 1 представлена временная динамика отдельных волн спектра. До момента времени $\tau = 3$ амплитуда увеличивается экспоненциально, после чего выходит на квазистационарное значение. На рис. 2 показана динамика всего спектра. Видно, что с течением времени граница неустойчивости смещается в сторону больших a . На линейной стадии наибольший рост характерен для волн с меньшим a (и k), что объясняется наличием множителя a^{-2} во втором уравнении системы (3). В дальнейшем основную роль начинает играть множитель $|\partial x / \partial x_0|^{-1}$. При $\tau > \tau_n$ скорость нарастания амплитуды волны существенно уменьшается, что свидетельствует о насыщении неустойчивости. Заметим, что время насыщения и максимальная амплитуда совпадают с оценками, полученными в линейном приближении. На нелинейной стадии в области больших a наблюдается значительное нарастание амплитуды. Это объясняется группировкой частиц вблизи минимально возможной для данной ширины спектра скорости, что обусловлено конечностью ширины спектра. На рис. 3 представлена динамика функции распределения. Частицы, находящиеся в области резонанса, тормозятся, отдавая энергию соответствующей волне, после чего попадают в резонанс с соседней волной и отдают энергию ей. Процесс продолжается до тех пор, пока все частицы не сгруппируются вблизи минимального значения скорости, что приводит к образованию резкого пика и глубокого провала во всей резонансной области.

В заключение отметим, что в отличие от традиционной квазилинейной теории, учитывающей эффекты резонансного взаимодействия волна-частица черенковского типа, настоящая работа учитывает резонансные взаимодействия в условиях АЭД. По этой причине результатом развития нелинейной многомодовой неустойчивости является не образование "плато" на функции распределения, а формирование "холодного" пучка и образование провала в области резонансных скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А. ЖЭТФ, **95**, 1625 (1989).
2. Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 12 (1988).
3. Богданов А. Т., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Изв. ВУЗов, радиофизика, **29**, 1431 (1986).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 26 октября 1989 г.