Краткие сообщения по физике № 1-1990 г.

УДК 503.145

ИНФРАКРАСНЫЙ ПРЕДЕЛ ДВУХПЕТЛЕВОГО ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ТЕНЗОРА ГЛЮОНОВ В ФЕЙНМАНОВСКОЙ КАЛИБРОВКЕ ПРИ $T \neq 0$

О. К. Калашников

Показано, что при $T \neq 0$ инфракрасные расходимости двухпетлевых диаграмм теории возмущений взаимно сокращаются при вычислении в фейнмановской калибровке следа трехмерной части поляризационного тензора, определяющего магнитную массу глюона. Обсуждается калибровочная инвариантность этого результата и его следствия.

Вычисление двухпетлевого поляризационного тензора глюонов является важной и актуальной задачей КХД, так как его свойства определяют многие важные характеристики кварк-глюонной материи, в частности, характер экранирования в среде глюомагнитных сил и ее фазовую диаграмму. Подобные расчеты обычно проводятся вне рамок теории возмущений /1, 2/, однако внутренняя самосогласованность таких методов, так же как и их результаты пока еще остаются предметом дискуссий и не являются общепринятыми. В этой связи во многих случаях важны также пертурбативные расчеты поляризационного тензора калибровочных полей, тем более, что в двух петлях пока остается неясной его поперечность, а также его пертурбативный инфракрасный предел. Целью настоящей статьи является вычисление такого предела для следа трехмерной части поляризационного тензора в стандартной глюодинамике с помощью техники температурных функций Грина в фейнмановской калибровке.

В глюодинамике точное выражение для поляризационного тензора в фейнмановской калибровке представляется суммой пяти диаграмм /3/

 (1)

где все линии соответствуют точным глюонным (или духовым) пропагаторам, а зачерненные точки – точным вершинам. Если такой тензор поперечен (т.е. $k_\mu \Pi_{\mu\nu}(k) = 0$), то он определяется только двумя склярными функциями (например, $\Pi_{44}(\mathbf{k}, k_4)$ и еще одной функцией $A(\mathbf{k}, k_4)$) и имеет хорошо известную структуру /4, 5/. В частности, его трехмерная часть представима в следующем виде:

$$\Pi_{ij}(\mathbf{k}, k_4) = (\delta_{ij} - k_i k_j/\mathbf{k}^2)\, A(\mathbf{k}, k_4) + (k_i k_j\, k_4^2 / \mathbf{k}^2 k^2)\, \Pi_{44}(\mathbf{k}, k_4),$$

причем известно, что инфракрасный предел $\Pi_{44}(\mathbf{k}, k_4)$ конечен. Точный непертурбативный инфракрасный предел функции $A(\mathbf{k}, k_4)$ до сих пор надежно не установлен, хотя во многих работах /1, 6/ считается, что он также конечен и определяет ненулевую магнитную массу глюона.

Однопетлевой поляризационный тензор учитывает в диаграммном разложении (1) вклад только первых трех диаграмм, причем при их вычислении все линии и вершины выбираются равными своим "затравочным" значениям. Результат таких вычислений приведен во многих работах /4, 5/ и нами используется в следующем виде:

$$\overset{(1)}{\Pi}_{i4}(\mathbf{p}, p_4) = -\frac{p_i p_4}{\mathbf{p}^2}\, \overset{(1)}{\Pi}_{44}(\mathbf{p}, p_4); \qquad \overset{(1)}{\Pi}_{ij}(\mathbf{p}, p_4) = -\frac{g^2 N}{2\beta} \sum_{k_4} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \times$$

$$\times\ \frac{\delta_{ij}\,(-8pk - 4k^2) + 8k_ik_j - 2p_ip_j + 4\,(k_ip_j + k_jp_i)}{k^2\,(p+k)^2},$$

$$\Pi^{(1)}_{44}(\mathbf{p}, p_4) = -\ \frac{g^2N}{2\beta}\sum_{k_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\ \frac{(-8pk - 4k^2) + 8k_4^2 - 2p_4^2 + 8k_4p_4}{k^2\,(p+k)^2},$$

где все обозначения стандартные и суммирование проводится по четным частотам $p_4 = 2\pi n/\beta$. Для КХД $N = 3$ и $\beta = 1/T$ – обратная температура. Все пределы однопетлевого поляризационного тензора хорошо изучены и, в частности, найдено, что инфракрасный предел его поперечной части равен нулю, а при малых $|\mathbf{p}|$ имеет место линейная зависимость $\Pi_{ij}(|\mathbf{p}|) \sim g^2T|\mathbf{p}|$, причем с неправильным знаком /2, 7/.

Двухпетлевой поляризационный тензор выражается набором семи скелетных диаграмм двух классов $\Pi_2 = \Pi_2' + \Pi_2''$, один из которых Π_2'' уже рассматривался ранее /1/

$-\Pi_2'' = \frac{1}{6}$  $+\ \frac{1}{2}$  . (2)

Диаграммы, определяющие Π_2', получаются итерацией непертурбативных однопетлевых диаграмм ряда (1) и представимы достаточно компактными топологическими структурами

$\Pi_2' = \frac{1}{2}$ 

$+$ 

-2 

$-\ \frac{1}{2}$ 

$+$ 

, (3)

если воспользоваться выражениями для однопетлевых пропагаторов и вершин. Наши вычисления (с учетом результатов работы /1/) будут касаться только структуры Π_2', которая при точном вычислении весьма громоздка и пока не сосчитана, но ее инфракрасный предел представим вполне доступными для аналитического счета выражениями

$$A'_z\ (0) = \frac{g^2N}{2\beta}\sum_{p_4}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\left\{\frac{1}{2}\left(-\frac{2}{p^4}\left[\,2\Pi^{(1)}_{ii} + 3\,\Pi^{(1)}_{44}\,\right]\right) + \frac{1}{p^6}\left[4p^2\Pi^{(1)}_{\lambda\lambda} + 3p_\lambda\Pi^{(1)}_{\lambda\gamma}p_\gamma - 6p_\lambda\Pi^{(1)}_{\lambda i}p_i\ + \right.\right.$$
$$\left.\left. +\,p^2\Pi^{(1)}_{ii}\right] - 2\left[(p^2/p^6)\,\Sigma^{(1)}(p)\right] - \frac{1}{2p^4}\left[2p_i\Delta\Gamma_{\gamma\gamma i}(p, -p, 0) - (p_\gamma\Delta\Gamma_{\gamma ii}(p, -p, 0) + p_\gamma\Delta\Gamma_{i\gamma i}(p, -p, 0))\right]\right\}. \qquad (4)$$

В (4) все греческие индексы 4-мерные, латинские – 3-мерные и введено новое обозначение $\Delta\Gamma = \Delta\Gamma_3 - 2\Delta\Gamma_н$. Однопетлевой собственно энергетический тензор фиктивных частиц, используемый в (4), определен стандартным выражением

$$\Sigma^{(1)}(p) = -\ \frac{g^2N}{\beta}\sum_{k_4}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\ \frac{(p+k)\,p}{k^2(p+k)^2}.$$

В (4) используются также известные выражения /4, 5/ для однопетлевых поправок к трехглюонной вершине и вершине взаимодействия фиктивных полей с калибровочными.

Выражение (4) вычисляется нами в главном инфракрасном приближении (когда каждая из сумм заменяется только одним членом), что для изучаемого случая вполне оправдано, так как заранее известно, что все его члены по отдельности содержат инфракрасно расходящиеся части. В результате после несложной, но громоздкой алгебры выражение (4) преобразуется к следующему виду:

$$A_2'(0) = \frac{g^4N^2}{2\beta^2}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\int\frac{d^3k}{(2\pi)^3}\left\{\frac{(-4)}{2}\ \frac{\mathbf{p}^2 + 5\mathbf{k}^2 + 14\,(\mathbf{kp})}{\mathbf{p}^4\,(\mathbf{p}+\mathbf{k})^2\,\mathbf{k}^2}\right. +$$

$$+\left[\frac{2p^2 + 12k^2 + 56(kp)}{p^4 (p+k)^2 k^2} + \frac{12(pk)^2}{p^6 (p+k)^2 k^2}\right] - 2\left(-\frac{p^2 + (kp)}{p^4 (k+p)^2 k^2}\right) -$$

$$-\frac{1}{2}\left[\frac{-(36)}{p^2 (p+k)^2 k^2} + \frac{28p^2k^2 + 26p^4 + 2k^2(kp) + 52p^2(kp)}{p^4 (p+k)^4 k^2}\right] + \frac{p^2k^2 + p^4 + 2p^2(kp)}{2p^4 (p+k)^4 k^2}, \qquad (5)$$

где все импульсы только трехмерные и все интегралы в (5) вычисляются стандартными методами как повторные с помощью метода размерной регуляризации. В представленном выражении преднамеренно не выполнено приведение подобных членов, так что между (5) и (3) есть прямое и наглядное соответствие. Нами проверено, что порядок интегрирования не влияет на окончательный результат вычисления $A_2'(0)$, который в соответствии с (5) выражается через логарифмически расходящийся интеграл

$$A_2'(0) = \frac{g^4 N^2}{2\beta^2} \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{|\mathbf{p}|^3} \left\{3/2 - 23/8 - 2(-1/16) - (1/2)(-5/4) + (1/16)\right\} \qquad (6)$$

с ненулевым численным коэффициентом. Однако при вычислении в (2) структуры $A_2''(0) = \frac{9g^4 N^2}{4\beta^2} \times$ $\times \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{p^2 (p+k)^2 k^2}$ интеграл (6) в точности воспроизводится (но с обратным знаком) и в результате оказывается, что инфракрасный предел $A_2(\mathbf{p}, p_4)$-структуры (т.е. предел $A_2(0) = A_2'(0) + A_2''(0)$, где $p_4 = 0$ и $|\mathbf{p}| \to 0$) равен нулю, так же как в однопетлевом приближении.

Итак, вклад инфракрасно расходящихся диаграмм в след трехмерной части двухпетлевого пертурбативного поляризационного тензора калибровочных полей алгебраически сокращается, и весьма вероятно, что в фейнмановской калибровке такое сокращение имеет место во всех порядках теории возмущений. В случае поперечности точного поляризационного тензора (что весьма правдоподобно, но пока не доказано) установленный выше факт сокращения инфракрасных расходимостей будет иметь место для любых тензорных компонент (а не только для следа тензора), благодаря чему теория возмущений освобождается от инфракрасных трудностей и становится более надежной и обоснованной. Существуют также некоторые указания на то, что найденная инфракрасная специфика неабелевых теорий является их калибровочно-инвариантной характеристикой, что весьма актуально проверить и в первую очередь в аксиальной калибровке в сравнении с результатами принятых для этой калибровки тождеств Славнова – Тейлора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Велиев Э. Х., Калашников О. К. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 32 (1986).
2. Jackiw R., Templeton S. Phys. Rev., **D23**, 2291 (1981).
3. Fradkin E. S., Kalashnikov O. K. Acta Physica Austriaca, **45**, 81 (1976).
4. Калашников О. К., Климов В. В. ЯФ, **31**, 1357 (1980).
5. Kalashnikov O. K. Fortsch. Phys., **32**, 525 (1984).
6. Калашников О. К. Письма в ЖЭТФ, **33**, 173 (1981). Gross D. J., Pisarski R. D., Yaffe L. G. Rev. Mod. Phys., **53**, 43 (1981).
7. Калашников О. К., Климов В. В. ЯФ, **33**, 848 (1981).

Поступила в редакцию 4 ноября 1989 г.