

## ПРЕДЕЛЬНЫЙ ТОК В НЕСТАЦИОНАРНОМ ПЛОСКОМ ДИОДЕ

А.Ш. Айрапетов, А.Л. Феоктистов

*Рассмотрено распространение в бесконечном плоском диоде сгустка заряда, мгновенно выделяющегося на катоде. Показано, что в диоде с постоянной разностью потенциалов импульс тока имеет конечную длительность, а его максимальная амплитуда превосходит величину стационарного тока Чайлда – Ленгмюра в 2,75 раза.*

В связи с разработкой фотоинжекторов (электронных пушек с фотоэмиссионным катодом) для генерации субнаносекундных электронных сгустков, используемых в мощных СВЧ устройствах и ускорителях нового поколения, возникает задача описания распространения короткого сгустка зарядов в ускоряющем зазоре. В работе /1/ закон Чайлда – Ленгмюра обобщен на случай нестационарной разности потенциалов для времен, меньших времени пролета частицами диода. В данной работе рассмотрено обобщение этого закона на случай мгновенного образования и дальнейшего распространения заряженного сгустка с выходом его за пределы диода.

Полагаем, что в бесконечном плоском вакуумном диоде задана разность потенциалов анод–катод  $U(t)$ , зависящая от времени. Система дифференциальных уравнений, описывающая диод в нерелятивистском случае, может быть записана в лагранжевых координатах в следующем виде:

$$\partial (1/\rho)/\partial t = \partial v/\partial y, \quad \partial v/\partial t = E/2, \quad \partial E/\partial y = 1, \quad \int_0^1 E dx = U(t), \quad (1)$$

где все переменные обезразмерены:  $[x] = d$ ,  $[U] = U_0$ ,  $[v] = (-2qU_0/m)^{1/2}$ ,  $[t] = d/[v]$ ,  $[E] = -U_0/d$ ,  $[\rho] = [E]/4\pi d$ ,  $[j] = [\rho][v] = \sqrt{2|q|/m} U_0^{3/2}/4\pi d^2 = (9/4)j_{CL}$ . Здесь  $d$  – расстояние анод–катод;  $q, m, \rho, v, x$  – соответственно заряд, масса, плотность, скорость и координата частиц;  $U_0$  – начальная разность потенциалов;  $E$  – напряженность электрического поля;  $y = \int_0^x \rho(x', t) dx'$  – лагранжева координата;  $j_{CL}$  – стационарный ток Чайлда – Ленгмюра.

Пусть в результате короткого, "δ-образного" импульса (например, лазерного) с катода выделяется заряд  $\sigma$ ,  $0 \leq \sigma \leq 1$ . Полагаем, что потенциал меняется таким образом, что исключается возврат частиц на катод. (Это заведомо выполняется при  $E_0(t) > 0$ , где  $E_0(t)$  – поле вблизи катода.)

Из третьего уравнения системы (1) следует  $E(y, t) = E_0(t) + y$ , где  $E_0(0) = 1 - \sigma$ . Поле на аноде  $E_1(t) = E_0(t) + y_1(t)$ , где  $y_1(t) = \int_0^1 \rho(x', t) dx'$ .

Подставляя поле  $E(y, t)$  в первые два уравнения системы (1) получим выражения для скорости и плотности зарядов:

$$v = (yt + E_{0i})/2, \quad \rho = 4/t^2, \quad (2)$$

где  $E_{0i}(t) = \int_0^t E_0(t') dt'$ .

Разобьем процесс распространения зарядов в диоде на две стадии: первая –  $t \leq t_{пр}$ , где  $t_{пр}$  – время пролета первыми частицами диода, вторая – стадия вылета  $t > t_{пр}$ . Полагаем, что вылетевшие частицы на процессы в диоде не влияют.

Падение потенциала на первой стадии определяется последним уравнением системы (1):

$$U(t) = E_0 x_0 + E_1 (1 - x_1) + \int_0^\sigma (E/\rho) dy,$$

где  $x_1, x_0$  — эйлеровы координаты начала и конца сгустка. Поскольку при  $t \leq t_{\text{пр}}$   $y_1 = \sigma$ , получаем уравнение для  $x_1$  в следующем виде:

$$\ddot{x}_1 = x_1 \sigma / 2 - \sigma^2 t^2 / 16 + U(t) / 2. \quad (3)$$

Полагая начальные скорости зарядов нулевыми  $x_1(0) = \dot{x}_1(0) = 0$ , можно получить аналитическое решение уравнения (3), в частности, в случае квадратичной формы потенциала  $U = at^2 + bt + 1$ :

$$x_1 = \beta e^{t'} + (2\alpha + 1/\sigma - \beta) \text{ch } t' - \alpha t'^2 - \beta t' - 1/\sigma - 2\alpha,$$

где  $t' = t\sqrt{\sigma/2}$ ,  $\alpha = 2a/\sigma^2 - 1/4$ ,  $\beta = b\sqrt{2/\sigma^3}$ . Время пролета первыми частицами диода определяется уравнением (3) при  $x_1 = 1$ , начальный анодный ток  $j_1(t_{\text{пр}}) = v_1(t_{\text{пр}})\rho(t_{\text{пр}})$ , где в соответствии с (2)  $\rho(t_{\text{пр}}) = 4/t_{\text{пр}}^2$ , а  $v_1(t_{\text{пр}}) = \dot{x}_1(t_{\text{пр}})$ .

С момента  $t \geq t_{\text{пр}}$  начинается вылет частиц. Падение потенциала определяется выражением

$$U(t) = E_0 x_0 + \int_0^1 (E/\rho) dy = E_0 E_{0ii} / 2 + y_1 t^2 (E_0 + y_1 / 2) / 4. \quad (4)$$

Другое уравнение, связывающее  $y_1$  и  $E_0$ , есть уравнение непрерывности

$$dy_1 / dt = -j_1 = -(2/t^2) (y_1 t + E_{0i}), \quad (5)$$

откуда следует, что  $E_{0i} = -(d/dt)(y_1 t^2 / 2)$ ,  $E_{0ii} = \int_0^t E_{0i} dt = 2 - y_1 t^2 / 2$ . Поскольку по-прежнему задний фронт движется в соответствии с законом  $\ddot{x}_0 = E_0 / 2$ , а  $E_0 = -d^2(y_1 t^2 / 2) / dt^2$ , то уравнение (4) может быть записано в виде

$$\ddot{z} - z^2 / 2t^2 + U(t) = 0, \quad (6)$$

где  $z = y_1 t^2 / 2$ , а начальные условия имеют вид:  $z(t_{\text{пр}}) = \sigma t_{\text{пр}}^2 / 2$ ,  $\dot{z}(t_{\text{пр}}) = \sigma t_{\text{пр}} - 2v_1(t_{\text{пр}})$ . Считая анод прозрачным для частиц, ток через него определяется уравнением (5):  $j_1 = 4v_1(t) / t^2$ , где скорость  $v_1(t) = z/t - \dot{z}/2$  определяет энергетический спектр вылетающих зарядов.

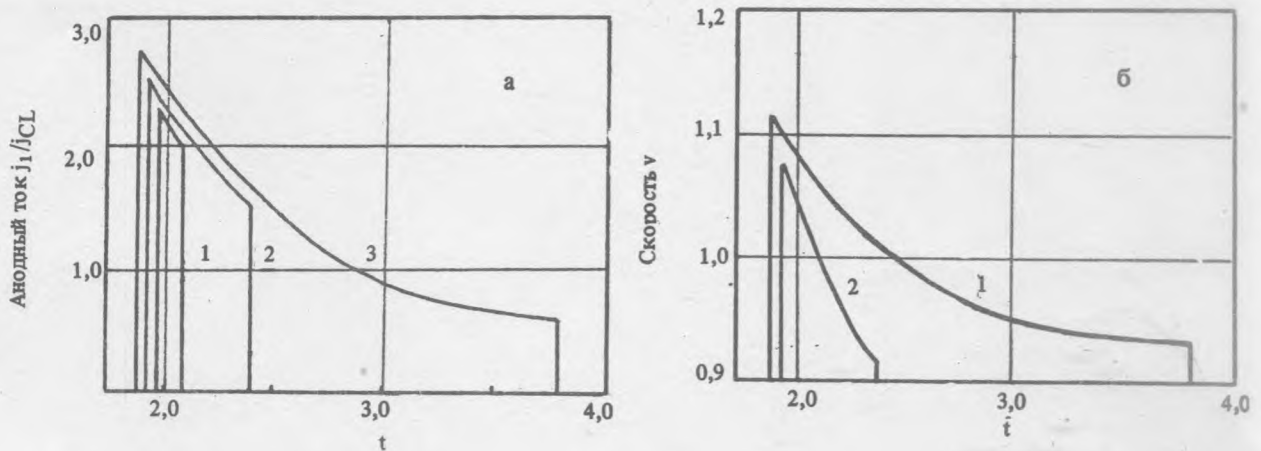


Рис. 1. Временные зависимости анодного тока (а) и скоростей вылетающих частиц (б) для  $\sigma = 1,0$  (1),  $0,4$  (2),  $0,1$  (3). Единицы измерения скорости и времени определены в тексте.

Рассмотрим два частных случая.

1. Положим, что после выделения заряда с катода притока дополнительных зарядов на него нет ("инерционная" система). В этом случае поле  $E_0(t) = 1 - \sigma$ ,  $E_1(t) = 1$ . Уравнение для  $x_1$  имеет вид  $\ddot{x}_1 = t^2/4$ . Таким образом, время пролета  $t_{пр} = 2$  и не зависит от  $\sigma$ . При  $t \geq 2$  начинается вылет зарядов. Уравнение (5) интегрируется и позволяет получить временную зависимость тока и скоростей вылета частиц в виде:  $j_1 = 8/t^3$ ,  $v_1 = 2/t$ . Окончание импульса анодного тока определяется условием  $x_0 = 1$ , откуда длительность импульса  $t_{имп} = 2(1/\sqrt{1-\sigma} - 1)$ .

2. Пусть потенциал фиксирован  $U(t) = 1$ . В предельном случае  $\sigma = 1$  время пролета  $t_{пр}$  определяется трансцендентным уравнением  $\text{ch}(t_{пр}/\sqrt{2}) = 3 - t_{пр}^2/4$ , откуда  $t_{пр} \cong 1,92$ . Начальный ток при этом максимален и равен  $j_1(t_{пр}) \cong 1,2$ , что соответствует  $j_1 \cong 2,75 j_{CL}$ . Для определения временной зависимости тока и скоростей вылетающих частиц производится численное решение уравнения (6) методом Мерсона. Результаты вычислений приведены на рис. 1, откуда, в частности, следует, что снижение заряда от 1 до 0,1 приводит к укорочению импульса  $\sim$  в 20 раз (от 1,86 до 0,1), разброс по скоростям составляет  $\sim 10-12\%$ .

Таким образом, для получения сверхкоротких заряженных сгустков необходимо уменьшать величину заряда, что ведет к незначительному (в 1,2 раза) снижению амплитуды выходящего анодного тока. Данный результат служит обобщением закона Чайлда - Ленгмюра на сугубо нестационарный случай.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kadish A., Peter W., Jones M.E. IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-32, 2576 (1985).

Поступила в редакцию 27 ноября 1989 г.

