Краткие сообщения по физике № 2-1990 г.

УДК 533.9

О СТРУКТУРЕ СТАЦИОНАРНЫХ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ОБРАЗОВАННЫХ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ АНОМАЛЬНОМ ЭФФЕКТЕ ДОПЛЕРА

М. В. Кузелев, Р. В. Романов, А. А. Рухадзе

Изложена нелинейная теория взаимодействия моноскоростного электронного пучка с циркулярно-поляризованными электромагнитными волнами в конечном магнитном поле в условиях аномального эффекта Доплера. Аналитическими и численными методами получены решения солитонного типа, указаны области их существования.

В работах /1 – 3/ рассмотрен вопрос о взаимодействии электронного пучка с циркулярно-поляризованной электромагнитной волной в условиях аномального эффекта Доплера (АЭД). Основное внимание в них уделено одномодовому режиму взаимодействия пучка с монохроматической волной в гидродинамическом и кинетическом пределах. В работах /1, 4/ исследовано взаимодействие пучка с большим набором циркулярно-поляризованных электромагнитных волн в условиях АЭД также в гидродинамическом и кинетическом приближениях. Подход, использованный в этих работах, отчасти напоминает квазилинейную теорию. Другим путем обобщения теории взаимодействия пучка с монохроматической волной на немонохроматический случай является теория, основанная на записи соответствующих уравнений в терминах солитона огибающей. Такой подход развивается в настоящей работе, являющейся продолжением и развитием работ /2 – 4/.

Пусть невозмущенный в исходном состоянии моноэнергетический нейтрализованный нерелятивистский пучок распространяется со скоростью u вдоль внешнего магнитного поля, направленного по оси oz в пространстве, заполненном однородным изотропным диэлектриком с $\epsilon_0 > 1$, и взаимодействует с циркулярно-поляризованной электромагнитной волной со спектром $\omega = kc_0$, распространяющейся в том же направлении. Условие резонанса при АЭД имеет вид $\omega = kv_\parallel - \omega_B$.

Исходим из уравнений движения электронов для компонент скорости $v_\parallel$ и $v_\perp = v_x + iv_y$, уравнения для поперечной компоненты векторного потенциала волны $A_\perp = A_x + iA_y$, а также уравнения непрерывности:

$$\partial v_\perp/\partial t + v_\parallel \partial v_\perp/\partial z + i\omega_B v_\perp = -(e/mc)(\partial A_\perp/\partial t + v_\parallel \partial A_\perp/\partial z), \quad \partial v_\parallel/\partial t + v_\parallel \partial v_\parallel/\partial z = (e/2mc)(v_\perp \partial A_\perp/\partial z + \text{k. c.}),$$
$$\partial^2 A_\perp/\partial t^2 - c_0^2 \partial^2 A_\perp/\partial z^2 = (4\pi c/\epsilon_0) e n_b v_\perp, \quad \partial n_b/\partial t + \partial(n_b v_\parallel)/\partial z = 0. \tag{1}$$

Здесь e и m – заряд и масса электрона, c – скорость света в вакууме, $c_0 = c/\sqrt{\epsilon_0}$ ($c_0 < u$), n_b – плотность электронного пучка, ω_B – электронная циклотронная частота. При записи системы (1) пренебрежено продольной составляющей электрического поля /5/.

Выясним, возможно ли возникновение в результате такого взаимодействия пространственно-временных структур солитонного типа для огибающих электромагнитной волны и возмущений электронного пучка?

Подстановка решений, выбранных в виде произведений медленных амплитуд огибающих A (t, z) и V (t, z) на быстрые фазовые множители: $A_\perp(t, z) = A(t, z)\exp(i\omega t - ikz)$, $v_\perp(t, z) = V(t, z)\exp(i\omega t - ikz)$, в систему (1) приводит к следующим уравнениям:

$$\partial A/\partial t - c_0 \partial A/\partial z = -i(\omega_b^2/2\omega)(n_b/n_0)(mc/e)V, \quad \partial V/\partial t + v_\parallel \partial V/\partial z + i(\omega + \omega_B - kv_\parallel)V = (ie/mc)\omega_B A,$$
$$\partial v_\parallel/\partial t + v_\parallel \partial v_\parallel/\partial z = (ike/2mc)(VA^* - V^*A), \quad \partial n_b/\partial t + \partial(n_b v_\parallel)/\partial z = 0. \tag{2}$$

где ω_b – электронная ленгмюровская частота, n_0 – невозмущенная плотность электронного пучка. Полагая, что величины A, V, $v_\parallel$, n_b зависят от z и t только в комбинации $z - v_0 t$, где v_0 – скорость огибающей волнового возмущения, из системы (2) найдем три независимых интеграла: $n_b(v_\parallel - v_0) = n_0 (u - v_0)$, $|A|^2 - (\omega_b^2/2\omega\omega_B)(mc/e)^2 (u - v_0)/(c_0 - v_0)|V|^2 = A_0^2$, $v_\parallel = u - k|V|^2/2\omega_B$, с учетом которых в безразмерных переменных $\tilde{v}, \tilde{u}, \tilde{v}_0, \tilde{c}_0 = (k/\omega_B)\{V, u, v_0, c_0\}$, $\epsilon = (ek/mc\omega_B) A$, $\eta = k(z - v_0 t)$, $\kappa^2 = \omega_b^2/2\omega\omega_B$, $\nu = \kappa^2 (u - v_0)/(c_0 - v_0)$ система (2) перепишется следующим образом:

$$\begin{aligned} &(\tilde{u} - \tilde{v}_0 - |\tilde{v}|^2/2)\, d\epsilon/d\eta = -i\nu\tilde{v}; && \epsilon(\eta = 0) = \epsilon_0, \\ &(\tilde{u} - \tilde{v}_0 - |\tilde{v}|^2/2)\, d\tilde{v}/d\eta + i|\tilde{v}|^2\, \tilde{v}/2 = i\epsilon; && \tilde{v}(\eta = 0) = 0, \\ &|\epsilon|^2 = |\epsilon_0|^2 + \nu|v|^2. && \end{aligned} \tag{3}$$

Ищем решение системы (3) в виде $\tilde{v} = a \exp(i\varphi)$, $\epsilon = (\epsilon_0^2 + \nu a^2)^{1/2} \exp(i\psi)$, $\Phi = \varphi - \psi$. После подстановки этих выражений в (3) получаем фазовый интеграл $a^3 = 8(\epsilon_0^2 + \nu a^2)^{1/2} \cos\Phi$ и точное решение для амплитуды поперечной скорости электрона

$$\eta = \pm\int \frac{8(\tilde{u} - \tilde{v}_0) - 4a^2}{\sqrt{64\epsilon_0^2 + 64\nu a^2 - a^6}}\, da. \tag{4}$$

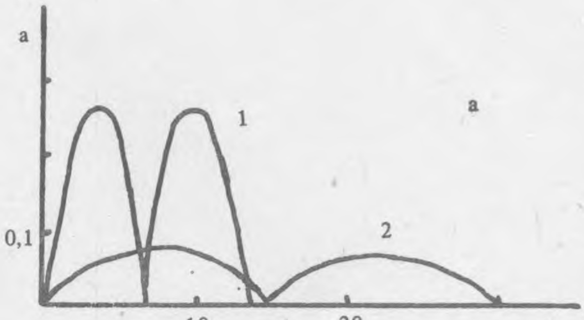
Интеграл (4) в элементарных функциях не вычисляется, однако в частных случаях возможны простые решения. Так, при $\tilde{c}_0 < \tilde{v}_0 < u$ имеем

$$a = (\epsilon_0/|\nu|^{1/2}) \sin(|\nu|^{1/2}\eta/(\tilde{u} - \tilde{v}_0)).$$

Результаты численных расчетов при следующих параметрах: $\kappa^2 = 0{,}01$ (пучок малой плотности), $\tilde{u} = 4$, $\tilde{c}_0 = 3$, $\epsilon_0 = 0{,}01$ приведены на рис. 1а. При $\tilde{v}_0 < \tilde{c}$, $\tilde{v}_0 > \tilde{u}$ и при адиабатическом включении поля $\epsilon(\eta \to \pm\infty) \to 0$ решение (4) принимает вид уединенной волны (солитона)

$$a^2 = 8\nu^{1/2}\, \mathrm{ch}^{-1}(2\nu^{1/2}\eta/(\tilde{u} - \tilde{v}_0)).$$

Результат численных расчетов при тех же параметрах приведен на рис. 1б. В обоих случаях имеется согласие между аналитическими и численными расчетами.



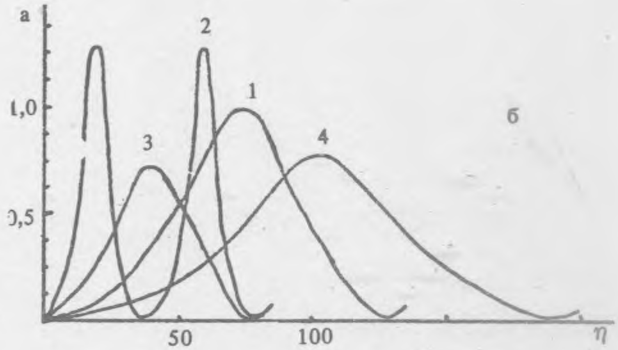


Рис. 1. Пространственно-временная динамика амплитуды поперечной скорости электронов пучка: а) при $\tilde{c}_0 < \tilde{v}_0 < \tilde{u}$, $\tilde{v}_0 = 3{,}9$ (1), 3,3 (2); б) при $\tilde{v}_0 < \tilde{c}_0$ и $\tilde{v}_0 > \tilde{u}$, $\tilde{v}_0 = 1{,}5$ (1), 2,8 (2), 5,0 (3), 7,0 (4).

В заключение следует отметить, что при $c_0 < v_0 < u$ увеличение поперечной скорости происходит за счет отбора энергии у волны, тогда как при $v_0 < c_0$ и $v_0 > u$ в энергию электромагнитного поля и поперечного движения электронов переходит часть продольной энергии пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданов А. Т., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Изв. ВУЗов, радиофизика, **29**, 1431 (1986).
2. Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 12 (1988).
3. Кузелев М. В., Романов Р. В., Рухадзе А. А. ЖЭТФ, **95**, 1625 (1989).
4. Кузелев М. В., Романов Р. В. Вестник МГУ, сер. 3, физика, астрономия, **31**, вып. 1, 58 (1990).
5. Кузелев М. В., Рухадзе А. А. УФН, **152**, 285 (1987).

Институт общей физики АН СССР.

Поступила в редакцию 11 декабря 1989 г.