

Уважаемые читатели!

В сборнике № 10 за 1989 г. на стр. 5 допущены ошибки при описании рисунка: числа по оси абсцисс должны быть увеличены на 1, а кривая 7 должна обозначаться 4(1/2) г.

В связи с полиграфическим браком статья В.И. Беляка "О сечении реакций заряженных частиц с ядрами в оптической модели с сильным поглощением" (КСФ № 11-1989 г.) перепечатывается.

Краткие сообщения по физике № 11-1989 г.

УДК 539.17

О СЕЧЕНИИ РЕАКЦИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ В ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С СИЛЬНЫМ ПОГЛОЩЕНИЕМ

В.И. Беляк

С помощью метода эйконального разложения и его обобщения, в котором кулоновское взаимодействие учитывается квазиклассически, получено выражение для сечения реакций заряженных частиц (адронов, тяжелых ионов) с ядрами в оптической модели с сильным поглощением. Это выражение можно интерпретировать как обобщение сечения поглощения заряженных частиц на "черном" ядре.

Для описания взаимодействия адронов и тяжелых ионов с ядрами используем оптическую модель, в которой сечению реакций соответствует сечение поглощения. В случае достаточно сильного поглощения и квазиклассичности задачи основную роль играют "хвосты" оптических потенциалов /1/. В /2/ рассматривалось рассеяние на потенциалах, "хвосты" которых представлялись в виде разложения по степеням экспоненты, в частности, на потенциале Вудса – Саксона. В настоящей работе, являющейся продолжением /2/, вычисляется сечение поглощения с учетом кулоновского взаимодействия. При этом используется метод эйконального разложения и его обобщение, в котором кулоновское взаимодействие учитывается квазиклассически. Это позволяет рассмотреть случаи, когда кулоновский потенциал в области эффективного поглощения как много меньше, так и просто меньше энергии падающих частиц.

Рассеяние описываем уравнением $[\nabla^2 + k^2(1 - u(r))]\Psi(r) = 0$, где $u(r)$ – безразмерный потенциал, связанный с оптическим $U_{op}(r)$ и кулоновским $U_c(r)$ потенциалами. В случае уравнения Клейна – Гордона – Фока и скалярности $U_{op}(r)$ имеем: $u(r) = u_{op}(r) + u_c(r)$, $u_{op}(r) = U_{op}(r)[1 + U_{op}(r)/2\mu]/E'$, $u_c(r) = U_c(r)[(1 + E/\mu) - U_c(r)/2\mu]/E'$, $E' \equiv E(1 + E/2\mu) = \hbar^2 k^2/2m$, $\mu \equiv mc^2$.

Полагаем, что в области краевых $r > R$ оптический потенциал и соответственно $u_{op}(r)$ разлагаются в ряд по степеням экспоненты, а потенциал кулоновского взаимодействия сводится к точечному:

$$U_c(r) = Z_1 Z_2 e^2/r, \quad u_{op}(r) = -\bar{u} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} A_n \exp[-n(r-R)/a], \quad A_1 = 1, \quad |A_n| \lesssim 1; \quad (1)$$
$$u_c(r) = (2r_c/r) - (2E'/\mu)(\bar{r}_c/r)^2, \quad \bar{r}_c \equiv r_c/(1 + E/\mu) = (Z_1 Z_2/137)\sqrt{\mu/2E}/k.$$

В нерелятивистском случае для потенциала Вудса — Саксона $A_n = 1$, потенциал типа Иго можно описать, считая $A_{2+m} = 0$ ($m \geq 0$). Предполагаем малость ширины размытия края оптического потенциала по сравнению с его размером, квазиклассичность движения и наличие сильного поглощения в области размытия; энергия падающих частиц предполагается больше величины кулоновского потенциала в области размытия (точнее, в той ее части, где в основном происходит поглощение):

$$a/R \ll 1, \eta(R) \ll 1, \text{Im } q(R) \gg 1; \eta(r) \equiv (1/2ka) \sqrt{r/\pi a}, q(r) \equiv ku \sqrt{\pi ar};$$

$$u_c^0(R_+) < 1, u_c^0(r) \equiv U_c(r)/E, R_+ \equiv R[1 + O(a/R)] > R. \quad (2)$$

Поправки $\sim (a/R)\eta(R)$ в σ_a получены при более жестком условии $|u_c^0(R)| \sim |r_c/R| \ll 1$. В случае $r_c < 0$ требуется также, чтобы $\text{Im } q(R)/\sqrt{1 - r_c/R} \gg 1$.

Сечение поглощения σ_a будем вычислять, исходя из разложения $\sigma_a = (2\pi/k^2) \sum_{l=0}^{\infty} (l+1/2) [1 - \exp(-4\text{Im } \delta_l)]$. Заменяя суммирование на интегрирование, интегрируя по частям, переходя к переменной интегрирования $b = (l+1/2)/k$, а затем $t = 4\text{Im } \delta(b)$, $\delta(b) \equiv \delta_l$ ($\text{Im } \delta(b)$ считается монотонной функцией в существенной области интегрирования), представим σ_a в виде

$$\sigma_a = \pi \int_0^{\infty} b^2 [\exp(-4\text{Im } \delta(b))] db = \pi \int_0^{\infty} b^2(t) \exp(-t) dt \quad (4\text{Im } \delta(0) \approx \infty). \quad (3)$$

Отличие суммирования от интегрирования приводит к поправке $\Delta\sigma_a \approx (\pi/12k^2) [1 - \exp(-4\text{Im } \delta(0))]$, которая может не учитываться.

Фазы $\delta(b)$ или практически $\bar{\delta}(b) = \delta(b) - \delta_c(b)$ ($\delta_c(b)$ — кулоновские фазы, $\text{Im } \delta(b) = \text{Im } \bar{\delta}(b)$) первоначально вычисляем методом эйконального разложения, разлагая их квазиклассические выражения по степеням \bar{u} и r_c ($u_{\text{оп}}(r) \propto \bar{u}$, $u_c(r) \propto r_c$). В эйкональном приближении кулоновские величины в $\bar{\delta}(b)$ отсутствуют. С учетом трех неэйкональных поправок (по оптическому потенциалу — двух) и трех членов разложения (1), получим:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}(b) &= \delta^0(b) \left\{ 1 + \omega_0(b) + \omega_1(b)[2\delta^0(b)] + \omega_2(b)[2\delta^0(b)]^2 + \dots \right\}, \\ \delta^0(b) &= (\bar{q}/\sqrt{8}) [1 + (3/8)(a/b) + \dots] \exp[-(b - R + r_c)/a - (a/2b)(\bar{r}_c/a)^2], \\ \omega_0(b) &= (\pi/6)\bar{\eta}^2, \omega_1(b) = -A_2/\bar{q} + \bar{\eta}, \bar{q} \equiv q(b)(1 + r_c/b), \bar{\eta} \equiv \eta(b)(1 + r_c/b); \\ 4\delta_1(b) &= 4\delta_1^0(b) \left\{ 1 + \omega_0(b) + \omega_1^a(b)[4\delta_1^0(b)] + \omega_2^a(b)[4\delta_1^0(b)]^2 + \dots \right\}, \\ \omega_1^a(b) &= -A_2^a/2\bar{q}_1 + \tilde{\xi}\bar{\eta}, \omega_2^a(b) = \sqrt{3} [A_3^a/6\bar{q}_1^2 - \tilde{A}_2^a \tilde{\xi}\bar{\eta}/\bar{q}_1 - \bar{\eta}^2(1 - 3\tilde{\xi}^2)/4], \\ \tilde{\xi} &\equiv \bar{u}_R/\bar{u}_1, A_n^a \equiv A_{nR} + \tilde{\xi}A_{nI}, \tilde{A}_2^a = A_{2R} + A_{2I}(\tilde{\xi} - 1/\tilde{\xi})/2, f_R \equiv \text{Re } f, f_I \equiv \text{Im } f. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь учитываются величины $\sim (r_c/a)^{0;1;2;3}$ (a/b) $^{0;1}$ в $\delta^0(b)$ и величины $\sim [1/q(b) + \eta(b)]^{1;2} \times [(r_c/a)^{0;1;2} + (a/b)(r_c/a)]$ в $\omega(b)$; при этом величины $\sim [1/q(b) + \eta(b)]^{1;2}$ (r_c/a) $^{1;2}$ в $\omega(b)$ обращаются в нуль*. Так как $\delta_1^0(b) \sim 1$, $b \sim R$ в существенной для σ_a области интегрирования, то эффективным параметром эйконального разложения $\delta_1(b)$ по оптическому потенциалу становится $\eta(R)$, а параметром, соответствующим разложению $u_{\text{оп}}(r)$ (1) — $1/q_1(R)$. Кулоновскими параметрами эйконального разложения $\delta_1(b)$ являются r_c/a для $\delta_1^0(b)$ и r_c/R для $\omega(b)$.

* Среди этих величин есть неэйкональные поправки четвертого порядка; на форму записи $\delta^0(b)$ повлиял результат (6); $\omega_2(b)$ в (4) не выписано.

Для получения более точного и применимого в более широкой области (см. (2)), чем при использовании (4), выражения σ_a и для отказа от формально необходимого жесткого условия $|r_c/a| \sim |u_c(a)| \ll 1$ обобщим метод эйконального разложения. Будем разлагать квазиклассические выражения $\bar{\delta}(b)$ только по степеням "силы" \bar{u} оптического потенциала, а кулоновский потенциал будем учитывать квазиклассически. В настоящей работе ограничимся рассмотрением первого члена этого разложения

$$\bar{\delta}(b) = - (k/2) \int_{b_c}^{\infty} dr u_{\text{оп}}(r) / [1 - u_c(r) - b^2/r^2]^{1/2} + \dots, \quad b_c = \sqrt{b^2 + \bar{r}_c^2} + r_c \quad (5)$$

(b_c — точка поворота). Это позволяет получить $\delta^0(b)$ в (4) и поправки $\sim (1/q(b))^{1;2}$ в $\omega(b)$ (4), не требуя малости кулоновских величин. При этом

$$\delta^0(b) = [q(\tilde{b})/\sqrt{8}] [(1 + r_c/\tilde{b}) + (a/8\tilde{b})(3 - r_c/\tilde{b}) + \dots] \exp[-(b_c - R)/a], \quad \tilde{b} \equiv \sqrt{b^2 + \bar{r}_c^2}, \quad (6)$$

а полученные поправки отличаются от приведенных в (4) заменой b на \tilde{b} . Для неэйкональных поправок по оптическому потенциалу, пропорциональных $\eta(b)$, ограничимся их выражением в (4), т.е. кулоновские величины $\sim r_c/b$ в этих поправках будем учитывать только в линейном приближении.

Из (3) — (6) получим выражение для сечения поглощения с учетом величин $\sim [(a/R)^{0;1;2} + (a/R) \times (1/q_I(R))^{1;2}] (r_c/R)^n$ ($n \geq 0$), $(a/R) [\eta(R)^{1;2} + \eta(R)/q_I(R)] (r_c/R)^{0;1}$:

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \pi(R_a^0)^2 [1 - u_c(R_a^0) + \Omega(R_a^0)] + 2\pi R_a^0 (1 - r_c/R_a^0) \Delta R_a^c, \\ R_a^0 &= b_a + \bar{a} \gamma + (a^2/b_a) (\pi^2/12 + 3/8), \quad b_a = b_{1a} + (\bar{a}/2) \ln(b_{1a}/R), \quad \bar{a} = a(1 + a/2b_{1a}), \\ b_{1a} &= R + a \ln(\sqrt{2} q_I(R)), \quad \gamma = 0,5772, \quad \Omega(R) \equiv -(\bar{a}/R) (1 - r_c/R) \ln(1 - r_c/R) + \\ &+ (a^2/4R^2) \left\{ [\ln(1 - r_c/R) + r_c/R]^2 + (2\pi^2/3 - 1 - r_c/R) (r_c/R) \right\}, \\ \Delta R_a^c &= a^2 \left\{ -A_2^a/2\tilde{q}_1 - [3(A_2^a)^2 - 4A_3^a/\sqrt{3}]/4\tilde{q}_1^2 + \tilde{\xi}\tilde{\eta} - (\nu' + \nu'/\tilde{\xi}^2)\tilde{\eta}^2 - (2\sqrt{3}\tilde{A}_2^a - 3A_2^a)\tilde{\xi}\tilde{\eta}/\tilde{q}_1 \right\}, \\ \tilde{q}_1 &\equiv q_I(b_a)/\sqrt{1 - r_c/b_a}, \quad \tilde{\eta} \equiv \eta(b_a)/\sqrt{1 - r_c/b_a}, \quad \nu' \equiv \sqrt{3}/2 - \pi/6, \quad \nu'' \equiv 3 - 3\sqrt{3}/2. \end{aligned} \quad (7)$$

Поправки, возникающие из-за неэкспоненциальности и неэйкональности края оптического потенциала, дают в σ_a вклады $\sim a/Rq_I(R)$, $(a/R)\eta(R)$ с параметрами разложения $\sim 1/q_I(R)$, $\eta(R)$ и $u_c(R)$. В этих поправках и в величинах $\sim (a/R)^2$ в рассматриваемом приближении можно взаимозаменять R_a^0 , b_a , b_{1a} . При написании оценок считается $R_a^0 \sim R$. Вклад кулоновского взаимодействия в σ_a определяется основной величиной $u_c(R_a^0)$ и поправкой $\Omega(R_a^0) \sim (a/R)u_c(R)$ с параметром разложения $\sim u_c(R)$. Учет распределения заряда, имеющего, например, Вудс — Саксоновский вид (с такими же параметрами R , a , как и в (1)), приводит к замене $\tilde{\xi}$ на $\tilde{\xi} + \Delta u_c/\bar{u}_I$, \tilde{A}_2^a на $\tilde{A}_2^a - (A_2^a - 1/4)\Delta u_c/2(\bar{u}_R + \Delta u_c)$, где $\Delta u_c \approx 3(a/R)^2 u_c(R)$ (нерелятивистское приближение), т.е. к малым поправкам $\sim (a/R)^3 \eta(R)u_c(R)/u_I \sim (a/R)^2 u_c(R)/q_I(R)$. Сечение σ_a можно представить также в виде:

$$\sigma_a = \pi(R_a^c)^2 [1 - u_c(R_a^c) + \Omega(R_a^c)], \quad R_a^c = R_a^0 + \Delta R_a^c; \quad (8)$$

$$\sigma_a = \pi(\bar{R}_a^c)^2 [1 - u_c(\bar{R}_a^c)] \equiv \sigma_a^{bl}(\bar{R}_a^c), \quad \bar{R}_a^c = R_a^c + \Delta\bar{R}_a^c, \quad (9)$$

$$\Delta\bar{R}_a^c = -(\bar{a}/2) \ln(1 - r_c/R_a^0) + (a^2/4R_a^0)(r_c/R_a^0)(1 - r_c/R_a^0) [\pi^2/3 - 1/2 + \ln(1 - r_c/R_a^0)].$$

Радиус R_a^c (8) отличается от соответствующего радиуса в отсутствие кулоновского взаимодействия заменой $q_I(b_a)$, $\eta(b_a)$ на \tilde{q}_I , $\tilde{\eta}$. Радиус \bar{R}_a^c (9) дополнительно содержит кулоновские поправки $\sim (a/R)u_c(R)$, которые в рамках эйконального разложения по кулоновскому потенциалу возникают при учете неэйконовых поправок первого порядка. Выражение $\sigma_a = \sigma_a^{bl}(\bar{R}_a^c)$ (9), если формально считать \bar{R}_a^c константой, совпадает с сечением поглощения заряженных частиц "черным" ядром радиуса \bar{R}_a^c при учете искривления классических траекторий частиц кулоновским полем ядра. "Чернотельное" выражение $\sigma_a^{bl}(R)$ и его обобщения [3] неоднократно использовались для описания данных о сечениях реакций с тяжелыми ионами. В σ_a (9) радиус \bar{R}_a^c оказывается зависящим через величины $\sim (a/R)\ln q_I(R)$ и поправки $\sim (a/R)u_c(R)$, $(a/R)\tilde{\eta}$, $(a/R)\tilde{q}_I$ от энергии и оптического потенциала и кроме того — через указанные поправки от кулоновского взаимодействия.

Полученные выражения для сечения реакций применимы при анализе взаимодействия адронов (анти-нуклонов, мезонов) средней энергии и тяжелых ионов с ядрами.

Автор благодарит Г.М. Ваградова и Д.А. Заикина за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Johnson M.B., Bethe H.A. Comments Nucl. Part. Phys., 8, 75 (1978); Germond J.F., Johnson M.B. Phys. Rev., C22, 1622 (1980).
2. Беляк В.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 43 (1986); № 5, 3 (1987); № 4, 15 (1988); Изв. АН СССР, сер. физ., 53, 991 (1989).
3. Блат Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика, ИИЛ, 1954; Беляк В.И. Ядерная физика, 29, 50 (1979); Изв. АН СССР, сер. физ., 43, 2429 (1979).

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию 28 июля 1989 г.