

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КВАЗИНЕПРЕРЫВНЫХ СОСТОЯНИЙ В РЕКОМБИНИРУЮЩЕЙ ПОЛНОСТЬЮ ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

На основе классической теории диффузии по энергетической оси уточнено выражение для скорости рекомбинации и найдено выражение для функции распределения квазинепрерывных состояний.

Введение. Механизм тройной рекомбинации (когда электрон, сталкиваясь в поле иона с третьей частицей, теряет кинетическую энергию и переходит в связанное состояние) предложен Томсоном [1]. Дальнейшее развитие теории шло в двух направлениях: а) тройная рекомбинация рассматривалась как диффузия электронов в энергетическом пространстве [2-4], при этом распределением связанных электронов по энергиям обычно не интересовались; б) рекомбинационные характеристики определялись из решения уравнений баланса для заселенностей возбужденных состояний [5-8].

В [9-13] проводится исследование фундаментальных свойств кулоновской плазмы (в том числе релаксационных характеристик) путем численного моделирования методом динамики многих частиц. Для сопоставления результатов расчетов с теорией возникает необходимость вычисления не только коэффициента рекомбинации, но и функции распределения для электронов так называемого квазинепрерывного спектра (т.е. электронов, обладающих сравнительно небольшой отрицательной энергией, так что их движение можно рассматривать квазиклассически). Возникла также необходимость уточнения некоторых результатов [3, 4].

Исходные формулы. В рамках диффузионной теории из решения уравнения Фоккера - Планка для функции распределения электронов $f_{FP}(\epsilon)$ в отрицательной области энергий и для скорости рекомбинации справедливы следующие выражения [3, 4, 7]:

$$f_{FP}(\epsilon) = f_B(\epsilon) [1 - \xi (|\epsilon|/T_e)], \quad (1)$$

$$dN_i/dt \equiv -\Gamma = -N_i \left[\int_0^{-\infty} \frac{d\epsilon'}{B(\epsilon') f_B(\epsilon')} / \int_0^{\infty} f_B(\epsilon') d\epsilon' \right]^{-1}$$

Здесь Γ - число частиц, рекомбинирующих в единицу времени в единице объема;

$$f_B(\epsilon) = \exp(-\epsilon/T_e) \begin{cases} (2/\pi^{1/2}) \sqrt{\epsilon/T_e}, & \epsilon \gg e^2 N^{1/3} \\ (\pi^{3/2}/2) \delta_e |\epsilon|^{-5/2}, & \epsilon < 0, |\epsilon| \gg e^2 N^{1/3} \end{cases}$$

- больцмановское распределение, нормированное так, чтобы при $\epsilon \rightarrow \infty$ оно переходило в распределение Максвелла;

$$\xi (|\epsilon|/T_e) = \int_0^{\epsilon} \frac{d\epsilon'}{B(\epsilon') \cdot f_B(\epsilon')} / \int_0^{-\infty} \frac{d\epsilon'}{B(\epsilon') \cdot f_B(\epsilon')} \quad (2)$$

- величина, определяющая вероятность того, что электрон, имеющий энергию ϵ , совершит затем переход в область сильно связанных состояний $\epsilon \rightarrow -\infty$;

$$B(\epsilon) = (m^{3/2} |\epsilon|^{5/2} / 3 \cdot 2^{1/2} \pi e^6) \int \vec{dv} \int \vec{dr} B(v) \cdot \delta(-|\epsilon| - mv^2/2 + e^2/r) \quad (3)$$

— коэффициент диффузии в энергетическом пространстве /3/; $B(v)$ — коэффициент диффузии по оси кинетической энергии; m — масса электрона; T_e — электронная температура; $N = N_i = N_e$ — плотности электронов и ионов; $\delta_e = 2e^6 N/T_e^3$ — параметр идеальности плазмы.

Коэффициент диффузии, функция распределения и скорость рекомбинации. Рассматривая столкновения классических свободных электронов, можно получить

$$B(v) = \frac{2^{3/2}}{\pi} N_i \frac{e^4 T_e^{1/2} \Lambda}{m^{1/2}} \left[\frac{\pi^{3/2} \operatorname{erf} \sqrt{mv^2/2T_e}}{\sqrt{mv^2/2T_e}} - 2\pi \exp(-mv^2/2T_e) \right],$$

где $\Lambda \cong 1$ — кулоновский логарифм для связанных состояний.

Вычисление (3) дает

$$B(\epsilon) = B_0(\epsilon) \beta(|\epsilon|/T). \quad (4)$$

Здесь $B_0(\epsilon) = (2\sqrt{2\pi}/3) (e^4 |\epsilon| N/\sqrt{mT_e}) \Lambda$ — выражение, использованное в работах /3, 4/;

$$\beta(x) = (32/\pi) \int_0^\infty t^{1/2} (1+t)^{-3} \exp(-xt) dt = \begin{cases} 4 - 12x, & x \rightarrow 0 \\ \frac{16}{\pi^{1/2} x^{3/2}} \left[1 - \frac{9}{2x} \right], & x \rightarrow \infty. \end{cases}$$

Подстановка (4) в (1), (2) дает

$$\Gamma = 4\Gamma_0/5,004, \quad \Gamma_0 = (2^{5/2} \pi^{3/2} / 9 \cdot m^{1/2}) (e^{10} N^3 \Lambda / T_e^{9/2}); \quad (5)$$

$$\xi(x) = \frac{x}{\int_0^x z^{3/2} \exp(-z)/\beta(z) dz} \left[\int_0^\infty z^{3/2} \exp(-z)/\beta(z) dz \right]^{-1} = \begin{cases} 0,06013 x^{5/2} [1 + 10x/7], & x \ll 1 \\ 1 - 0,06661 x^3 \exp(-x), & x \gg 1. \end{cases} \quad (6)$$

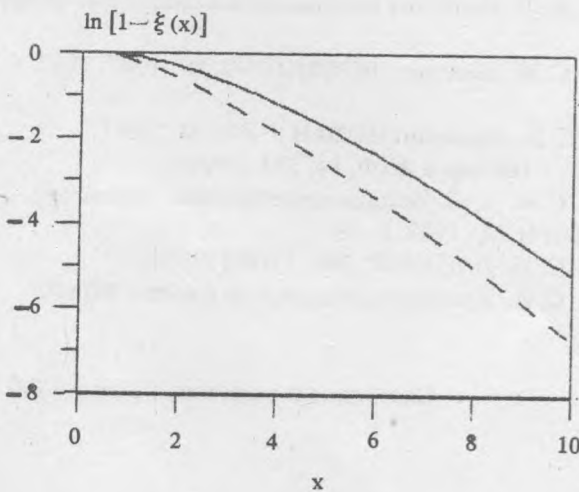


Рис. 1. График функции $\ln [1 - \xi(x)]$: сплошная кривая — расчет с использованием точной формулы (4); пунктир — расчет с упрощенным коэффициентом диффузии $B_0(\epsilon)$ (соответственно $\beta(z) = 1$).

Если положить $\beta(z) = 1$, что соответствует использованию коэффициента диффузии $B_0(\epsilon)$, то для $\xi(x)$ получим:

$$\xi_0(x) = (4/3\pi^{1/2}) \gamma(5/2, x) = \begin{cases} (8/15\pi^{1/2}) x^{5/2}, & x \ll 1, \\ 1 - (4/3\pi^{1/2}) x^{3/2} \exp(-x), & x \gg 1, \end{cases}$$

где $\gamma(a, x)$ — неполная гамма-функция.

Обсуждение результатов. Выражения (5), (6) несколько отличаются от результатов /3, 4/, поскольку различаются исходные выражения (4) для коэффициента диффузии. Дело в том, что при вычислении $V(\epsilon)$ в работе /3/ допущена неточность: в формуле (А. 11) и далее использована полная масса электрона, а не приведенная, что привело к численной ошибке в 4 раза. В то же время, в /3, 4/ неоправданно предполагалось, что основной вклад в коэффициент рекомбинации вносит область $|\epsilon| \ll T$, что привело к изменению скорости рекомбинации в 5 раз, но в "противоположную" сторону (на самом деле основной вклад в интеграл вносит область $|\epsilon| \cong T$). Таким образом, полученное выражение $\Gamma \cong 7,3 \cdot 10^{-27} \Lambda T^{-9/2} N^3$ (Γ в $\text{см}^{-3} \text{с}^{-1}$, T — в эВ, N — в см^{-3}) лишь на 20% отличается от аналогичных выражений /3, 4/. В то же время, функции распределения связанных состояний, получаемые на основе различных коэффициентов диффузии, различаются сильно (рис. 1). В частности, при использовании в качестве коэффициента диффузии выражения для $V_0(\epsilon)$ функция распределения убывает с ростом энергии связи ($f(\epsilon \rightarrow -\infty) \sim |\epsilon|^{-1}$); при использовании же $V(\epsilon)$ имеем растущую функцию распределения ($f(\epsilon \rightarrow -\infty) \sim |\epsilon|^{1/2}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Thompson J. J. Phil. Mag., **47**, 377 (1924).
2. Беляев С. Г., Будкер Г. И. В сб. Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций, вып. 3, Изд. АН СССР, М., 1958, с. 41.
3. Гуревич А. В. Геомагнетизм и аэрономия, **4**, 3 (1964).
4. Гуревич А. В., Питаевский Л. П. ЖЭТФ, **46**, 1281 (1964).
5. Bates D. R., Kingston A. E., McWhirter R. W. P. Proc. Roy. Soc., **A267**, 297 (1962); **270**, 155 (1962).
6. Jonson L. S., Hinno E. JQSRT, **13**, 333 (1973).
7. Гудзенко Л. И., Яковленко С. И. Плазменные лазеры. М., Атомиздат, 1978.
8. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М., Наука, 1982.
9. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 90, М., 1987; ДАН СССР, **299**, 106 (1988).
10. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 342, М., 1987; Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 33 (1987); Письма в ЖТФ, **14**, 354 (1988).
11. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. В сб. Методы исследования оптических свойств высокотемпературной плазмы. Труды ВНИИФТРИ, М., 1989, с. 18.
12. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. ДАН СССР, **309**, 1100 (1989).
13. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 6 (1990).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 5 марта 1990 г.