Краткие сообщения по физике № 10-1990 г.

УДК 533.9

О РАВНОВЕСИИ ТЕРМОИЗОЛИРОВАННОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЫ

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Показано, что если термоизолированная кулоновская плазма находится в стационарном состоянии с максвелловским распределением электронов по кинетической энергии, то распределение электронов по полной энергии в отрицательной области энергий должно быть близким к нулю.

В работах /1, 2/ методом динамики многих частиц (ДМЧ) показано, что кулоновская плазма, помещенная в оболочку с упруго отражающими стенками, устойчива по отношению к рекомбинации. Точнее говоря, формируется такая функция распределения электронов по полной энергии, которой соответствует равный нулю релаксационный поток по энергетической оси. Эта функция имеет экспоненциальный спад в области отрицательных энергий, чем качественно отличается от больцмановского распределения. В то же время, как показали расчеты, функция распределения электронов по кинетической энергии является максвелловской. В связи с этими результатами в работе /2/ высказано предположение о неэргодичности термоизолированной кулоновской плазмы. Ниже сделана попытка из общих соображений определить вид стационарной функции распределения электронов по полной энергии в такой системе.

Исходим из того, что стационарное состояние для кулоновской плазмы существует и характеризуется максвелловским распределением по скоростям. Пусть $f(\epsilon)$ – искомая функция распределения электронов по полной энергии ϵ, нормированная условием $\int_{-\infty}^{\infty} f(\epsilon)\, d\epsilon = 1$, а $P_\epsilon(\mathbf{v})$ – распределение электронов (имеющих заданную полную энергию ϵ) по вектору скорости $\mathbf{v}$. Для того, чтобы распределение по кинетической энергии было максвелловским, распределение по полной энергии должно удовлетворять следующему интегральному уравнению

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\epsilon)\, P_\epsilon(\mathbf{v})\, d\epsilon = (m/2\pi T_e)^{3/2} \exp(-mv^2/2T_e)\,, \tag{1}$$

где T_e – температура, m – масса электрона; $P_\epsilon(\mathbf{v}) = V^{-1} g^{-1}(\epsilon) \int d\mathbf{r}\, \delta(\epsilon - mv^2/2 - U)$; $g(\epsilon) = V^{-1} \int d\mathbf{r}\, d\mathbf{v} \times \delta(\epsilon - mv^2/2 - U)$ – плотность энергетических состояний; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор электрона; U – его потенциальная энергия; V – объем системы.

<u>Одночастичное приближение.</u> Считаем, что каждый электрон находится в некотором эффективном потенциале $U(\mathbf{r})$. Обозначая далее $\phi(z) = (2\pi T_e/m)^{3/2} f(\epsilon)/g(\epsilon)$, $K(z - x^2) = V^{-1} \int d\mathbf{r}\, \delta(z - x^2 - u(\mathbf{r}))$, $z = \epsilon/T_e$, $x^2 = mv^2/T_e$, $u = U/T_e$, записываем интегральное уравнение (1) в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(z)\, K(z - x^2) \cdot dz = \exp(-x^2)\,.$$

Этому уравнению удовлетворяет распределение Больцмана $\phi(z) = A \exp(-z)$. При этом для нормировочной константы имеем соотношение $A^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} K(y)\, dy = 1$. Условие нормировки удовлетворяется лишь при ограниченной снизу потенциальной энергии: $U(\mathbf{r}) \geqslant -J$, где J – энергия ионизации. Кроме того, в кулоновской плазме одночастичное приближение справедливо лишь вне области неидеальности (неодночастичности) $|\epsilon| \leqslant e^2 N_e^{1/3}$, где N_e – плотность электронов. В области неидеальности нельзя ввести потенциал, не зависящий от координат других частиц.

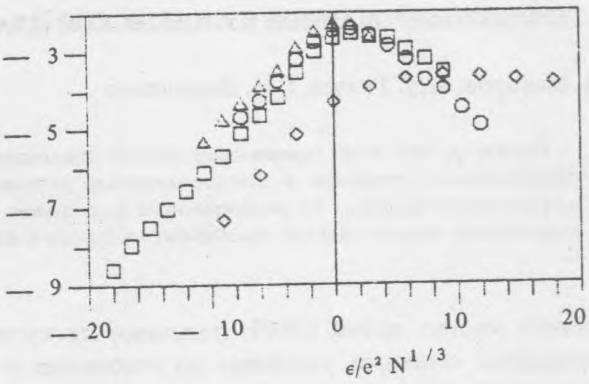

Рис. 1. Распределения электронов по полной энергии, полученные в ДМЧ-расчетах при различных значениях параметра идеальности плазмы $\delta = 0{,}12$ (△); 0,06 (○); 0,03 (□); $6 \cdot 10^{-4}$ (◇).

<u>Идеальная плазма.</u> Получим выражения для $P_\epsilon(v)$ и $g(\epsilon)$ вне области неидеальности. При $\epsilon > 0$, $\epsilon \gg e^2 N_e^{1/3}$ пренебрегаем взаимодействием частиц, а при $\epsilon < 0$, $|\epsilon| \gg e^2 N_e^{1/3}$ ведем интегрирование вблизи каждого из ионов. В результате получаем

$$g(z)\,P_z(v) = \begin{cases} \delta\,(z - x^2), \\ 2\pi\delta\,(|z| + x^2)^{-4}, \end{cases} \qquad g(z) = \begin{cases} 4\pi\,(2z)^{1/2}/m^{3/2}, & z \gg \delta^{1/3} \\ \pi^3\delta/(2^{1/2} m^{3/2} |z|^{5/2}), & z < 0, |z| \gg \delta^{1/3} \end{cases}$$

где $\delta = 2e^6 N_e/T_e^3$ – параметр идеальности плазмы.

Интегральное уравнение (1) приобретает вид

$$\phi(x^2) + 2\pi\delta \int_{-\infty}^{-\delta^{1/3}} \phi(z)\,(z - x^2)^{-4}\,dz = \exp(-x^2). \tag{2}$$

Оно справедливо в идеальной плазме, когда $\delta \to 0$ и можно пренебречь в (1) интегралом по области $[-\delta^{1/3}, \delta^{1/3}]$.

Уравнению (2) удовлетворяет функция

$$\phi(z) = \begin{cases} \exp(-z), & z \gg \delta^{1/3} \\ 0, & z < 0, |z| \gg \delta^{1/3}. \end{cases} \tag{3}$$

В неодночастичной области $|z| \leqslant \delta^{1/3}$ она не определена.

Таким образом, нарушение одночастичности в узкой области энергий $|\epsilon| \leqslant e^2 N_e^{1/3}$ повлекло за собой сильное отклонение от больцмановского распределения в области отрицательных энергий, где одночастичное приближение должно выполняться ($\epsilon < 0$, $|\epsilon| \gg e^2 N_e^{1/3}$). При этом неодночастичная область как бы играет роль перегородки, "не пропускающей" электроны в область отрицательных энергий. Это противоречит обычному представлению о том, что влияние неодночастичной области сводится лишь к локальной деформации функции распределения.

Сравнение с результатами численных расчетов. Результаты ДМЧ-расчетов функций распределения (рис. 1) показывают, что характерным параметром спадания экспоненты в области положительных энергий является температура T_e; в области отрицательных энергий – размер неидеальной области $e^2 N_e^{1/3} \sim \sim \delta^{1/3} T_e$. Это согласуется с приведенными выше соображениями. Действительно, отклонение результатов расчетов ДМЧ от формулы (3) в одночастичной области $|z| \gg \delta^{1/3}$ экспоненциально мало.

Приведенные соображения в сочетании с численными расчетами /1, 2/ показывают, что термоизолированная кулоновская плазма "неэргодична по энергетическому распределению". Иначе говоря, максвелловская гипотеза о молекулярном хаосе по направлениям скоростей хорошо выполняется; в то же время не все возможные комбинации энергий различных электронов (при заданной полной энергии системы) реализуются с равной вероятностью. Кинетические механизмы, приводящие к такой ситуации, нуждаются в дополнительном исследовании.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. ДАН СССР, **309**, № 5, 1100 (1989).
2. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 6 (1990).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 4 июня 1990 г.