Краткие сообщения по физике № 10-1990 г.

УДК 533.9

О РЕЛАКСАЦИИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ТЕРМОИЗОЛИРОВАННОЙ КУЛОНОВСКОЙ ПЛАЗМЕ

С.А. Майоров, А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Показано, что полученное путем математического моделирования распределение электронов по полной энергии описывается уравнением Фоккера – Планка при определенном соотношении между коэффициентами подвижности и диффузии по энергетической оси. Необходимое соотношение имеет место, когда диффузия определяется микрополями.

В работах /1, 2/ путем математического моделирования методом динамики многих частиц (ДМЧ) было показано, что в термоизолированной классической кулоновской плазме имеет место релаксация к стационарному состоянию с функцией распределения, радикально отличающейся от больцмановской. Полученная в ДМЧ-расчетах функция распределения электронов по полной энергии экспоненциально спадает в области отрицательных энергий. В работе /3/ проведено аналитическое рассмотрение, показывающее, что из предположения о наличии стационарного состояния идеальной (кулоновской плазмы) с максвелловским распределением по скоростям следует, что распределение по энергии в отрицательной области должно быть близко к нулю. В данной работе рассмотрены кинетические механизмы, которые могут обусловить релаксацию к функции распределения, полученной в ДМЧ-расчетах.

Считая, что релаксация электронов по энергетической оси происходит без резких скачков, а также что неравновесных электронов мало и они не взаимодействуют между собой, исходим из уравнения Фоккера – Планка /4/

$$\partial f/\partial t = -\,\partial j/\partial \epsilon,\ j = Af - \partial (Bf)/\partial \epsilon = \widetilde{A} f - B\partial f/\partial \epsilon, \qquad (1)$$

где $A = \lim\limits_{\tau\to 0} \overline{\Delta\epsilon}/\tau$; $B = \lim\limits_{\tau\to 0} \overline{\Delta\epsilon^2}/2\tau$ – коэффициенты, характеризующие подвижность и диффузию по энергетической оси; $\widetilde{A} = A - \partial B/\partial\epsilon$ – модифицированный коэффициент подвижности; j – поток по энергетической оси /5/.

В стационарном случае $(\partial f/\partial t = 0,\ \ f(\epsilon \to \pm\infty) = 0)$, если таковой может реализоваться, релаксационный поток равен нулю $(j = 0)$ и решение уравнения Фоккера – Планка имеет вид

$$f(\epsilon) = C \exp\,\Big[\int\limits_0^{\epsilon} d\epsilon'\widetilde{A}(\epsilon')/B(\epsilon')\Big], \qquad (2)$$

где C – константа интегрирования, определяемая нормировкой.

Непосредственное вычисление коэффициентов диффузии B_c и подвижности A_c в рамках квазибинарной теории столкновений /6/ дает: $A_c=\tau_c^{-1}T_e\chi(\epsilon/T_e)$, $B_c = \tau_c^{-1}T_e^2\psi(\epsilon/T_e)$, $\tau_c^{-1} = \sigma_c N_e v_{Te}$. Здесь T_e и N_e – температура и плотность электронов; $\sigma_c = e^4\Lambda/T_e^2$ – сечение кулоновских столкновений; Λ – кулоновский логарифм; $v_{Te} = (2T_e/m)^{1/2}$ – характерная скорость электронов;

$$\chi(x) = 4\pi^{1/2}\,[2\exp(-x) - \pi^{1/2}\mathrm{erf}(x^{1/2})/(2x^{1/2})]\,;$$
$$\psi(x) = 2\pi^{1/2}\,[\pi^{1/2}\mathrm{erf}(x^{1/2})/x^{1/2} - 2\exp(-x)]\,;$$

причем erf(x) – интеграл вероятностей.

Однако мы предполагаем, что в области энергий $|\epsilon| \sim e^2 N_e^{1/3}$ основную роль в релаксации играют микрополя и в соответствии с этим характерные параметры диффузии и подвижности оценим соотношениями: $\overline{\Delta\epsilon} \sim (\overline{\Delta\epsilon^2})^{1/2} \sim e^2 N_e^{1/3}$, $\tau_f^{-1} \sim v_{Te} N_e^{1/3}$. При этом коэффициент энергетической диффузии, обусловленный микрополями $B_f \sim e^4 v_{Te} N_e$, отличается от коэффициента диффузии, обусловленного кулоновскими столкновениями B_c, $B_c/B_f \sim 2\pi^{1/2} \Lambda\psi(\epsilon/T_e)/2$, что при $\epsilon/T_e \to 0$ дает $8\pi^{1/2} \Lambda\epsilon/3T_e$. При малой энергии $|\epsilon| \leqslant \leqslant 0{,}2T_e/\Lambda$ диффузия за счет микрополей преобладает. Отношение коэффициентов подвижности и диффузии, обусловленных микрополями, имеет порядок $A_f/B_f \sim (e^2 N_e^{1/3})^{-1}$; в то же время коэффициент подвижности, обусловленный столкновениями, оказывается меньшим коэффициента подвижности, обусловленного микрополями: $A_c/A_f \sim e^2 N_e^{1/3}/T_e$.

Изложенные соображения позволяют предложить следующую аппроксимацию для соотношения между диффузионными коэффициентами:

$$\widetilde{A} T_e/B = \begin{cases} -1 + T_e/2\epsilon, \ \epsilon/T_e > a\delta^{1/3} & \text{(3а)} \\ D + E\epsilon/T_e, \ |\epsilon/T_e| \leqslant a\delta^{1/3} & \text{(3б)} \\ \beta/\delta^{1/3}, \ \epsilon/T_e < -a\delta^{1/3}. & \text{(3в)} \end{cases}$$

Здесь $\delta = 2e^{\sigma} N_e/T_e^3$ – параметр идеальности плазмы; $D = (-1 + T_e/2\epsilon + \beta/\delta^{1/3})/2$; $E = (-1 + T_e/2\epsilon - \beta/\delta^{1/3})/(2a\delta^{1/3})$; a и β – константы, определяющие ширину переходной (неодночастичной) области и значение коэффициента диффузии в отрицательной области.

Выражение (3а) является соотношением Нернста /7/ – Таунсенда /8/ – Эйнштейна /9/ (см. также /10/). Его выполнение необходимо для того, чтобы функция распределения была больцмановской. Обычно соотношение (3а) распространяют на всю энергетическую область, хотя для этого нет достаточных оснований. Цепь рассуждений, приводящая от уравнений механики к уравнению Фоккера – Планка может быть прослежена с необходимой строгостью лишь для положительных энергий: из цепочки Боголюбова следует уравнение Больцмана с интегралом столкновений в форме Ландау, которое при малых отклонениях от равновесия приводит к (1), где выполнено (3а). В то же время, ДМЧ-расчеты показывают /2/, что для отрицательной области энергий выполняется не (3а), а (3в).

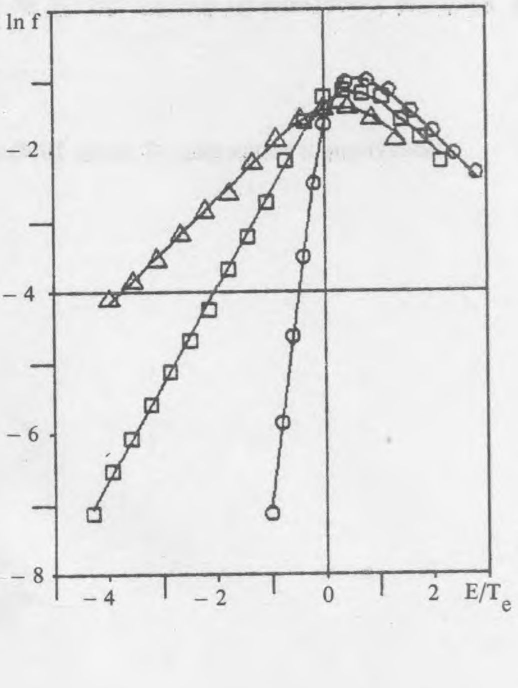

Рис. 1. Распределения электронов по полной энергии. Точки – результаты ДМЧ-расчетов при значениях параметра идеальности $\delta = 0{,}0006$ (о), $0{,}03$ (□), $0{,}12$ (△). Сплошные кривые – распределения (2) при соотношении диффузионных коэффициентов (3) при $a = 1{,}5$; $\beta = 0{,}4$.

Сопоставление распределения (2) при соотношении диффузионных коэффициентов (3) с результатами ДМЧ-расчетов показало, что наилучшее совпадение между ними достигается при значениях $\alpha = 1{,}5$; $\beta = 0{,}4$ (рис. 1). При $\delta \to 0$ распределение стремится к полученному в /3/ распределению для идеальной плазмы.

Из совокупности расчетов /1, 2/, аналитического рассмотрения /3/ и представленных выше результатов следует, что термоизолированная кулоновская плазма обладает неизвестными ранее принципиальными свойствами. В отсутствие внешнего "стохастизатора" /11/ она не подчиняется статистике Гиббса. Вопреки общепринятой точке зрения, в классической кулоновской плазме реализуется стационарное (или квазистационарное) состояние: электроны не падают на ядра.

Быстрый спад функции распределения в отрицательной области обусловлен дрейфом электронов в область положительных энергий за счет взаимодействия с микрополями. При этом коэффициенты диффузии и подвижности электронов по энергетической оси за счет микрополей при отрицательных энергиях не подчиняются соотношению Нернста – Таунсенда – Эйнштейна. Указанные свойства приводят к тому, что область неидеальности (неодночастичности взаимодействия) $|\epsilon| \leqslant e^2 N^{1/3}$ служит как бы перегородкой, "отсасывающей" электроны из области отрицательных энергий в область положительных энергий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 6 (1990).
2. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Препринт ИОФАН № 36, М., 1990.
3. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 3 (1990).
4. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Физическая кинетика. М., Наука, 1979.
5. Леонтович М. А. Введение в термодинамику. Статистическая физика. М., 1983.
6. Сивухин Д. В. В сб. Вопросы теории плазмы, ред. М.А. Леонтович, вып. 4, М., 1963, с. 183–234.
7. Nernst W. Z. Phys. Chem., **2**, 613 (1888).
8. Townsend J. S. Phil. Trans., **193**, 129 (1899).
9. Einstein A. Ann. Phys., **17**, 549 (1905).
10. Мак – Даниэль М., Мэзон Э. Подвижность и диффузия ионов в газах. М., Мир, 1976.
11. Майоров С. А., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 20 (1990); № 7, 10 (1990).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 17 июля 1990 г.