Краткие сообщения по физике № 11-1990 г.

УДК 535

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАТРАТ ПРИ КАСКАДНОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ТРЕХУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ КЛАССИЧЕСКИМ ПОЛЕМ ОТ СТЕПЕНИ ПЕРЕКРЫТИЯ ВОЗБУЖДАЮЩИХ ЦУГОВ

В.Л. Камский, Д.Ю. Кузнецов, В.А. Щеглов

Рассмотрен процесс возбуждения трехуровневой системы классическим полем, состоящим из двух волновых пакетов на частотах разрешенных переходов. Анализируется случай, когда эти пакеты перекрываются.

Пусть в атоме каскадный переход из основного состояния в верхнее возбужденное происходит под влиянием поля, в котором можно выделить две частотные компоненты. Их частоты соответствуют переходам из основного состояния в промежуточное и из промежуточного в верхнее возбужденное. Рассмотрим случай, когда общее время взаимодействия пакетов с атомом фиксировано и покажем, что энергия возбуждающих цугов может быть уменьшена по сравнению со случаем, когда сперва возбуждается промежуточное состояние, а потом верхнее, за счет частичного перекрытия возбуждающих пакетов.

Рассмотрим трехуровневую систему (рис. 1). Будем считать, что прямые переходы с уровня 0 на уровень U запрещены, а переходы между уровнями 0, V и V, U индуцируются внешним квазиклассическим полем за времена, много меньшие времени спонтанного распада. Эта система описывается гамильтонианом

$$H = \begin{pmatrix} U & A & 0 \\ A^* & V & B \\ 0 & B^* & 0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где функции A (t) и B (t) определяют внешнее (классическое) поле. Решение уравнения Шредингера $i\, d\psi/dt = H\, \psi$ удобно представить в виде

$$\psi = \begin{pmatrix} H(t) \exp(-iUt) \\ F(t) \exp(-iVt) \\ G(t) \end{pmatrix}. \tag{2}$$

В случае двух уровней такое приближение использовано в /1/. Системы с гамильтонианом, аналогичным (1), рассматривались также в работах /2–4/.

Пусть в момент времени $t = -T$ система находится в основном состоянии, а к моменту $t = T$ ее требуется перевести в верхнее возбужденное состояние. Этому процессу соответствуют условия

$$H(-T) = F(-T) = 0,\ G(-T) = 1; \tag{3а}$$

$$F(T) = G(T) = 0,\ H(T) = 1. \tag{3б}$$

Значению H (T) можно приписать произвольную фазу, но это эквивалентно сдвигу фазы поля A или B. Поэтому условие $\arg(H(T)) = 0$ не нарушает общности рассмотрения.

Подставляя (2) в уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) и вводя медленные амплитуды $a(t) = A(t)\, e^{i(U-V)t}$, $b(t) = B(t)\, e^{-iVt}$, получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} dH/dt &= -(1/2)\, a(t)\, \tilde{F}(t), \\ d\tilde{F}/dt &= (1/2)\, a(t)^* H(t) + (1/2)\, b(t)\, G(t), \\ dG/dt &= -(1/2)\, b(t)^* \tilde{F}(t), \end{aligned} \tag{4}$$

где $\tilde{F}(t) = -iF(t)$. Функции $a(t)$, $b(t)$ должны быть такими, чтобы решение системы (4) с начальными условиями (3а) удовлетворяло условиям (3б). Рассмотрим четыре частных случая таких функций.

Последовательное возбуждение. Пусть

$$a(t) = -\vartheta(t)\,\pi/T,\ b(t) = \vartheta(-t)\,\pi/T, \tag{5}$$

где $\theta(t) = 0$, если $t \leqslant 0$ и $\theta(t) = 1$, если $t > 0$. При этом π–импульсы разных цветов действуют последовательно. Этот случай обсуждался в работе /2/, поэтому сразу приведем решение системы (4): $H(t) = \vartheta(t) \times \sin(t\pi/2T)$, $F(t) = \cos(t\pi/2T)$, $G(t) = -\vartheta(-t)\sin(t\pi/2T)$. Данная система ведет себя как двухуровневый атом, и каждый из волновых цугов ведет себя как π–импульс, переводящий этот атом из нижнего состояния в верхнее. Энергия, которую несет поле в виде последовательности таких π–импульсов, пропорциональна величине

$$\Phi(a, b) = \int_{-T}^{T} (|a(t)|^2 + |b(t)|^2)\,dt. \tag{6}$$

Этот функционал определен для функций $a(t)$, $b(t)$ общего вида. В частности, для $a(t)$, $b(t)$ вида (5) он принимает значение $\Phi = 2\pi^2/T$.

Одновременное возбуждение. Если возбуждающие цуги действуют одновременно:

$$a(t) = -\pi 2^{-1/2}/T,\ b(t) = \pi 2^{-1/2}/T, \tag{7}$$

то соответствующее решение системы (4) имеет вид:

$$\begin{aligned} H(t) &= (1/2)\,[1 + \sin(t\pi/2T)],\\ \tilde{F}(t) &= 2^{-1/2}\cos(t\pi/2T),\\ G(t) &= (1/2)\,[1 - \sin(t\pi/2T)]. \end{aligned} \tag{8}$$

Значение функционала (6) такое же, как и в предыдущем случае: $\Phi = 2\pi^2/T$. Однако в последнем случае цуг частоты $U - V$ в первые моменты времени работает неэффективно: он переводит промежуточное состояние в верхнее в то время, когда амплитуда этого состояния близка к нулю. Это указывает на то, что можно уменьшить значение Φ, если цуги перекрываются частично, причем $a(t) = 0$ при $t \approx -T$, $b(t) = 0$ при $t \approx T$. Рассмотрим этот случай более подробно.

Частично перекрывающиеся прямоугольные цуги. Пусть второй цуг начинается в момент времени $t = -RT$, а первый заканчивается в момент времени $t = RT$:

$$a(T) = -v\,\vartheta(RT + t),\ b(T) = v\,\vartheta(RT - t). \tag{9}$$

Систему уравнений (4) решаем отдельно на трех интервалах времени и сшиваем решения на границах интервалов. Результат имеет вид (рис. 2):

$$H = 0,\ \tilde{F} = \sin(v(T + t)/2),\ G = \cos(v(T + t)/2) \text{ при } -T \leqslant t \leqslant -RT,$$

$$\begin{aligned} H &= 2^{-1/2}\alpha\,(\sin(2^{-1/2}vRT) + \sin(2^{-1/2}vt)),\\ \tilde{F} &= \alpha\cos(tv/2) \text{ при} -RT \leqslant t \leqslant RT,\\ G &= 2^{-1/2}\alpha\,(\sin(2^{-1/2}vRT) - \sin(2^{-1/2}vt)), \end{aligned} \tag{10}$$

$$H = \cos((T - t)v/2),\ \tilde{F} = \sin((T - t)v/2),\ G = 0 \text{ при } RT \leqslant t \leqslant T.$$

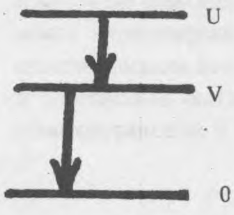

Рис. 1. Схема разрешенных переходов в трехуровневой системе.

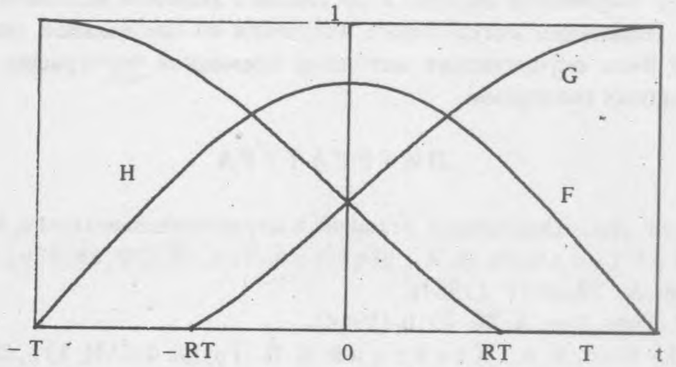

Рис. 2. График решения (9) системы (4) при условиях (5), (3а), (3б).

Значения параметров a, v связаны условиями сшивки решения в точках $t = -RT$, $t = RT$: $a = \sin[(1-R)Tv]/ /\cos(RvT \cdot 2^{1/2})$, $2^{1/2}\,\mathrm{tg}(RvT \cdot 2^{1/2}) = \mathrm{ctg}[(1-R)\,vT]$. Наименьшее значение функционала (6) $\Phi \approx 1{,}6\pi^2/T$ реализуется при $R = 1/2$ (при этом $v \approx 0{,}37\pi/T$, $a = 0{,}81$).

Уменьшение функционала связано с тем, что каждый из частично перекрывающихся цугов имеет большую длительность и, соответственно, меньшую интенсивность, чем в случае формулы (5). Возбуждение квантовой системы определяется интегралом от a и b. Поэтому перекрывающиеся цуги энергетически выгоднее.

Гладкая пробная функция. Можно ожидать, что гладкие зависимости a (t), b (t) могут быть энергетически эффективнее ступенчатых. Из соображений симметрии потребуем, чтобы $b(t) = -a(-t)$, $H(t) = G(-t)$, $\tilde{F}(t) = \tilde{F}(-t)$. Это позволяет перейти к рассмотрению системы уравнений:

$$dH/dt = -(1/2)\,a(t)\,\tilde{F}(t), \quad d\tilde{F}/dt = (1/2)\,a(t)\,H(t) + (1/2)\,a(-t)\,H(-t).$$

Считаем, что A (t), H (t), F (t) положительны при $-T < t < T$. Примем $h(x) = H(xT/\pi)^2$ за новую независимую функцию, где $x = t\pi/T$ – обезразмеренное время. Учтем явно условие нормировки: $|G|^2 + |H|^2 + |\tilde{F}|^2 = h(x) + h(-x) + f(x) = 1$. Это дает:

$$F(t) = [1 - h(\pi t/T) - h(-t\pi/T)]^{-1/2},$$

$$a(Tx/\pi) = T^{-1}\,h'(x)\,[h(x)\,(1 - h(x) - h(-x)]^{-1/2}, \tag{11}$$

$$\Phi = \Phi_h = 2T^{-1}\,\pi \int_{-\pi}^{\pi} h'(x)^2\,[h(x)\,(1 - h(x) - h(-x))]^{-1}\,dx,$$

где штрих обозначает дифференцирование. Решению (8) соответствует $h(x) = [1 + \sin(x/2)]^2/4$. Функция $h(x) = [1 + \sin(x/2)]^3/8$ дает значение функционала $\Phi = 1{,}5\pi^2/T$. Это на 25% меньше, чем в случае двух последовательных импульсов.

Таким образом, показано, что специально подготовленный когерентный волновой цуг может быть более эффективным при приготовлении заданных состояний квантовой системы, чем последовательность π–импульсов, соответствующих отдельным переходам системы. Аналогичное рассмотрение может быть проведено в случае большего числа уровней системы. Данный подход позволяет приготовлять не только энергетические, но и любые суперпозиционные состояния системы. Соответствующее направление квантовой оптики, связанное с получением системы в состоянии с заданной волновой функцией можно назвать квантовой голографией. Реализация когерентного излучения со специальной зависимостью амплитуды и фазы от времени может быть осуществлена методами временной голографии /5, 6/ с использованием искусственно синтезированных голограмм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аллен Л., Эберли Дж. Оптический резонанс и двухуровневые атомы, М., Мир, 1978.
2. Ораевский А. Н., Степанов А. А., Щеглов В. А. ЖЭТФ, **69**, 1991 (1975).
3. Hioe F. T. Phys. Rev. A, **29**, 3434 (1984).
4. Herman B. J. et al. Phys. Rev. A, **30**, 1910 (1984).
5. Боркова В. Н., Зубов В. А., Крайский А. В. Труды ФИАН, **131**, 68 (1982).
6. Мазуренко Ю. Т. Квантовая электроника, **12**, 1235 (1985).

Поступила в редакцию 26 сентября 1990 г.