Краткие сообщения по физике № 3-1989 г.

УДК 533. 95

К ТЕОРИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН В ПЛАЗМЕННОМ УСКОРИТЕЛЕ НА БИЕНИЯХ

Л.М. Горбунов, В.И. Кирсанов, Р.Р. Рамазашвили

Проведен анализ физических механизмов, ограничивающих амплитуду ленгмюровской волны, возбуждаемой двухчастотным лазерным импульсом в плазменном ускорителе на биениях.

Одним из основных для плазменного ускорителя на биениях /1/ является вопрос о максимальной амплитуде ленгмюровской волны, возбуждаемой в плазме двухчастотным лазерным импульсом. Максимум амплитуды определяется нелинейным сдвигом частоты ленгмюровской волны, если считать амплитуды лазерных волн неизменными /2/. В данной работе учтено изменение амплитуд лазерных волн и найдены условия, при которых именно этот процесс определяет максимальную амплитуду ленгмюровской волны. Приведенные оценки показывают важность обсуждаемого эффекта для проводимых в настоящее время экспериментов.

В предположении о неподвижности и однородности ионного фона с концентрацией n_0 из системы уравнений релятивистской гидродинамики холодной электронной жидкости /3/ следует система связанных уравнений для продольной $(q_{\|} = p_{\|}/mc)$ и поперечной $(q_{\perp} = p_{\perp}/mc)$ компонент ее импульса

$$\frac{\partial^2 q_{\perp}}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 q_{\perp}}{\partial x^2} + \omega_p^2 q_{\perp} = \frac{\omega_p^2}{2} q_{\perp} q^2 - c q_{\perp} \frac{\partial^2 q_{\|}}{\partial x \partial t} - \frac{c^2}{2} q_{\perp} \frac{\partial^2 q^2}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial^2 q_{\|}}{\partial t^2} + \omega_p^2 q_{\|} = \frac{\omega_p^2}{2} q_{\|} q^2 - c q_{\|} \frac{\partial^2 q_{\|}}{\partial x \partial t} - \frac{c^2}{2} q_{\|} \frac{\partial^2 q^2}{\partial x^2} - \frac{c}{2} \frac{\partial^2 q^2}{\partial x \partial t},$$

где $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_0/m$, $q^2 = q_{\|}^2 + q_{\perp}^2 < 1$. Считаем, что движение электронов поперек оси OX связано с двумя лазерными волнами, имеющими частоты $\omega_{1,2}$ и волновые векторы $k_{1,2}$:

$$q_{\perp} = a_1 \exp(-i\omega_1 t + ik_1 x) + a_2 \exp(-i\omega_2 t + ik_2 x) + \text{к. с.}$$

Продольное движение электронов связано с нелинейной ленгмюровской волной. При учете первой и второй гармоник, а также постоянной составляющей импульса, для $q_{\|}$ запишем:

$$q_{\|} = [q_1 \exp(-i\omega t + ikx) + q_2 \exp(-2i\omega t + 2ikx) + \text{к. с.}] + q_0,$$

где $\omega = \omega_1 - \omega_2 > 0$, $k = k_1 - k_2$. Амплитуды $a_{1,2}$, $q_{1,2}$ и величина q_0 считаются медленными функциями координаты и времени. Подставив $q_{\perp}$ и $q_{\|}$ в исходные соотношения, получим систему уравнений для амплитуд взаимодействующих волн:

$$i\partial q_1/\partial\tau = a_1 a_2^* - (3/2)|q_1|^2 q_1 + \Delta \cdot q_1 - q_1(|a_1|^2 + |a_2|^2), \tag{1}$$

$$i\gamma_1\,(\partial a_1/\partial\tau + \partial a_1/\partial\xi) = q_1 a_2 - a_1\,(|a_1|^2 + 3|a_2|^2) - a_1|q_1|^2, \tag{2}$$

$$i\gamma_2\,(\partial a_2/\partial\tau + \partial a_2/\partial\xi) = q_1^* a_1 - a_2\,(|a_2|^2 + 3|a_1|^2) - a_2|q_1|^2, \tag{3}$$

где $\tau = \omega t/2$, $\xi = x\omega/2c$, $\gamma_{1,2} = \omega_{1,2}/\omega$, $\Delta = (\omega_p^2 - \omega^2)/\omega^2 \ll 1$ – безразмерная линейная расстройка, характеризующая различие междучастотами ω и ω_p. Если характерный размер лазерного импульса намного превосходит величину cT, где T – характерное время изменения амплитуд волн из-за их взаимодействия, то в уравнениях (2), (3) можно отбросить производные по ξ. Представив комплексные амплитуды в виде $q_1 = Q\exp(i\Psi)$, $a_{1,2} = A_{1,2}\exp(i\varphi_{1,2})$, сведем систему уравнений (1) – (3) к одному уравнению для величины $u = Q^2$:

$$(\partial u/\partial\tau)^2 - uf(u) = 0, \quad f(u) = (A_{10}^2 - u/\gamma_1)(A_{20}^2 + u/\gamma_2) - (u/4)(w + 3u/4)^2. \tag{4}$$

При получении (4) использованы начальные условия $Q(0) = 0$, $A_1(0) = A_{10}$, $A_2(0) = A_{20}$, а $w = \Delta + A_{10}^2 + A_{20}^2$ – полная расстройка, включающая линейную и нелинейную части.

Максимальному значению амплитуды ленгмюровской волны отвечает равенство нулю производной $\partial u/\partial\tau$ и, следовательно, функции $f(u)$. На рис. 1 показаны графики функции f для различных значений расстройки w при равных начальных амплитудах лазерных волн $A_{10} = A_{20} = a$.

Анализ этих кривых и решений уравнения $f(u_{max}) = 0$ начнем со случая нулевой расстройки $w = 0$. При этом линейная расстройка отрицательна ($\Delta = -2a^2$). Результат работы /2/ $Q_{max} = (2/\sqrt[3]{3})a^{2/3}$ получается в пределе больших начальных амплитуд электромагнитных волн

$$a^2 > 64/9\gamma_1^2\gamma_2. \tag{5}$$

При выполнении неравенства, обратного (5), максимальная амплитуда определяется соотношением $Q_{max} = a\sqrt{\gamma_1}$. В этом случае между максимальной напряженностью поля в ленгмюровской волне $E_\parallel$ и начальной напряженностью поля в более высокочастотной поперечной волне $E_\perp$ имеет место соотношение Мэнли – Роу /4/: $E_\parallel^2 = (\omega/\omega_1)E_\perp^2$. Энергия от более высокочастотной поперечной волны переходит в основном в более низкочастотную волну и лишь малая ее доля переходит в ленгмюровскую волну.

Влияние расстройки на Q_{max} зависит от ее знака (рис. 1). При $w > 0$ увеличение расстройки ведет к уменьшению Q_{max}. При выполнении неравенства (5), а также условия $w > (4/3^{2/3})a^{4/3}$, именно расстройка резонанса определяет максимальную амплитуду

$$Q_{max} = 2a^2/w. \tag{6}$$

При выполнении условия, противоположного (5), максимальная амплитуда определяется соотношением (6), но при $w > 1/\gamma_1\gamma_2$.

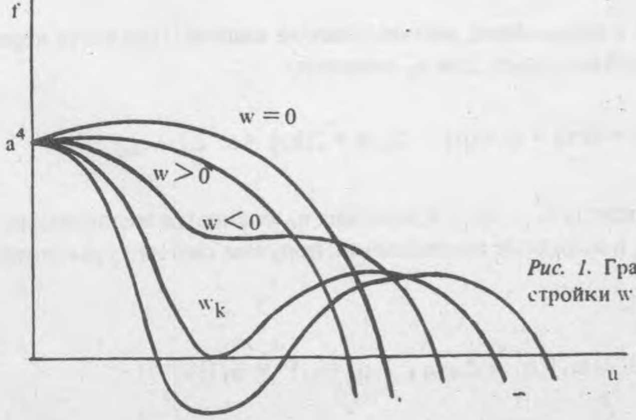

Рис. 1. Графики функции $f(u)$ для различных значений расстройки w при $A_{10} = A_{20} = a$.

С отрицательными расстройками ($w < 0$) связана возможность увеличения максимальных значений амплитуды ленгмюровской волны. В работе /5/ в приближении заданных амплитуд поперечных волн показано, что при определенной критической расстройке $w_k = -3(3/4)^{1/3}a^{4/3}$ максимальная амплитуда равна $Q_{max} = 4\sqrt[6]{3/4}\,a^{2/3}$ и в $\sqrt{3}\,4^{1/3}$ раз превышает максимальную амплитуду волны при $w = 0$. При дальнейшем уменьшении расстройки амплитуда волны скачком падает до значения $2\sqrt[6]{3/4}\,a^{2/3}$ и затем выходит на значение (6). Учет изменения амплитуд поперечных волн приводит к понижению максимально возможной амплитуды ленгмюровской волны $Q_{max} = 4\sqrt[6]{3/4}\,a^{2/3}[1 - (4/3)^{4/3}/\gamma_1\gamma_2 a^{4/3}]$ и уменьшению абсолютной величины критической расстройки $w_k = -3(3/4)^{1/3}a^{4/3}[1 - \sqrt[3]{4}/3^{4/3}\gamma_1\gamma_2 a^{4/3}]$.

При выполнении неравенства, противоположного (5), зависимость Q_{max} от знака расстройки w отсутствует и максимально возможному значению Q_{max} отвечает $w = 0$.

Приведем некоторые оценки, используя данные эксперимента /6/ ($\gamma_1 = 10$, $\gamma_2 = 9$, $a = 4\cdot 10^{-2}$). Согласно неравенству (5) в этих условиях амплитуда ленгмюровской волны определяется изменением амплитуд лазерных волн и может достигать величины $Q_{max} \approx 0{,}13$. Проводившиеся ранее оценки по формулам работы /2/ давали для Q_{max} несколько большее значение 0,16.

В условиях эксперимента /6/ можно пренебречь расстройкой w, если она меньше $(\gamma_1\gamma_2)^{-1} \approx 10^{-2}$. Это значит, что концентрация плазмы должна отличаться от резонансной концентрации менее чем на один процент.

Характерное время для достижения максимальной амплитуды в условиях неравенства, противоположного (5), можно оценить с помощью уравнения (4). Для $w = 0$ получаем $T \approx \pi\sqrt{\gamma_1}/\omega a$ /7/. Применительно к условиям эксперимента /6/ находим ($\omega \approx 2\cdot 10^{13}\,c^{-1}$) $T \approx 10^{-11}$ с. Длительность лазерного импульса в экспериментах /6/ составляла $\sim 10^{-9}$ с и условие $cT \ll L$ выполнялось.

Выше были рассмотрены только две поперечные волны, создаваемые лазерами. За счет процессов вынужденного рассеяния в плазме возникнет каскад поперечных волн с частотами $\omega_1 \pm n\omega_p$ и $\omega_2 \pm n\omega_p$, где n – целое число /8, 9, 10/. Однако, как показали численные расчеты /7/, учет каскада не влияет существенно на эволюцию ленгмюровской волны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tajima T., Dawson J. M. Phys. Rev. Lett., 43, 267 (1979).
2. Rosenbluth M. N., Liu C. S. Phys. Rev. Lett., 29, 701 (1972).
3. Александров А. Ф., Богданкевич Л. С., Рухадзе А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1978, с. 56.
4. Manley J. M., Rowe H. E Proc. IRE, 40, 904 (1956).
5. Tang C. M., Sprangle P., Sudan R. N. Phys. Fluids, 28, 1974 (1985).
6. Clayton C. E et al. Phys. Rev. Lett., 54, 2343 (1985).
7. Batha S. H., McKinstrie C. J. IEEE Trans. on Plasma Sci., PS-15, № 2, 131 (1987).
8. Karttunen C. J., Salomaa R. R. E. IEEE Trans. on Plasma Sci., PS-15, № 2, 134 (1987).
9. McKinstrie C. J., Batha S. H. Proc. Workshop New Development in Particle Acceleration Techniques, v. II, Orsay, 1987, p. 443.
10. Данилкин И. С. ЖТФ, 36, 266 (1966).

Поступила в редакцию 16 ноября 1988 г.