Краткие сообщения по физике № 3-1989 г.

УДК 533. 951

КИНЕТИКА ВОЛН В ТОНКОМ ПЛАЗМЕННОМ СЛОЕ

А.М. Игнатов, О.Б. Овсянникова

Теоретически получены колмогоровские спектры слабой турбулентности поверхностных волн в тонком слое замагниченной плазмы.

Нелинейные процессы в тонких плазменных системах интересны с точки зрения эффективной генерации поверхностных волн, волноводного распространения сигнала, для исследования полупроводниковых сверхрешеток /1/, построения невзаимных элементов и пр. В настоящее время достаточно полно исследованы когерентные процессы (возможности формирования солитонов магнитоактивного слоя /2/, условия существования модуляционной неустойчивости /3/ и др.). Данная работа посвящена исследованию взаимодействия волн, имеющих случайные фазы.

Рассматривается тонкий слой плазмы толщины $\Delta \ll \lambda$, где λ – характерная длина поверхностной волны, помещенный в сильное (все частоты малы по сравнению с циклотронной) магнитное поле B_0, направленное вдоль оси z в плоскости слоя.

Система уравнений одножидкостной электронной гидродинамики для нерелятивистского движения частиц со скоростью v вдоль магнитного поля в потенциальном приближении имеет вид:

$$\partial\sigma/\partial t + \partial(\sigma v)/\partial z = 0,$$
$$\partial v/\partial t + v\partial v/\partial z = -(e/m)(\partial\Phi/\partial z)|_{x=0}, \tag{1}$$

где σ – поверхностная плотность числа частиц, e и m – заряд и масса электрона, Φ – электрический потенциал, удовлетворяющий уравнениям

$$\Delta\Phi = 0,\ \ [\Phi]_{x=0} = 0,\ \ [d\Phi/dx]_{x=0} = -4\pi e(\sigma - \sigma_0). \tag{2}$$

Линеаризация системы (1), (2) в окрестности стационарного состояния $v = u$ и $\sigma = \sigma_0$ приводит к закону дисперсии вида $\omega^s_k = s\sqrt{g|k|}$, где $s = \pm 1$, k – z-компонента волнового вектора, а величина $g = 2\pi e^2\sigma_0/m$ имеет размерность ускорения. Этот спектр по виду совпадает со спектром гравитационных волн на глубокой воде /4/.

Система уравнений (1) может быть представлена в виде уравнений Гамильтона, где в роли канонически-сопряженных переменных выступают массовая поверхностная плотность $m\sigma$ и потенциал скорости $\int dz\, v(z, t)$, а гамильтониан имеет вид

$$H = (1/2)\int dz m\sigma v^2 + (1/8\pi)\int dx dz(\nabla\Phi)^2.$$

После перехода к нормальным переменным по формулам

$$\sigma_k = \sigma_0 + (|k|^{3/4} g^{1/4}/2e\sqrt{\pi})(a^s_k + a^{-s}_{-k}),$$
$$v_k = (|k|^{1/4} g^{3/4}/2e\sqrt{\pi}\,\sigma_0)(a^s_k - a^{-s}_{-k})$$

получим гамильтониан, выраженный через комплексные амплитуды,

$$H = (1/2) \int dk \sum_{s} \omega^{s}(k) a_{k}^{s} a_{-k}^{-s} + (1/3) \sum_{s_1 s_2 s_3} \int dk_1\, dk_2\, dk_3 \cdot T^{s_1 s_2 s_3}_{k_1 k_2 k_3} a^{s_1}_{k_1} a^{s_2}_{k_2} a^{s_3}_{k_3} \delta(k_1 + k_2 + k_3), \tag{3}$$

где матричный элемент, описывающий трехволновое взаимодействие, имеет вид

$$T^{s_1 s_2 s_3}_{k_1 k_2 k_3} = (e\sqrt{\pi}\sqrt[4]{|k_1 k_2 k_3|}/4mg^{1/4})\,(\sqrt{|k_1|}s_2 s_3 + \sqrt{|k_2|}s_1 s_3 + \sqrt{|k_3|}s_1 s_2) \tag{4}$$

и является однородной функцией векторов k_1, k_2 и k_3 со степенью однородности $m_T = 5/4$. Уравнения движения для комплексных амплитуд записываются в виде $\partial a^{s}_{k}/\partial t = -is\delta H/\delta a^{-s}_{-k}$. В отличие от линейного закона дисперсии выражение (3) уже не совпадает с матричным элементом взаимодействия волн на глубокой воде.

В исследуемой модели спектр нераспадный, поэтому существует каноническое преобразование, убирающее кубические члены в (3). Однако при этом возникает гамильтониан четвертого порядка по комплексным амплитудам, описывающий четырехволновые процессы, соответствующее выражение для которого приведено, например, в /5/. Явное выражение громоздко и здесь не приводится. Степень его однородности $M = 4$. Зная степень однородности четырехволнового матричного элемента и степень однородности закона дисперсии можно получить кинетическое уравнение, имеющее стандартный вид /6/. При условии сохранения потока энергии P решение колмогоровского типа этого уравнения имеет вид

$$N = P^{1/3} m^{2/3} \sigma_0^{-2/3} k^{-7/3}, \tag{5}$$

где $N_k \delta(k - k') = \langle a^{1}_{k} a^{-1}_{-k'} \rangle$. Решение с постоянным потоком частиц Q получается заменой P на $Q\omega_k$:

$$N = Q^{1/3} \omega^{1/3} m^{2/3} \sigma_0^{-2/3} k^{-7/3}. \tag{6}$$

Множитель $m^{2/3}\sigma_0^{-2/3}$ в (5) и (6) получен из соображений размерности.

Несмотря на то, что линейные спектры в рассматриваемой модели и для одномерных гравитационных волн на глубокой воде одинаковы, решения кинетических уравенинй не совпадают. Причина этого заключается в том, что в рассматриваемой задаче имеется параметр размерности длины $\sigma_0^{-1/2}$, который вошел в (5) и (6). В случае движения несжимаемой жидкости плотность не может служить параметром, от которого зависит спектр турбулентности. В данной модели плазма сжимаема и закон $\omega \sim k^{1/2}$ обусловлен электростатическим взаимодействием зарядов. Спектр турбулентности при этом зависит от σ_0 и, тем самым, задача не вполне автомодельна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Силин А. П. УФН, **147**, 485 (1985).
2. Керашвили Л. М. Физика плазмы, **14**, 353 (1988).
3. Шафер В. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 11, 29 (1987).
4. Юэн Г., Лэйк Б. Нелинейная динамика гравитационных волн на глубокой воде. М., Мир, 1987.
5. Захаров В. Е. Изв. ВУЗов, Радиофизика, **17**, 431 (1974).
6. Кадомцев Б. Б., Конторович В. М. Изв. ВУЗов, Радиофизика, **17**, 511 (1974).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 28 ноября 1988 г.