Краткие сообщения по физике № 5-1989 г.

УДК 530.145

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ КОРРЕЛЯЦИИ ТИПА ТЕОРЕМЫ ПОМЕРАНЧУКА ДЛЯ НЕМИКРОПРИЧИННЫХ АМПЛИТУД

Ш.Ю. Ломсадзе, А.А. Гольдберг

Корреляции типа теоремы Померанчука для дифференциальных сечений распространены на нелокализуемые теории с экспоненциальным ростом амплитуд в импульсном пространстве в предположении, что они аналитичны в верхней полуплоскости по переменной энергии s и удовлетворяют некоторым дополнительным условиям.

Настоящая работа продолжает предпринятое в /1/ рассмотрение класса амплитуд рассеяния, не удовлетворяющих условию микропричинности (см. ниже условие (1)), однако аналитических в верхней комплексной полуплоскости по переменной энергии налетающей частицы в Л-системе.

Рассмотрим некоторую бинарную реакцию рассеяния $a + b \to c + d$ (I) и кросс-реакцию к ней $a + \bar{d} \to c + \bar{b}$ (II) с соответствующими амплитудами F_I и F_{II}, являющимися функциями указанной выше переменной энергии $z = E + iy = r \exp(i\theta)$ при некотором фиксированном переданном импульсе $t \leqslant 0$, из которых вычтены полюсные члены, пренебрежимые при $z \to \infty$. Будем пользоваться системой единиц $\hbar = c = m_a = 1$ (m_a – масса покоя налетающей частицы) и нормировкой амплитуд такой, что $\operatorname{Im} F_{I,II}(E) = \sigma_{I,II}(E) \times \sqrt{1 - E^2}/4\pi$. Предположим, что амплитуды $F_{I,II}$ удовлетворяют следующим условиям: 1) каждая из них голоморфна в C_+-открытой верхней комплексной z-полуплоскости и непрерывна на вещественной оси; 2) они связаны кросс-симметрией: $F^*_I(-z^*) = F_{II}(z)$; 3) вместо обычного условия справедливости в C_+ предельного равенства Неванлинн для амплитуд $F_{I,II}$

$$\lim_{r\to\infty} \frac{1}{r} \int_0^\pi d\theta \sin\theta \ln^+ |F_{I,II}(re^{i\theta})| = 0, \tag{1}$$

соответствующего условию микропричинности /2/, введем более слабое условие

$$|F_{I,II}(z)| = 0(\exp[r^A]), \ |z| = r \to \infty \tag{2}$$

с некоторым $A > 0$ (случаи линейного, экспоненциального и более быстрого роста амплитуды будем анализировать одновременно); 4) каждая из амплитуд в $\bar{C}_+ = C_+ U R^1$ имеет лишь конечное число нулей.

Все обсуждаемые ниже результаты останутся в силе, если условия 1 и 4 ослабить так же, как в /3/: число нулей $F_{I,II}$ в C_+ может быть конечным и область аналитичности может не содержать полукруга конечного радиуса.

Представляет интерес, в частности, получить для таких амплитуд теоремы типа теоремы Померанчука /4/. Как отмечалось в /5/, эти теоремы являются следствием применения обобщенного принципа максимума, необходимое и достаточное условие выполнения которого есть предельное равенство (1). Поэтому для рассматриваемого класса амплитуд такие корреляционные теоремы не могут быть получены непосредственно для полных сечений взаимодействия, однако они могут быть получены для отношения дифференциальных сечений, если воспользоваться вспомогательной функцией $\ln(F_I/F_{II})$. Для полиномиально ограниченных в C_+ амплитуд теоремы подобного типа хорошо известны /5 – 7, 3/. Физические теоремы работы /3/ опирались на найденные там достаточные условия на поведение амплитуд $F_{I,II}$ в физическом многообразии, обеспечивающие справедливость в C_+ предельного равенства (1) для $\ln(F_I/F_{II})$. Однако эти условия слишком сильны для сформулированной задачи: они не допускают роста (2) амплитуд $F_{I,II}$ в C_+ с $A > 1$.

Покажем, что для доказательства справедливости в C_+ равенства (1) для $\ln(F_I/F_{II})$ достаточно уже принятых условий 1 – 4.

Теорема. Пусть $G(z)$ – аналитическая в C_+ функция и пусть с некоторыми $K_1, K_2 \geqslant 0$ и $m \geqslant 0$ выполняется неравенство $\operatorname{Re} G(z) \leqslant K_1 |z|^m + K_2$, $z \in C_+$. Тогда в C_+ для функции G справедливо предельное равенство (1).

Доказательство. Отобразим C_+ в единичный круг $U(1) = \{\xi : |\xi| < 1\}$ при помощи функции $\xi = (z - i)/(z + i)$. Обозначим $G(z(\xi)) = g(\xi)$, причем $G(i) = g(0)$. Рассмотрим в C_+ некоторую точку z и обозначим $u = (z - i)/(z + i)$, $|u| < 1$. Применим к g неравенство Каратеодори /8/:

$$|g(u)| \leqslant [\max\{\operatorname{Re} g(\xi) : |\xi| = (1 + |u|)/2\} - \operatorname{Re} g(0)]\, 4|u|/(1 - |u|) + |g(0)|. \tag{3}$$

Рассмотрим круг $U((1 + |u|)/2) = \{\xi : |\xi| < (1 + |u|)/2\}$. Функцией $z(\xi) = -i(\xi + 1)/(\xi - 1)$ он переводится в C_+ в круг с центром на мнимой оси и диаметром $[i(1 - |u|)/(3 + |u|),\ i(3 + |u|)/(1 - |u|)]$. Поэтому в $U((1 + |u|)/2)$ выполняется $\operatorname{Re} g(\xi) \leqslant K_3/(1 - |u|)^m$ с $K_3 > 0$. Переписывая (3) для G, получаем:

$$|G(z)| \leqslant [K_3/(1 - |u|)^m - \operatorname{Re} G(i)]\, 4|u|/(1 - |u|) + |G(i)|. \tag{4}$$

Пусть $z = r\exp(i\theta)$, $r \geqslant 1$. Тогда легко получить оценки $4|u|/(1 - |u|) \leqslant 8|z|/\sin\theta$; $1/(1 - |u|) \leqslant 2|z|/\sin\theta$. Поэтому вне некоторого полукруга $|z| \geqslant r_0$

$$|G(z)| \leqslant K_4 |z|^{m+1}/(\sin\theta)^{m+1},\ K_4 > 0. \tag{5}$$

Из (5) следует справедливость в C_+ для функции G предельного равенства (1), что и требовалось доказать.

Приведенная теорема позволяет все полученные до сих пор для полиномиально ограниченных в C_+ амплитуд асимптотические корреляции типа теоремы Померанчука, касающиеся дифференциальных сечений, обобщить на случай нарушенно микропричинных амплитуд, удовлетворяющих условиям 1 – 4. В частности, все теоремы и леммы работы /3/ остаются справедливыми для таких амплитуд без дополнительных условий (3) и (4) работы /3/, существенно ограничивающих область их применимости. Тем самым указанные результаты значительно усиливаются и для микропричинных амплитуд. Для иллюстрации приведем физическую теорему, устанавливающую степенную корреляцию между асимптотическими поведениями на вещественной оси разности фаз $\Delta\Phi(E) = \arg F_I(E) - \arg F_{II}(E)$ и скоростью $C(E) = (d\sigma_I(E)/d\Omega) \times (d\sigma_{II}(E)/d\Omega)^{-1} - 1$ стремления к единице отношения дифференциальных сечений прямой реакции (I) и кросс-реакций (II).

Физическая теорема. Пусть выполнены условия 1 – 4 и пусть с некоторым $n \in Z$ справедливы границы

$$|\Delta\Phi(E)| = 0(E^{2n}),\quad |\ln(C(E) + 1)| = \theta(E^{2n+1}). \tag{6}$$

Тогда

$$\int_1^E dE' \ln[C(E') + 1]/E'^{\,2n+1} = 0(1). \tag{7}$$

Если, кроме того, $C(E) \to 0$ при $E \to \infty$, то заключение (7) эквивалентно утверждению

$$\int_1^E dE'\, C(E')/E'^{\,2n+1} = 0(1). \tag{8}$$

Результат (7) при n = 0 воспроизводит полученные в /7/ безусловные строгие ограничения для микропричинных амплитуд рассеяния вперед, число нулей которых заведомо конечно.

Что касается экспериментальных данных, то они особенно обогатились за последнее время благодаря высокоэнергетическим (вплоть до энергий $\sqrt{s}$ = 900 ГэВ в системе центра масс) $\bar{p}p$- и pp-экспериментам в ЦЕРНе /9, 10/. Асимптотическое поведение амплитуд pp- и $\bar{p}p$-рассеяния вперед /12/ находится в прекрасном согласии не только с обсуждаемыми в этой работе корреляциями между $\Delta\Phi(E)$ и $C(E)$, но также и с обсуждавшимися ранее, в частности, в работах /11/ корреляциями между реальными $\mathrm{Re}\,F_{\pm}$ и мнимыми $\mathrm{Im}\,F_{\pm}$ частями кросс-симметричной и антикросс-симметричной амплитуд. Однако неожиданностью явился экспериментальный результат /13/, дающий для $\rho_{p\bar{p}} = \mathrm{Re}\,F_{p\bar{p}}/\mathrm{Im}\,F_{p\bar{p}}$ при $\sqrt{s}$ = 546 ГэВ довольно большое значение 0,24 ± 0,04, противоречащее экстраполяциям работы /12/. Имеющиеся интерпретации /10/ этого значения предполагают лишь локальный рост $\rho_{p\bar{p}}$. Комментарий, который может быть дан исходя из результатов работ /11/, состоит в том, что для микропричинных амплитуд локальность роста $\rho_{p\bar{p}}$ и ρ_{pp} может быть нарушена лишь при наличии достаточно сильных осцилляций, разобранных в этих работах. Для всех же феноменологических амплитуд с асимптотическим поведением вида $E^{a}\ln^{\gamma}E$ $\rho_{p\bar{p}}$ и ρ_{pp} ограничены константой, а в случае подавленности F_{-} по сравнению с F_{+} и чисто логарифмического поведения каждого из сечений ρ_{pp} и $\rho_{p\bar{p}}$ асимптотически спадают как $1/\ln E$.

Один из авторов (Ш.Ю. Ломсадзе) благодарен М.А. Соловьеву, профессору Ю.С. Вернову и профессору В.Я. Файнбергу за плодотворные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Файнберг В. Я., Ломсадзе Ш. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 5, 23 (1988).
2. Мейман Н. Н. ЖЭТФ, **47**, 1966 (1964).
3. Ломсадзе Ш. Ю., Ломсадзе Ю. М., Аграновский Б. А. В сб. Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Протвино, 1984, т. I, с. 70.
4. Померанчук И. Я. ЖЭТФ, **34**, 725 (1958); Мейман Н. Н. ЖЭТФ, **43**, 2277 (1962).
5. Мейман Н. Н. ЖЭТФ, **68**, 791 (1975).
6. Логунов А. А. и др. ЖЭТФ, **46**, 1079 (1964); Мейман Н. Н. ЖЭТФ, **46**, 1039 (1964).
7. Вернов Ю. С. ЯФ, **10**, 176 (1969); Martine A., Cornille H. Nucl. Phys., **B48**, 104 (1972); Медведев С. Ю. ТМФ, **48**, 424 (1981).
8. Левин Б. Я. Распределение корней целых функций. М., ГИТТЛ, 1956, с. 28; Титчмарш Е. Теория функций. М., Наука, 1980, с. 184.
9. Block M. M., Cahn R. N. Rev. Mod. Phys., **57**, 563 (1985); Camilleri L. Phys. Reports, **144**, 51 (1987).
10. Дремин И. М. УФН, **155**, 139 (1988).
11. Ломсадзе Ю. М., Ломсадзе Ш. Ю. ЯФ, **34**, 490 (1981); Вернов Ю. С., Коновалов А. В., Мнацаканова М. Н. В сб. Проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Протвино, 1983, т. II, с. 135.
12. Block M. M., Cahn R. N. Phys. Lett., **B188**, 143 (1987).
13. Bernard D. et al. Phys. Lett., **B198**, 583 (1987).

Поступила в редакцию 11 января 1989 г.