Краткие сообщения по физике № 7-1989 г.

УДК 536.75 + 533.72

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕНОСА В УМЕРЕННО ПЛОТНОМ ГАЗЕ ИЗ МОЛЕКУЛ С ТВЕРДОЙ СЕРДЦЕВИНОЙ

В.И. Курочкин

Приведены результаты решения полученного ранее кинетического уравнения для умеренно плотного газа из молекул, потенциал взаимодействия которых состоит из суммы потенциала твердых сфер и "хвоста", учитывающего мягкое взаимодействие.

Кинетическое уравнение для умеренно плотного газа из молекул, потенциал взаимодействия которых состоит из суммы потенциала $\bar{\varphi}$ твердых сфер диаметра σ и "хвоста" $\widetilde{\varphi}$, учитывающего взаимодействие частиц на расстояниях $r > \sigma$, полученное в работе /1/, может быть записано в форме

$$(\partial_t + \mathbf{v}_1 \nabla_1 + \mathbf{G}\partial_1)\, F(\mathbf{v}_1) = J_0 + J_1 . \tag{1}$$

Здесь

$$\mathbf{G} = -(1/nm)\,\nabla U,\ U = (2\pi n^2/3) \int_\sigma^\infty \widetilde{\varphi}'(r)\,\chi(r)\, r^3 dr,\ J_0 = J_B + [\chi(\sigma) - 1]\, J_R,$$

$$J_1 = -(1/m) \int \bar{\varphi}'(\mathbf{r}r/r)\,\partial_1 [\chi F(\mathbf{W}_1) \nabla F(\mathbf{W}_2) + \frac{1}{2} F(\mathbf{W}_1) F(\mathbf{W}_2) \nabla_1 \chi]\, d\mathbf{r} d\mathbf{v}_2 ,$$

где F – функция распределения, $\chi(r)$ – парная корреляционная функция, $\mathbf{v}_i$ – скорость i-й частицы, $\mathbf{G}$ – сила коллективного взаимодействия частиц, m – масса частицы, J_B – интеграл столкновений Больцмана для частиц с полным потенциалом взаимодействия $\varphi = \bar{\varphi} + \widetilde{\varphi}$, J_R – интеграл столкновений Больцмана для твердых сфер, $\mathbf{W}_i$ – скорость i-й частицы вдоль траектории движения при парном столкновении, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, $r = |\mathbf{r}|$, $\partial_i = \partial/\partial \mathbf{v}_i$, $\partial_t = \partial/\partial t$, $\nabla_i = \partial/\partial \mathbf{r}_i$.

Для сближающихся частиц $\mathbf{W}_{1,2} = \mathbf{v}_{1,2} \pm \Delta$, где

$$\Delta = \left[\frac{\sigma\mathbf{k}}{mg} - \frac{\sigma(\mathbf{kg})\,\mathbf{g}}{mg^3}\right] \int_\sigma^\infty \frac{\widetilde{\varphi}'(r)\, dr}{(r^2 - b^2)^{1/2}} - \frac{\widetilde{\varphi}(\sigma)\mathbf{g}}{mg^2} ,$$

$\mathbf{k}$ – единичный вектор в направлении от центра второй молекулы к центру первой в момент наибольшего сближения, $\mathbf{g} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$, b – прицельный параметр. Если θ – угол между векторами $\mathbf{g}$ и $\mathbf{k}$, то $b = \sigma \sin\theta$. Для разлетающихся частиц имеем $\mathbf{W}'_{1,2} = \mathbf{W}_{1,2} \pm (\mathbf{W}_{21}\mathbf{k})\mathbf{k}$, $\mathbf{W}_{21} = \mathbf{W}_2 - \mathbf{W}_1$.

Приведем без выводов результаты решения уравнения (1) методом Чепмена – Энскога. В нулевом и в первом приближениях по параметру неоднородности функция распределения имеет тот же вид, что и в случае разреженного газа. Уравнения переноса массы, импульса и энергии также сохраняют свой вид. При этом тензор напряжений и вектор теплового потока выражаются следующим образом: $P = [nkT(1 + Bn\chi') - U]\, I - 2\eta S - \kappa(\nabla_1 \mathbf{u})\, I$, $\mathbf{q} = -\lambda\nabla T$. Здесь $B = 2\pi\sigma^3/3$, $\chi' = \chi(\sigma)\exp(-\widetilde{\varphi}(\sigma)/kT)$. Коэффициенты вязкости η, объемной вязкости κ и теплопроводности λ вычисляются по формулам

$$\eta = \eta^{(0)} \Big\{ [1 + \frac{3}{5} Bn\chi' (Q_2 - Q_4)] [1 + Bn\chi' (\frac{1}{2} - \frac{2}{15} Q_0 - \frac{1}{5} Q_2 + \frac{1}{5} Q_4)] / [\chi(\sigma) - \frac{1}{3} Q_0 - $$

$$- 4Q_3 + 12Q_5 - 8Q_7] + \frac{32}{25\pi} (Bn)^2 \chi' (1 + \frac{3}{8} Q_0 - \frac{3}{4} Q_1 + \frac{3}{4} Q_3) \Big\}, \tag{2}$$

$$\kappa = \eta^{(0)} (Bn)^2 \chi' (1 + \frac{3}{8} Q_0 - \frac{3}{4} Q_1 + \frac{3}{4} Q_3), \tag{3}$$

$$\lambda = \lambda^{(0)} \Big\{ [1 + \frac{3}{5} Bn\chi' (Q_2 - Q_4 - \frac{5}{4} Q_0)] [1 + Bn\chi' (\frac{1}{4} - \frac{1}{5} Q_0 - \frac{3}{10} Q_2 + \frac{3}{10} Q_4)] / [\chi(\sigma) - \frac{1}{3} Q_0 - $$

$$- 4Q_3 + 12Q_5 - 8Q_7] + \frac{64}{75\pi} (Bn)^2 \chi' (1 + \frac{3}{8} Q_0 - \frac{3}{4} Q_1 + \frac{3}{4} Q_3) \Big\}. \tag{4}$$

Здесь

$$\eta^{(0)} = (5/16\sigma^2)(mkT/\pi)^{1/2}, \quad \lambda^{(0)} = (75/64\sigma^2)(k^3T/\pi m)^{1/2},$$

где

$$Q_0 = \frac{\widetilde{\varphi}(\sigma)}{kT}, \quad Q_n = \frac{1}{\sigma kT} \int_\sigma^\infty dr \int_0^\sigma b\,db \frac{\widetilde{\varphi}'(\cos\theta)^{n-2}}{(r^2 - b^2)^{1/2}}, \quad n \geqslant 1.$$

Выражения (2) – (4) обобщают соответствующие выражения в теории Энскога на случай потенциала взаимодействия, состоящего из суммы потенциала твердых сфер и "хвоста", учитывающего взаимодействие частиц на расстояниях $r > \sigma$. Коэффициенты Q_n, входящие в конечные формулы, могут быть рассчитаны численно для любого конкретного потенциала взаимодействия. В частности, для модифицированного потенциала Леннарда – Джонса, который задается формулой $\varphi = \infty$, $r < \sigma$; $\varphi = 4\epsilon[(\sigma/r)^{12} - (\sigma/r)^6]$, $r \geqslant \sigma$, непосредственные численные расчеты дают следующие значения: $Q_0 = 0$, $Q_n = (\epsilon/kT)\omega_n$, $n \geqslant 1$, где $\omega_1 = 1{,}500$, $\omega_2 = 0{,}752$, $\omega_3 = 0{,}482$, $\omega_4 = 0{,}353$, $\omega_5 = 0{,}277$, $\omega_6 = 0{,}228$, $\omega_7 = 0{,}194$, $\omega_8 = 0{,}168$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курочкин В. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 2, 5 (1989).

Поступила в редакцию 17 марта 1989 г.