Краткие сообщения по физике № 9-1989 г.

УДК 621.382.2

СПОНТАННОЕ ТУННЕЛИРОВАНИЕ КВАЗИЧАСТИЦ С ПЕРЕМЕННОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ МАССОЙ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

Ф.В. Бункин, Р.А. Волков

Рассмотрены финитные туннельные переходы квазичастицы с переменной эффективной массой в твердотельной структуре с двумя квантовыми ямами.

Состояние квазичастицы в неоднородной полупроводниковой структуре характеризуется непрерывно зависящим от координат тензором обратной эффективной массы /1, 2/. Если структура содержит потенциальные квантовые ямы (КЯ), то в приближении сильной связи квазичастица в каждой из ям имеет различные, но постоянные в пределах КЯ тензоры обратных эффективных масс $\|m_n^{(k)}\|^{-1}$, $k = 1, 2$; $n = 1, 2, 3$. При этом двухъямную потенциальную энергию $V(\mathbf{r})$ квазичастицы можно выразить через потенциальные функции $V_1(x)$ и $V_2(x)$, описывающие отдельные квазиотключенные КЯ /3, 4/: $V(\mathbf{r}) = V(x)$, $x \in (-\infty, \infty)$; $V(x) = V_1(x) + V_2(x) - V_0$, $V_1(x) = [V(x),\ x < x_0;\ V_0,\ x \geqslant x_0]$, $V_2(x) = [V(x),\ x > x_0;\ V_0,\ x \leqslant x_0]$. Здесь $V_0 = V(x_0)$ – высота барьера, разделяющего КЯ (рис. 1). Введение функций $V_1(x)$ и $V_2(x)$ позволяет выделить начальное и конечное состояния квазичастицы и использовать при исследовании туннельного эффекта теорию квантовых переходов. Постоянство эффективных масс в каждой из КЯ избавляет от необходимости сопряжения масс в области перехода. Но различие эффективных масс по обе стороны барьера требует модификации гамильтониана в уравнении Шредингера. В случае полностью отключенных КЯ волновые функции (ВФ) квазичастицы определяются из уравнений

$$i\hbar \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} = [T_n + V_n(x)]\varphi_n, \quad n = 1, 2, \tag{1}$$

где $T_n = \sum_{l=1}^{3} \hat{P}_l^2/2m_l^{(n)}$. Уравнения (1) для одноуровневых КЯ имеют частные решения, удовлетворяющие условию Борна $\varphi_n(\mathbf{r}, t) = L^{-1}\exp[i(\mathbf{k}_n\vec{\rho} - \omega_n t)]\Psi_n(x)$, $n = 1, 2$. Здесь $\hbar\omega_n = E_n$ – одноуровневый спектр энергии в каждой из КЯ; $\mathbf{k}_n = (k_{yn}, k_{zn})$ – поперечные составляющие волнового вектора квазичастицы; $\vec{\rho} = (y, z)$; L – поперечный размер структуры. Будем считать, что $m_j^{(1)} = m_j^{(2)} = m_j$, $j = 2, 3$ и, следовательно, различаются только продольные массы $m_1^{(1)} \neq m_1^{(2)}$. При этом условии нормированные ВФ $\Psi_n(x)$ определяются из уравнений

$$\mathcal{E}_n\Psi_n = [T_x^{(n)} + V_n(x)]\Psi_n, \quad T_x^{(n)} = -\frac{\hbar^2}{2m_1^{(n)}}\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \quad n = 1, 2, \tag{2}$$

где собственные значения продольной $\mathcal{E}_n$ и поперечной $E_{\parallel,n}$ энергий связаны соотношениями: $E_n = \mathcal{E}_n + E_{\parallel,n} = \mathcal{E}_n + (\hbar^2/2)(k_{yn}^2/m_2 + k_{zn}^2/m_3)$, $n = 1, 2$. В приближении сильной связи для интеграла перекрытия J_{12} справедливо неравенство

$$J_{12} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1^*\Psi_2\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_2^*\Psi_1\,dx \ll 1. \tag{3}$$

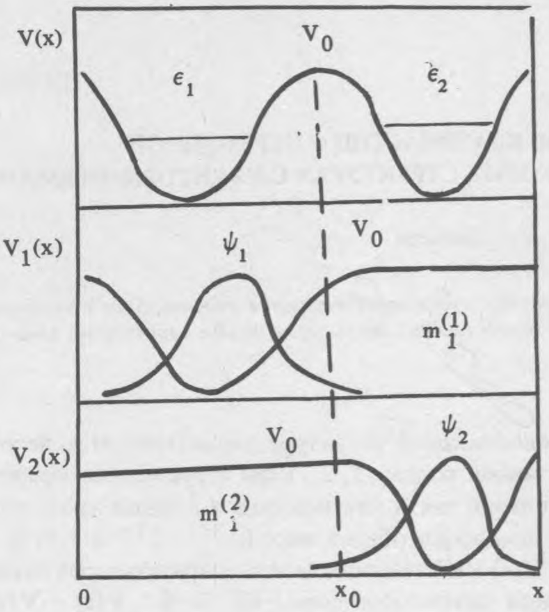

Рис.1. Профиль двухъямной потенциальной энергии $V(x)$ и потенциальные функции $V_1(x)$, $V_2(x)$ квазиотключенных КЯ полупроводниковой структуры.

При включении туннельного взаимодействия между КЯ оператор кинетической энергии T можно представить в виде $T = \alpha(T_1 + T_2)$, где постоянная α определяется из условия соответствия

$$T \to \sum_{l=1}^{3} \frac{\hat{P}_l^2}{2m_l}, \quad m_l^{(1)} \to m_l^{(2)} = m_l. \tag{4}$$

Из (4) следует $\alpha = 1/2$, и уравнение Шредингера, учитывающее туннельное взаимодействие между КЯ, приобретает вид:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = [\frac{1}{2}(T_1 + T_2) + V_1(x) + V_2(x) - V_0]\Phi. \tag{5}$$

Будем искать решение (5) в форме

$$\Phi(r, t) = \sum_{n=1}^{2} \sum_{k_n} A_n(k_n, t)\varphi_n(r, t). \tag{6}$$

Поскольку выполняется неравенство (3), то нормировка ВФ (6) приводит к выражению

$$\sum_{n=1}^{2} |A_n(t)|^2 + O(J_{12}) = 1. \tag{7}$$

Таким образом, величины $|A_n(t)|^2$ имеют смысл вероятностей нахождения квазичастицы в момент времени t в состояниях, описываемых полными наборами $\{E_n, \langle n|x|n\rangle, k_{yn}, k_{yz}\}$, $n = 1, 2$. Подставляя (6) в (5) и усредняя полученный результат, находим при условии сохранения поперечной составляющей квазиимпульса $k_1 = k_2$ с точностью до $O(J_{12})$ систему уравнений:

$$i\hbar\dot{A}_1 = a_1 A_1 + b_1 A_2 \exp(-i\Delta\omega_{12} t),$$
$$i\hbar\dot{A}_2 = b_2 A_1 \exp(i\Delta\omega_{12} t) + a_2 A_2, \quad \Delta\omega_{12} = \omega_2 - \omega_1, \tag{8}$$

где

$$a_k = \langle k|V_j - V_0|k\rangle + (-1)^k \langle k|\widetilde{T}|k\rangle,$$

$$b_k = \langle k|V_j - V_0|j\rangle + (-1)^j \langle k|\widetilde{T}|j\rangle, \quad j, k = 1, 2; \quad j \neq k; \tag{9}$$

$$\widetilde{T} = (P_x^2/4)\ (1/m_1^{(2)} - 1/m_1^{(1)}).$$

Здесь матричные элементы a_k и b_k описывают энергию туннельного взаимодействия между КЯ, осуществляемого квазичастицей, причем первое слагаемое в (9) обусловлено потенциальной энергией соседней ямы, а второе – различием в продольных эффективных массах $m_1^{(1)}$ и $m_2^{(2)}$.

Пусть $\Delta\mathcal{E}_{12} = |\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1| \lesssim |b_k|$, $k = 1, 2$. Тогда из (2) и (3) с точностью до $O(J_{12})$ следуют равенства $b_1 = b_2 = b$, выполнение которых необходимо для соблюдения совместности решения системы (8) и условия нормировки (7) /4/. Как будет показано ниже, при $\Delta\mathcal{E}_{12} \lesssim |b_k|$ система (8) допускает периодические нормированные решения, при этом массы $m_1^{(1)}$ и $m_1^{(2)}$ могут различаться существенно, если аналогично различаются и величины КЯ, причем так, чтобы выполнялось условие $b_1 = b_2$. Если $\Delta\mathcal{E}_{12} \gg |b_k|$, $k = 1, 2$, то между КЯ возможны только вынужденные туннельные переходы квазичастицы, например, под действием резонансного поля /5/.

Разрешая систему (8), для ВФ (6) получаем выражение:

$$\Phi(r, t) = L^{-1} \sum_k \Big\{ b\,[\alpha \exp(-i\epsilon_1 t/\hbar)/(\epsilon_\perp - a_\perp) + \beta \exp(-i\epsilon_2 t/\hbar)/(\epsilon_2 - a_2)] \times$$

$$\times \Psi_1(x) + [\alpha \exp(-i\epsilon_1 t/\hbar) + \beta \exp(-i\epsilon_2 t/\hbar)]\,\Psi_2(x) \Big\} \exp[i(k\vec{\rho} - \omega_1 t)], \tag{10}$$

$$\epsilon_{1,2} = (1/2)\,[(\Delta E_{12} + a_1 + a_2) \pm (\delta E_{12}^2 + 4b^2)^{1/2}], \quad \delta E_{12} = \Delta E_{12} + a_2 - a_1.$$

Постоянные α и β в (10) определяются из начальных условий. Пусть $\Phi(r, 0) = L^{-1} \sum_k \Psi_\perp e^{ik\vec{\rho}}$; тогда из (10) следуют выражения для вероятностей $|A_1(t)|^2 = \cos^2\Omega t + \sigma^2 \sin \Omega t/(1 + \sigma^2)$, $|A_2(t)|^2 = \sin^2\Omega t/(1+\sigma^2)$. Здесь частота туннельных переходов Ω между ямами и безразмерный коэффициент расстройки σ описываются формулами: $\Omega = (\delta E_{12}^2 + 4b^2)^{1/2}/2\hbar$, $\sigma = \delta E_{12}/2b$. При этом период финитного движения T_0 и время туннелирования τ квазичастицы через барьер определяются выражением: $T_0 = 2\pi/\Omega = 2\tau$.

Если $m_1^{(1)} \to m_1^{(2)} = m$, то $\widetilde{T} \to 0$ и полученные выше результаты совпадают с известными формулами для туннелирования квазичастицы с постоянной эффективной массой в двухъямном потенциале поля /3, 4/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ben Daniel D. I., Duke C. D. Phys. Rev., **152**, 683 (1966).
2. Волков Р. А. Физика, изв. ВУЗов, **9**, 126 (1977).
3. Гольданский В. И. и др. Туннельные явления в химической физике. М., Наука, 1986.
4. Бункин Ф. В. и др. Препринт ИОФАН № 70, М., 1988.
5. Бункин Ф. В. и др. Препринт ИОФАН № 71, М., 1988.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 10 мая 1989 г.