…кие сообщения по физике № 9-1989 г.

УДК 681. 7. 068. 4. 08

МОДИФИЦИРОВАННОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ ПЯТОГО ПОРЯДКА

А.М. Стрельцов

Применительно к оптике определен вид нелинейного члена пятого порядка в уравнениии для огибающей поля.

…настоящему времени подробно проанализированы многие решения нелинейного уравнения Шредингe…НУШ), описывающего эффекты самовоздействия в нелинейных диспергирующих средах. Многие рабо…освящены модификациям этого уравнения для случая световых полей в одномодовых волокнах, учи…ющим высшие порядки дисперсии и дисперсию нелинейности.

…оптике, как правило, учитывается лишь третья нелинейная восприимчивость. В работе /1/ по самофоку…вке лазерных пучков феноменологически вводится насыщение третьей нелинейности для случая силь…полей. Стационарное решение НУШ с нелинейностями третьего и пятого порядков найдено в /2/.

…днако строгий расчет коэффициентов в модифицированном НУШ при члене с пятой нелинейностью, по…мому, не выполнялся, то же можно сказать об учете квадратичной нелинейности применительно к са…оздействию оптических волновых пакетов в двулучепреломляющих средах.

…данной работе с помощью метода многомасштабных разложений /3/ рассчитан коэффициент при члене …й нелинейности, но сначала идея метода проиллюстрирована на примере квадратично-кубичной среды, …огично /4/.

…одномерном случае волновое уравнение для напряженности поля E имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_l}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{nl}}{\partial t^2},$$

… – пространственная координата, t – время, $P_l(t, z) = \int\limits_0^\infty \kappa(t')\,E(t - t', z)\,dt'$ – линейная поляризация, …линейная восприимчивость, $P_{nl} = \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3$ – нелинейная поляризация (дисперсию нелинейных воспри…востей χ_2 и χ χ_2 не учитываем.

…редставим поле E в виде

$$E = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2}\epsilon^m A_l^{(m)}(\xi, \tau)\, e^{il\theta} + \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon^m A_0^{(m)}(\xi, \tau) + \text{к.с.},$$

…$|\epsilon| \ll 1$, $\xi = \epsilon^2 z$, $\tau = \epsilon(t - z/v)$, $\theta = \omega t - kz$, $v = \partial\omega/\partial k$ – групповая скорость. То есть, поле представлено …де пакета с несущими частотами $l\omega$ и импульсами A_0 без несущей, появляющимися, например, за счет …еского детектирования.

…метим три механизма самовоздействия. Один (за счет кубичной нелинейности) очевиден: $\omega = \omega + \omega -$ …торой и третий (за счет квадратичной нелинейности) – двухстадийные: через генерацию второй гар…ки ($2\omega = \omega + \omega$; $\omega = 2\omega - \omega$) и через оптическое выпрямление ($O = \omega - \omega$; $\omega = O + \omega$).

…риведем выражения для амплитуд второй гармоники (ср. с /4/)

$$A_2^{(2)} = 2\pi\chi_2 (A_1^{(1)})^2 / [n^2(\omega) - n^2(2\omega)], \quad n^2 = 1 + 4\pi\kappa \tag{1}$$

…пульса оптического детектирования

$$A_0^{(2)} = 2\pi v^2 \chi_2 |A_1^{(1)}|^2 / [c^2 - v^2 n^2(O)].$$

В итоге уравнение для огибающей $A_1^{(1)}$ приобретает вид (собираем члены порядка ϵ^3 и отбрасываем индексы при $A_1^{(1)}$):

$$iA_\xi + \frac{1}{2}k''A_{\tau\tau} = \frac{\pi k}{n^2(\omega)}|A|^2 A\left\{\frac{3}{2}\chi_3 + 4\pi\chi_2^2\left[\frac{1}{n^2(\omega) - n^2(2\omega)} - \frac{2v^2}{c^2 - v^2 n^2(O)}\right]\right\}, \qquad (2)$$

где $k'' = \partial^2 k/\partial\omega^2$. Особенностью этого уравнения является дисперсия и возможное равенство нулю на некоторых частотах коэффициента при $|A|^2 A$.

Рассмотрим случай центросимметричной среды, когда $P_{nl} = \chi_3 E^3 + \chi_5 E^5$, и учтем нелинейные эффекты пятого порядка. Механизм самовоздействия за счет пятой нелинейности тривиален: $\omega = \omega + \omega + \omega - \omega - \omega$, а за счет третьей нелинейности – двухстадийный ($3\omega = \omega + \omega + \omega$; $\omega = 3\omega - \omega - \omega$). По той же схеме, что и для уравнения (1), находим выражение для амплитуды третьей гармоники

$$A_3^{(3)} = \pi\chi_3(A_1^{(1)})^3/[n^2(\omega) - n^2(3\omega)],$$

и после отбрасывания индексов получаем

$$iA_\xi + \frac{1}{2}k''A_{\tau\tau} = \frac{\pi k}{n^2(\omega)}\left\{\frac{3}{2}\chi_3|A|^2 A + \left[\frac{1{,}5\pi\chi_3^2}{n^2(\omega) - n^2(3\omega)} + \frac{5}{4}\chi_5\right]|A|^4 A\right\}. \qquad (3)$$

В задачах с осевой симметрией (например, в случае оптического волокна) перед членом с $|A|^2 A$ появится коэффициент 1/2, а перед $|A|^4 A$ – коэффициент 1/3.

Определим для кварцевого стекла вклад различных нелинейных членов в эффекты самовоздействия при $\lambda \sim 1{,}5$ мкм (область отрицательной дисперсии). Оценки усредненной наведенной квадратичной нелинейности из экспериментов по генерации второй гармоники в оптическом волокне дают значение $\chi_2 < 10^{-12}$ ед. СГСЭ /5/. Исходя из значения $\chi_3 \sim 10^{-13}$ ед. СГСЭ, $n^2(\omega) - n^2(2\omega) \cong -3\cdot10^{-2}$, $n^2(0) \cong 4{,}5$, для выражения в фигурных скобках уравнения (2) имеем

$$\frac{3}{2}\chi_3 + 4\pi\chi_2^2\left[\frac{1}{n^2(\omega) - n^2(2\omega)} + \frac{2v^2}{c^2 - v^2 n^2(0)}\right] \cong 1{,}5\cdot10^{-13}\text{ ед. СГСЭ} -$$

$$- 4{,}2\cdot10^{-22}\text{ ед. СГСЭ} \cong 1{,}5\cdot10^{-13}\text{ ед. СГСЭ},$$

то есть наведенная квадратичная нелинейность вносит пренебрежимо малый вклад.

Значение пятой восприимчивости можно оценить как $\chi_5 \sim \chi_3/E_a^2 \cong 10^{-25}$ ед. СГСЭ (см., напр., /6/), где $E_a \cong 10^6$ ед. СГСЭ – напряженность внутриатомного поля. Тогда коэффициент в квадратных скобках уравнения (3) равен

$$1{,}5\pi\chi_3^2/[n^2(\omega) - n^2(3\omega)] + (5/4)\chi_5 \cong -4{,}7\cdot10^{-25}\text{ ед. СГСЭ} + 1{,}5\cdot10^{-25}\text{ ед. СГСЭ} \cong -3\cdot10^{-25}\text{ ед. СГСЭ},$$

то есть, превалирующим оказывается влияние третьей восприимчивости, хотя это может быть не так в области более сильной дисперсии.

Приведенные результаты могут представлять интерес в случаях, когда сердцевина волокна изготовлена из двулучепреломляющего материала, а также для не очень коротких импульсов амплитудой $E \cong 10^4 - 10^5$ ед. СГСЭ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Луговой В.Н., Прохоров А.М. УФН, **111**, 203 (1973).
2. Pushkarov K., Pushkarov D., Tomov I. Opt. and Quant. El., **11**, 471 (1979).
3. Додд Р., Эйлбек Д. и др. Солитоны и нелинейные волновые уравнения, М., Мир, 1988.
4. Воляк К.И., Марченко В.Ф., Стрельцов А.М. Изв. ВУЗов, радиофизика, **31**, 1331 (1988).
5. Payne F. Electron. Lett., **23**, 1215 (1987).
6. Бломберген Н. Нелинейная оптика. М., Мир, 1966.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 30 мая 1989 г.