Краткие сообщения по физике № 11-1989 г.

УДК 539.171

О СЕЧЕНИИ РЕАКЦИЙ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ЯДРАМИ В ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С СИЛЬНЫМ ПОГЛОЩЕНИЕМ

В.И. Беляк

С помощью метода эйконального разложения и его обобщения, в котором кулоновское взаимодействие учитывается квазиклассически, получено выражение для сечения реакций заряженных частиц (адронов, тяжелых ионов) с ядрами в оптической модели с сильным поглощением. Это выражение можно интерпретировать как обобщение сечения поглощения заряженных частиц на "черном" ядре.

Для описания взаимодействия адронов и тяжелых ионов с ядрами используем оптическую модель, в которой сечению реакций соответствует сечение поглощения. В случае достаточно сильного поглощения и квазиклассичности задачи основную роль играют "хвосты" оптических потенциалов /1/. В /2/ рассматривалось рассеяние на потенциалах, "хвосты" которых представлялись в виде разложения по степеням экспоненты, в частности, на потенциале Вудса – Саксона. В настоящей работе, являющейся продолжением /2/, вычисляется сечение поглощения с учетом кулоновского взаимодействия. При этом используется метод эйконального разложения и его обобщение, в котором кулоновское взаимодействие учитывается квазиклассически. Это позволяет рассмотреть случаи, когда кулоновский потенциал в области эффективного поглощения как много меньше, так и просто меньше энергии падающих частиц.

Рассеяние описываем уравнением $[\nabla^2 + k^2(1 - u(r))]\Psi(r) = 0$, где $u(r)$ – безразмерный потенциал, связанный с оптическим $U_{op}(r)$ и кулоновским $U_c(r)$ потенциалами. В случае уравнения Клейна – Гордона – Фока и скалярности $U_{op}(r)$ имеем: $u(r) = u_{op}(r) + u_c(r)$, $u_{op}(r) = U_{op}(r)\,[1 + U_{op}(r)/2\mu]/E'$, $u_c(r) = U_c(r)\,[(1 + E/\mu) - U_c(r)/2\mu]/E'$, $E' \equiv E(1 + E/2\mu) = \hbar^2 k^2/2m$, $\mu \equiv mc^2$.

Полагаем, что в области краевых $r > R$ оптический потенциал и соответственно $u_{op}(r)$ разлагаются в ряд по степеням экспоненты, а потенциал кулоновского взаимодействия сводится к точечному:

$$U_c(r) = Z_1 Z_2 e^2/r, \quad u_{op}(r) = -\bar{u} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} A_n \exp[-n(r - R)/a], \quad A_1 = 1, \; |A_n| \lesssim 1; \tag{1}$$

$$u_c(r) = (2\bar{r}_c/r) - (2E/\mu)(\bar{r}_c/r)^2, \quad \bar{r}_c \equiv r_c/(1 + E/\mu) = (Z_1 Z_2/137)\sqrt{\mu/2E}/k.$$

В нерелятивистском случае для потенциала Вудса – Саксона $A_n = 1$, потенциал типа Иго можно описать, считая $A_{2+m} = 0$ $(m \geqslant 0)$. Предполагаем малость ширины размытия края оптического потенциала по сравнению с его размером, квазиклассичность движения и наличие сильного поглощения в области размытия; энергия падающих частиц предполагается больше величины кулоновского потенциала в области размытия (точнее, в той ее части, где в основном происходит поглощение):

$$a/R \ll 1, \quad \eta(R) \ll 1, \quad \operatorname{Im} q(R) \gg 1; \quad \eta(r) \equiv (1/2ka)\sqrt{r/\pi a}, \quad q(r) \equiv k\bar{u}\sqrt{\pi a r};$$

$$u_c^o(R_+) < 1, \quad u_c^o(r) \equiv U_c(r)/E, \quad R_+ \equiv R[1 + O(a/R)] > R. \tag{2}$$

Поправки $\sim (a/R)\,\eta(R)$ в σ_a получены при более жестком условии $|u_c^o(R)| \sim |r_c/R| \ll 1$. В случае $r_c < 0$ требуется также, чтобы $\operatorname{Im} q(R)/\sqrt{1 - r_c/R} \gg 1$.

Сечение поглощения σ_a будем вычислять, исходя из разложения $\sigma_a = (2\pi/k^2) \sum_{l=0}^{\infty} (l + 1/2)\,[1 - \exp \times (-4\,\mathrm{Im}\,\delta_l)]$. Заменяя суммирование на интегрирование, интегрируя по частям, переходя к переменной интегрирования $b = (l + 1/2)/k$, а затем $t = 4\,\mathrm{Im}\,\delta(b)$, $\delta(b) \equiv \delta_l$ ($\mathrm{Im}\,\delta(b)$ считается монотонной функцией в существенной области интегрирования), представим σ_a в виде

$$\sigma_a = \pi \int_0^{\infty} b^2\,[\exp(-4\,\mathrm{Im}\,\delta(b))]\,db = \pi \int_0^{4\mathrm{Im}\,\delta(0)} b^2(t) \exp(-t)\,dt \quad (4\,\mathrm{Im}\,\delta(0) \approx \infty). \tag{3}$$

Отличие суммирования от интегрирования приводит к поправке $\Delta\sigma_a \approx (\pi/12k^2)\,[1 - \exp(-4\,\mathrm{Im}\,\delta(0))]$, которая может не учитываться.

Фазы $\delta(b)$ или практически $\bar\delta(b) = \delta(b) - \delta_c(b)$ ($\delta_c(b)$ – кулоновские фазы, $\mathrm{Im}\,\delta(b) = \mathrm{Im}\,\bar\delta(b)$) первоначально вычисляем методом эйконального разложения, разлагая их квазиклассические выражения по степеням $\bar u$ и r_c ($u_{op}(r) \propto u$, $u_c(r) \propto r_c$). В эйкональном приближении кулоновские величины в $\bar\delta(b)$ отсутствуют. С учетом трех неэйкональных поправок (по оптическому потенциалу – двух) и трех членов разложения (1), получим:

$$\begin{aligned}
&\bar\delta(b) = \delta^{o}(b)\,\{1 + \omega_0 b + \omega_1(b)\,[2\delta^{o}(b)] + \omega_2(b)\,[2\delta^{o}(b)]^2 + \ldots\},\\
&\delta^{o}(b) = (\bar q/\sqrt{8})\,[1 + (3/8)(a/b) + \ldots]\,\exp[-(b - R + r_c)/a - (a/2b)(r_c/a)^2],\\
&\omega_0(b) = (\pi/6)\,\bar\eta^2,\ \omega_1(b) = -A_2/\bar q + \bar\eta,\ \bar q \equiv q(b)\,(1 + r_c/b),\ \bar\eta \equiv \eta(b)\,(1 + r_c/b);\\
&4\delta_I(b) = 4\delta_I^{o}(b)\,\{1 + \omega_0(b) + \omega_1^{a}(b)\,[4\delta_I^{o}(b)] + \omega_2^{a}(b)\,[4\delta_I^{o}(b)]^2 + \ldots\},\\
&\omega_1^{a}(b) = -A_2^{a}/2\bar q_I + \tilde\xi\bar\eta,\ \omega_2^{a}(b) = \sqrt{3}\,[A_3^{a}/6\bar q_I^2 - \tilde A_2^{a}\tilde\xi\bar\eta/\bar q_I - \bar\eta^2(1 - 3\tilde\xi^2)/4],\\
&\tilde\xi \equiv \bar u_R/\bar u_I,\ A_n^{a} \equiv A_{nR} + \tilde\xi A_{nI},\ \tilde A_2^{a} = A_{2R} + A_{2I}(\tilde\xi - 1/\tilde\xi)/2,\ f_R \equiv \mathrm{Re}\,f,\ f_I \equiv \mathrm{Im}\,f.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь учитываются величины $\sim (r_c/a)^{0:1:2:3}$ $(a/b)^{0:1}$ в $\delta^{o}(b)$ и величины $\sim [1/q(b) + \eta(b)]^{1:2} \times [(r_c/a)^{0:1:2} + (a/b)(r_c/a)]$ в $\omega(b)$; при этом величины $\sim [1/q(b) + \eta(b)]^{1:2}$ $(r_c/a)^{1:2}$ в $\omega(b)$ обращаются в нуль *. Так как $\delta_I^{o}(b) \sim 1$, $b \sim R$ в существенной для σ_a области интегрирования, то эффективным параметром эйконального разложения $\delta_I(b)$ по оптическому потенциалу становится $\eta(R)$, а параметром, соответствующим разложению $u_{op}(r)$ (1), $1/q_I(R)$. Кулоновскими параметрами эйконального разложения $\delta_I(b)$ являются r_c/a для $\delta_I^{o}(b)$ и r_c/R для $\omega(b)$.

Для получения более точного и применимого в более широкой области (см. (2)), чем при использовании (4), выражения σ_a и для отказа от формально необходимого жесткого условия $|r_c/a| \sim |u_c(a)| \ll 1$ обобщим метод эйконального разложения. Будем разлагать квазиклассические выражения $\delta(b)$ только по степеням "силы" $\bar u$ оптического потенциала, а кулоновский потенциал будем учитывать квазиклассически. В настоящей работе ограничимся рассмотрением первого члена этого разложения

$$\bar\delta(b) = -(k/2) \int_{b_c}^{\infty} dr\, u_{op}(r)/[1 - u_c(r) - b^2/r^2]^{1/2} + \ldots,\quad b_c = \sqrt{b^2 + \bar r_c^2} + r_c \tag{5}$$

(b_c – точка поворота). Это позволяет получить $\delta^{o}(b)$ в (4) и поправки $\sim (1/q(b))^{1:2}$ в $\omega(b)$ (4), не требуя малости кулоновских величин. При этом

$$\delta^{o}(b) = [q(\tilde b)/\sqrt{8}]\,[(1 + r_c/\tilde b) + (a/8\tilde b)(3 - r_c/\tilde b) + \ldots]\,\exp[-(b_c - R)/a],\quad \tilde b \equiv \sqrt{b^2 + \bar r_c^2}. \tag{6}$$

---

* Среди этих величин есть неэйкональные поправки четвертого порядка: на форму записи $\delta^{o}(b)$ повлиял результат (6); $\omega_2(b)$ в (4) не выписано.

а полученные поправки отличаются от приведенных в (4) заменой b на $\tilde{b}$. Для нэйкональных поправок по оптическому потенциалу, пропорциональных $\eta(b)$, ограничимся их выражением в (4), т.е. кулоновские величины $\sim r_c/b$ в этих поправках будем учитывать только в линейном приближении.

Из (3) – (6) получим выражение для сечения поглощения с учетом величин $\sim [(a/R)^{0;1;2} + (a/R) \times (1/q_I(R))^{1;2}] (r_c/R)^n$ $(n \geqslant 0)$, $(a/R) [\eta(R)^{1;2} + \eta(R)/q_I(R)] (r_c/R)^{0;1}$:

$$\sigma_a = \pi(R^o_a)^2[1 - u_c(R^o_a) + \Omega(R^o_a)] + 2\pi R^o_a(1 - r_c/R^o_a)\Delta R^c_a,$$

$$R^o_a = b_a + \bar{a}\gamma + (a^2/b_a)(\pi^2/12 + 3/8),\ b_a = b_{1a} + (\bar{a}/2)\ln(b_{1a}/R),\ \bar{a} = a(1 + a/2b_{1a}),$$

$$b_{1a} = R + a\ln(\sqrt{2}\,q_I(R)),\ \gamma = 0{,}5772,\ \Omega(R) \equiv -(\bar{a}/R)(1 - r_c/R)\ln(1 - r_c/R) + \tag{7}$$

$$+ (a^2/4R^2)\left\{[\ln(1 - r_c/R) + r_c/R]^2 + (2\pi^2/3 - 1 - r_c/R)(r_c/R)\right\},$$

$$\Delta R^c_a = a\left\{-A^a_2/2\tilde{q}_I - [3(A^a_2)^2 - 4A^a_3/\sqrt{3}]/4\tilde{q}_I^2 + \tilde{\xi}\tilde{\eta} - (\nu' + \nu''\tilde{\xi}^2)\tilde{\eta}^2 - (2\sqrt{3}\,\tilde{A}^a_2 - 3A^a_2)\tilde{\xi}\,\tilde{\eta}/\tilde{q}_I\right\},$$

$$\tilde{q}_I \equiv q_I(b_a)/\sqrt{1 - r_c/b_a},\ \tilde{\eta} \equiv \eta(b_a)/\sqrt{1 - r_c/b_a},\ \nu' \equiv \sqrt{3}/2 - \pi/6,\ \nu'' \equiv 3 - 3\sqrt{3}/2.$$

Поправки, возникающие из-за неэкспоненциальности и нейкональности края оптического потенциала, дают в σ_a вклады $\sim a/Rq_I(R)$, $(a/R)\eta(R)$ с параметрами разложения $\sim 1/q_I(R)$, $\eta(R)$ и $u_c(R)$. В этих поправках и в величинах $\sim (a/R)^2$ в рассматриваемом приближении можно взаимозаменять R^o_a, b_a, b_{1a}. При написании оценок считается $R^o_a \sim R$. Вклад кулоновского взаимодействия в σ_a определяется основной величиной $u_c(R^o_a)$ и поправкой $\Omega(R^o_a) \sim (a/R)u_c(R)$ с параметром разложения $\sim u_c(R)$. Учет распределения заряда, имеющего, например, Вудс – Саксоновский вид (с такими же параметрами R, a, как и в (1)), приводит к замене $\tilde{\xi}$ на $\tilde{\xi} + \Delta u_c/\bar{u}_I$, $\tilde{A}^a_2$ на $\tilde{A}^a_2 - (A^a_2 - 1/4)\Delta u_c/2(\bar{u}_R + \Delta u_c)$, где $\Delta u_c \approx 3(a/R)^2 u_c(R)$ (нерелятивистское приближение), т.е. к малым поправкам $\sim (a/R)^3\eta(R)u_c(R)/u_I \sim (a/R)^2 u_c(R)/q_I(R)$. Сечение σ_a можно представить также в виде:

$$\sigma_a = \pi(R^c_a)^2[1 - u_c(R^c_a) + \Omega(R^o_a)],\ R^c_a = R^o_a + \Delta R^c_a; \tag{8}$$

$$\sigma_a = \pi(\bar{R}^c_a)^2[1 - u_c(\bar{R}^c_a)] \equiv \sigma^{bl}_a(\bar{R}^c_a),\ \bar{R}^c_a = R^c_a + \Delta\bar{R}^c_a,$$

$$\Delta\bar{R}^c_a = -(\bar{a}/2)\ln(1 - r_c/R^o_a) + (a^2/4R^o_a)(r_c/R^o_a)(1 - r_c/R^o_a)[\pi^2/3 - 1/2 + \ln(1 - r_c/R^o_a)]. \tag{9}$$

Радиус R^c_a (8) отличается от соответствующего радиуса в отсутствие кулоновского взаимодействия заменой $q_I(b_a)$, $\eta(b_a)$ на $\tilde{q}_I$, $\tilde{\eta}$. Радиус $\bar{R}^c_a$ (9) дополнительно содержит кулоновские поправки $\sim (a/R)u_c(R)$, которые в рамках эйконального разложения по кулоновскому потенциалу возникают при учете нейкональных поправок первого порядка. Выражение $\sigma_a = \sigma^{bl}_a(\bar{R}^c_a)$ (9), если формально считать $\bar{R}^c_a$ константой, совпадает с сечением поглощения заряженных частиц "черным" ядром радиуса $\bar{R}^c_a$ при учете искривления классических траекторий частиц кулоновским полем ядра. "Чернотельное" выражение $\sigma^{bl}_a(R)$ и его обобщения /3/ неоднократно использовались для описания данных о сечениях реакций с тяжелыми ионами. В σ_a (9) радиус $\bar{R}^c_a$ оказывается зависящим через величины $\sim (a/R)\ln q_I(R)$ и поправки $\sim (a/R)u_c(R)$, $(a/R)\tilde{\eta}$, $(a/R\tilde{q}_I)$ от энергии и оптического потенциала и кроме того – через указанные поправки от кулоновского взаимодействия.

Полученные выражения для сечения реакций применимы при анализе взаимодействия адронов (антинуклонов, мезонов) средней энергии и тяжелых ионов с ядрами.

Автор благодарит Г.М. Ваградова и Д.А. Заикина за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Johnson M.B., Bethe H.A. Comments Nucl. Phys., **8**, 75 (1978); Germond J.F., Johnson M.B. Phys. Rev., **C22**, 1622 (1980).
2. Беляк В.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 43 (1986); № 5, 3 (1987); № 4, 15 (1988). Изв. АН СССР, сер. физ., **53**, 991 (1989).
3. Блат Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика, ИИЛ, 1954; Беляк В.И. Ядерная физика, **29**, 50 (1979); Изв. АН СССР, сер. физ., **43**, 2429 (1979).

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию 28 июля 1989 г.