Краткие сообщения по физике № 11-1989 г.

УДК 517.535

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СОЛИТОНА В СВЕТОВОДЕ С ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

В.А. Андреев, М.В. Бурова

В первом порядке теории возмущений решена задача о взаимодействии солитона, движущегося в световоде, с локальной особенностью.

Распространение электромагнитного импульса в оптическом волокне описывается уравнением /1, 2/

$$i\partial u/\partial z + \gamma \partial^2 u/\partial \tau^2 + 2\kappa\, |u|^2 u = 0. \tag{1}$$

Коэффициенты γ, κ характеризуют дисперсионные и нелинейные свойства среды, z – координата вдоль волокна, $\tau = t - z/v_g$, t – время, v_g – групповая скорость. Предположим, что в волокне в точке $z = z_0$ имеется неоднородность, ослабляющая или усиливающая импульс при прохождении через нее. Это отвечает неоднородному уравнению вида

$$i\partial u/\partial z + \gamma \partial^2 u/\partial \tau^2 + 2\kappa\, |u|^2 u = i\epsilon\delta(z - z_0). \tag{2}$$

Решаем его с помощью теории возмущений, развитой для метода обратной задачи рассеяния /3–5/. В методике обратной задачи решение $u(z, \tau)$ уравнения (2) при фиксированном z интерпретируется как потенциал в некотором линейном дифференциальном уравнении. Этому потенциалу соответствует матрица рассеяния. Ее элементы $a(\lambda, z)$, $b(\lambda, z)$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{gathered}\partial a(\lambda, z)/\partial z = i\epsilon\,[a(\lambda, z)\,\widetilde{\alpha}(\lambda, \lambda, z) + b(\lambda, z)\,\alpha(\lambda, \lambda, z)]\,,\\ \partial b(\lambda, z)/\partial z = 4i\lambda^2 b + i\epsilon\,[a(\lambda, z)\,\overline{\alpha}(\lambda, \lambda, z) - b(\lambda, z)\,\widetilde{\alpha}(\lambda, \lambda, z)]\,.\end{gathered} \tag{3}$$

Коэффициенты α, $\overline{\alpha}$, $\widetilde{\alpha}$ выражаются через решения невозмущенного уравнения (1) и соответствующие этому решению функции Йоста линейного дифференциального уравнения. Так определенная система (3) соответствует первому порядку теории возмущений по параметру ϵ ($\epsilon \ll 1$). Для односолитонного решения уравнения (1)

$$u = 2i\eta e^{i\varphi}\, \mathrm{ch}^{-1}\Delta, \quad \lambda = \xi + i\eta, \quad \varphi = -2\xi\tau - 4(\xi^2 - \eta^2)z - \varphi_0, \quad \Delta = 2\eta(\tau - \tau_0) + 8\xi\eta z. \tag{4}$$

Коэффициенты α, $\widetilde{\alpha}$, γ имеют вид $\alpha = \beta e^{i\sigma z}\,\delta(z - z_0)$, $\widetilde{\alpha} = \gamma\delta(z - z_0)$, $\gamma = -4\eta(\lambda - \xi_1)/|\lambda - \overline{\lambda}_1|^2$, где $\beta =$
$$= -\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda - \overline{\lambda}_1}\;\frac{i\pi\overline{b}_0 \exp[2i(\lambda - \overline{\lambda}_1)\tau_0]}{\mathrm{ch}[\pi(\lambda - \xi_1)/2\eta_1]}\,, \quad \sigma = -4(\overline{\lambda}_1)^2 - 8\xi(\lambda - \overline{\lambda}_1).$$

Проинтегрируем систему (3), учитывая что $a(z_0) = (1/2)(a_{+\infty} + a_{-\infty})$, $b(z_0) = (1/2)b_{+\infty}$, $a_{-\infty} = (\lambda - \lambda_1)/(\lambda - \overline{\lambda}_1)$, $b_{-\infty} \equiv 0$. Получим:

$$a = (1 + i\epsilon\gamma)a_{-\infty}\Theta(z - z_0) + a_{-\infty}\,\Theta(z_0 - z),$$
$$b = i\epsilon\bar{\beta}\, e^{-ik_0 t}\, a_{-\infty}\,\Theta(z - z_0)e^{4i\lambda z}. \qquad (5)$$

Солитонам отвечают нули функции $a(\lambda)$, лежащие в верхней полуплоскости комплексной переменной λ. Солитону невозмущенного уравнения (1) соответствует $a_{-\infty}$, имеющая нуль в точке $\lambda = \lambda_1 = \xi_1 + i\eta_1$. После взаимодействия с возмущением нуль функции $a(\lambda)$ сдвигается в точку

$$\lambda_1^{\epsilon} = \xi_1 + i\eta_1(1 + \epsilon). \qquad (6)$$

В зависимости от знака ϵ нуль функции $a(\lambda)$ сдвигается вверх или вниз в плоскости λ. Соответственно изменяется и энергия солитона. При взаимодействии с возмущением часть энергии солитона переходит в непрерывный спектр, характеризующийся коэффициентом отражения $r(\lambda) = b(\lambda)/a(\lambda)$. За счет дисперсии эта энергия равномерно распределяется вдоль оптического волокна. В данной работе вклад непрерывного спектра не учитывается. Чисто солитонное решение уравнения (2) в первом порядке теории возмущений имеет вид

$$u = 2i\eta_1 e^{i\varphi}\,\mathrm{ch}^{-1}\Delta\Theta(z_0 - z) + 2i\eta_1(1 + \epsilon)\exp\left[-2i\tau\xi_1 - 4i(\xi_1^2 - \eta_1^2)(1 + 2\epsilon)z - \right.$$
$$\left. - i\varphi_0 - i\Delta_\varphi\right]\mathrm{ch}^{-1}\left[2\eta(1 + \epsilon)(\tau - \tau_0 + 4\xi_1 z)\right]\Theta(z - z_0). \qquad (7)$$

Если в световоде имеется не одна неоднородность, а несколько, то есть правая часть в уравнении (2) имеет вид $i\sum_n \epsilon_n\delta(z - z_n)$, причем точки z_n расположены достаточно далеко друг от друга, то суммарный сдвиг параметра η_1 равен сумме сдвигов, соответствующих различным неоднородностям: $\xi + i\eta \to \xi + i\eta(1 + \sum_n \epsilon_n)$.

Сравним полученные результаты с результатами фазовой диффузионной модели /6/. В этой модели предполагается, что фаза ϕ солитона, движущегося вдоль световода, меняется по закону $\dot{\phi} = F(t)$, где F — случайная ланжевеновская δ-коррелированная сила: $\langle F(t)\rangle = 0$, $\langle F(t)F(t')\rangle = 2\Gamma\delta(t - t')$. В /6/ показано, что в результате такого случайного воздействия функция $b(\lambda)$ не меняется, а нули функции $a(\lambda)$ сдвигаются на $-i\Gamma/2$:

$$\lambda = \xi + i\eta \to \lambda^{\Gamma} = \xi + i(\eta - \Gamma/2). \qquad (8)$$

Преобразование (8) аналогично преобразованию (6) параметров солитонов за счет взаимодействия с точечной неоднородностью. Такие неоднородности, учитываемые правой частью уравнения (2), по своему воздействию на солитоны эквивалентны случайной ланжевеновской δ-коррелированной силе, меняющей фазу солитона. Однако между этими двумя воздействиями имеется и различие: при взаимодействии неоднородностей, описываемых правой частью уравнения (2), с солитоном возникает непрерывный спектр, описываемый коэффициентом отражения $r(\lambda) = b(\lambda)/a(\lambda)$; при воздействии на солитон случайной ланжевеновской силы непрерывного спектра не возникает, так как $\langle b(\lambda)\rangle = 0$.

Авторы благодарны В.А. Щеглову за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hasegava A., Tappert F. Appl. Phys. Lett., **23**, 142 (1973).
2. Абдуллаев Ф.Х., Дарманян С.А., Хабибуллаев П.К. Оптические солитоны, Ташкент, ФАН, 1987.
3. Карпман В.И., Маслов Е.П. ЖЭТФ, **73**, 538 (1977).
4. Kaup D.J., Newell A.S. Proc. Roy. Soc., **A361**, 413 (1978).
5. Kaup D.J. Phys. Rev. B, **29**, 1072 (1984).
6. Elgin J.N., Kaup D.J. Opt. Commun., **43**, 233 (1982).

Поступила в редакцию 1 августа 1989 г.