

КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ МИКРОКАПЕЛЬ КАПЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА В ЛИНЕЙНО НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

С. Н. Андреев¹, Д. Н. Габышев²

Рассмотрены силы, действующие на свободно левитирующие микрокапли воды в структуре, обнаруженной 15 лет назад и получившей наименование капельного кластера (А. А. Федорев, 2004). Показано, что в нём могут иметь место низкочастотные вертикальные затухающие колебания микрокапель около положения равновесия, присутствующие и при мгновенном включении внешнего электрического поля. Данные колебания рассмотрены с точки зрения анализа Фурье.

Ключевые слова: капельный кластер, двумерный аэрозоль, электрическое поле, поляризация, электрический заряд, КАРАТ, анализ Фурье.

1. *Введение.* В 1971 г. В. Шефер [1], рассматривая туман над нагретой поверхностью воды, указал на присутствие в нём микроскопических капелек, взвешенных из-за равновесия давления восходящего паровоздушного потока и силы тяжести. Если сузить слой воды до субмиллиметровой толщины, а область нагрева локализовать в круге порядка 1 мм в диаметре, то взвешенные микрокапли стянутся в преимущественно гексагонально упорядоченную монослойную структуру – капельный кластер [2]. Характерный радиус R левитирующих микрокапель в этом “двумерном аэрозоле” составляет десятки микрометров, как и их высота H над водным слоем. Кластер стал удобным средством для пролонгированного наблюдения за микрокаплями на масштабах минут. Заземление кюветы с водой в экспериментах не влияло на стабильность кластера, поэтому электростатический механизм некоалесценции микрокапель был отброшен [3].

Единственной экспериментальной работой по воздействию электростатического поля на капельный кластер пока является статья научной группы из ИКЗ СО РАН [4].

¹ ИОФ РАН, 119991 Россия, Москва, ул. Вавилова, 38.

² Тюменский государственный университет, 625003 Россия, Тюмень, ул. Володарского, 6; e-mail: gabyshev-dmitrij@rambler.ru, d.n.gabyshev@utmn.ru.

В ней поляризацией микрокапель кластера пренебрегали, а все эффекты объяснялись в рамках плазменно-пылевой гипотезы с предположением о наличии положительного заряда на микрокаплях. Погрешность определения величины напряженности E составляла $\pm 50\%$ [5], что огрубляет полученную в [4] оценку заряда (10^3 ед. эл. заряда). Трактовка кластера в плазменно-пылевой парадигме была встречена неоднозначно [6]. Кроме того, есть модели, не требующие наличия начального заряда капель [7]. Нами были проведены расчёты простейшей конфигурации электродов, похожей на использованную в [4]: вертикальный тонкий проводящий стержень над кластером служил первым электродом, а слой испаряющейся воды толщиной 300 мкм был налит на тонкую проводящую плёнку, служившую вторым электродом. Водяной кластер моделировался в виде трех круглых капель радиусом 50 мкм с диэлектрической проницаемостью воды при 93 °С, равной 57. Конструкция электродов такова, что потенциал 500 В подается на верхний электрод, а нижний заземляется (межэлектродное расстояние 1.5 мм). Как аналитические [8], так и численные расчеты с помощью программного кода KARAT (рис. 1) показали, что электрическое поле с напряженностью около $E_0 = -(2...5) \cdot 10^5$ В/м в области кластера обладает большой неоднородностью, следовательно, поляризация микрокапель не мала. Это важно потому, что заряд влияет на кинетику конденсационного роста [9], что, в свою очередь, надо учитывать при моделировании роста аэрозольных и облачных элементов в электрическом поле на базе технологии капельного кластера. В связи с вышеуказанной дискуссией рассмотрим механическое движение левитирующих микрокапель в капельном кластере с учетом как их заряда, так и поляризации.

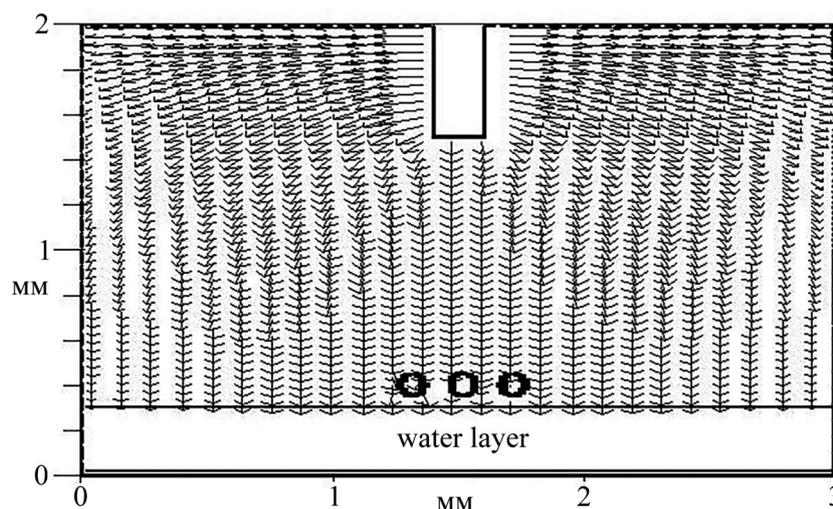


Рис. 1: Расчёт электростатического поля вблизи капельного кластера.

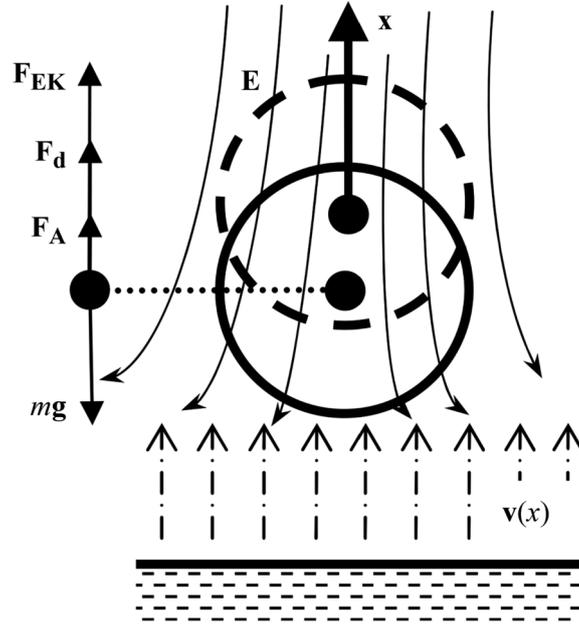


Рис. 2: Левитирующая микрокапля с начальным отклонением вниз.

2. Свободно левитирующая микрокапля в электрическом поле. Второй закон Ньютона для свободно левитирующей микрокапли (рис. 2):

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g} + \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_{EK}, \quad (1)$$

где $m\mathbf{g}$ – сила тяжести капли, \mathbf{F}_d – сила со стороны восходящего паровоздушного потока [8], \mathbf{F}_{EK} – электрокинетическая сила, равная сумме электрофоретической \mathbf{F}_{EP} и диэлектрофоретической \mathbf{F}_{DP} сил [11], \mathbf{F} – сила равнодействующая. Сила Архимеда \mathbf{F}_A для тела, ускоренно движущегося в потоке паровоздушной смеси плотностью ρ_v [10]:

$$\mathbf{F}_A = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_v \left(\mathbf{g} - \frac{\ddot{\mathbf{x}}}{2} \right).$$

Выберем систему отсчета, в которой капля в среднем покоится в отсутствие электрического поля, ось x направим вверх. Скорость потока возьмём в линейном приближении $v = v_0(1 + kx)$, $k < 0$. Электрическое поле вблизи нуля и микрокапли возьмём также линейным $E = E_0(1 + \lambda x)$, а включать его будем мгновенно. Для расчета силы \mathbf{F}_{DP} достаточно ограничиться нулевым мультипольным приближением. Дипольный момент сферических микрокапель рассчитывается посредством формулы Ланжевена–Дебая. Силу \mathbf{F}_{EK} для удобства направим вверх.

Выражение (1) в проекции на ось x после группировки слагаемых, введения безразмерных координаты и времени

$$X = \frac{x}{R}, \quad \tau = t \sqrt{\frac{K \alpha_1 v_0}{\tilde{h}}},$$

а также деления на коэффициент при старшей производной приводится к виду [8]:

$$0 = \frac{d^2 X}{d\tau^2} + \frac{dX}{d\tau} \sqrt{\frac{\tilde{h} K \alpha_1}{v_0}} \left(1 + \frac{R \alpha_2}{\tilde{h} + R X} \right) - (1 + k R X) \frac{\tilde{h}}{R} \left(1 + \frac{R \alpha_2}{\tilde{h} + R X} \right) + \frac{\tilde{h}}{K \alpha_1 v_0 R} \frac{\rho_w - \rho_v}{\rho_w + \frac{\rho_v}{2}} g + \frac{3\tilde{h}}{K \alpha_1 v_0 R} \frac{1}{\rho_w + \frac{\rho_v}{2}} \left\{ -\frac{q E_0}{4\pi R^3} (1 + \lambda R X) - \varepsilon_0 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \lambda E_0^2 (1 + \lambda R X) \right\}, \quad (2)$$

где $\mu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ – динамическая вязкость восходящей паровоздушной смеси, ρ_w – плотность воды, $q = q_e z$ – собственный заряд микрокапли, кратный элементарному заряду q_e , и здесь для удобства обозначено

$$\tilde{h} \stackrel{\text{def}}{=} H - R + \alpha_3, \quad K \stackrel{\text{def}}{=} \left(\rho_w + \frac{\rho_v}{2} \right)^{-1} \frac{9\mu}{2R^2}.$$

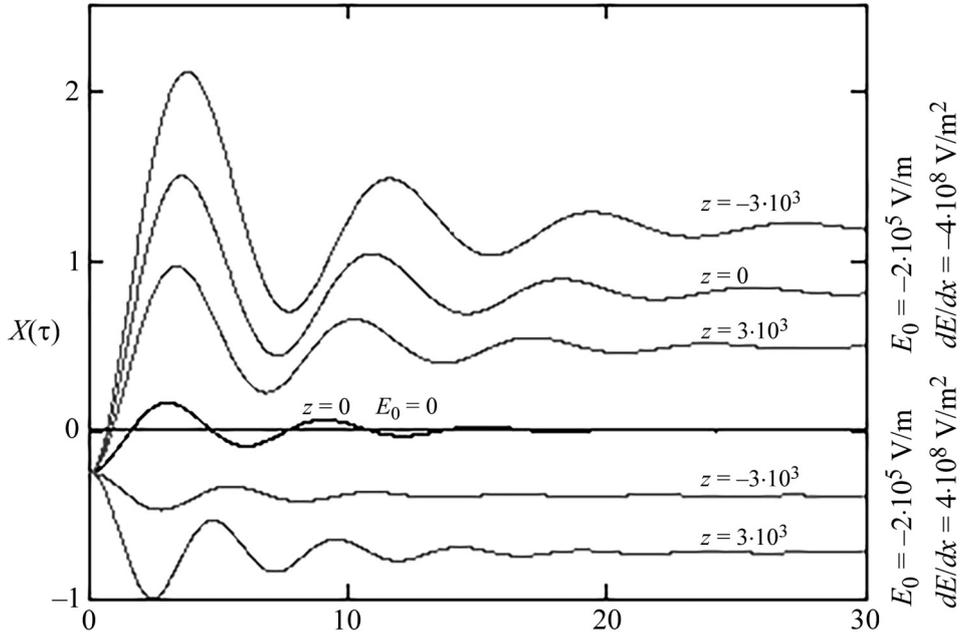


Рис. 3: Зависимость X от τ при начальном отклонении $X = -0.25$. Черная кривая – в отсутствие поля, серые – в присутствии [8].

Для численного решения (рис. 3) примем $H = 100 \text{ мкм}$, $v_0 = 0.1 \text{ м/с}$, $\rho_v = 1.01 \text{ кг/м}^3$. Равновесный радиус $R = 32 \text{ мкм}$ для высоты H в отсутствие поля отыскивается из

(2) при X , равном нулю со своими 1-й и 2-й производными (равновесное положение). Из [12] берем среднее экспериментальное значение $k = -6 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$. Согласно [8] при температуре $92.8 \text{ }^\circ\text{C}$ имеют место числовые коэффициенты $\alpha_2 = 1.061$, $\alpha_3 = 5.568 \times 10^{-6} \text{ м}$, а также

$$\alpha_1 = \frac{2g(\rho_w - \rho_v)}{9\mu\nu_0 A_1}, \quad \text{где } A_1 = 1.433 \cdot 10^9 \text{ м}^{-2}$$

с коэффициентом корреляции 0.9811. Плотность $\rho_w = 963.4 \text{ кг/м}^3$ при $92.8 \text{ }^\circ\text{C}$.

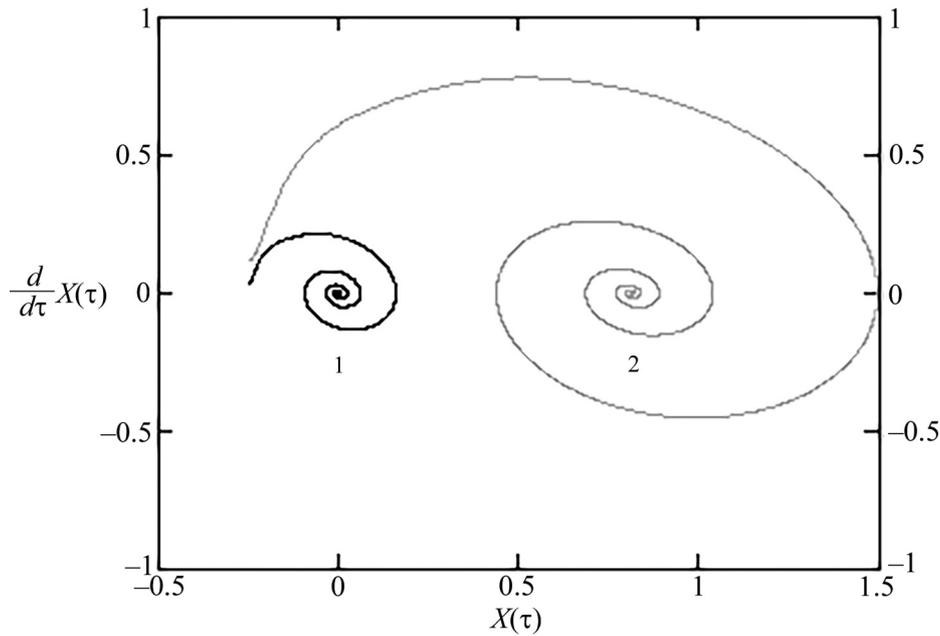


Рис. 4: Фазовый портрет функции $X(\tau)$ при начальном отклонении $X = -0.25$ и $z = 0$ в отсутствие поля (1) и в присутствии (2).

3. Анализ решения. Фазовый портрет функции $X(\tau)$ имеет характерный устойчивый фокус, который сдвигается при включении электрического поля (рис. 4). Если сила $\mathbf{F}_{\text{ЭК}}$ преодолевает силу тяжести капли, то фокус, вообще говоря, устремляется в бесконечность. Если поле, напротив, приводит к коалесценции, то тогда внешний виток фазовой спирали должен пересечь точку с координатой поверхности воды. Быстрое преобразование Фурье – функции $X(\tau)$ в одной из систем компьютерной алгебры приведено на рис. 5, 6. Размытые пики амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) показывают, что колебания затухают сильно и подчиняются далеко не одной резонансной гармонике, но велика роль ближайших к ней по частоте гармоник, обуславливающих размытие. Это приводит к тому, что фазочастотная характеристика (ФЧХ) вблизи резонанса меняется круто, а на резонансной частоте даёт отличную от нуля фазу, несмотря на то,

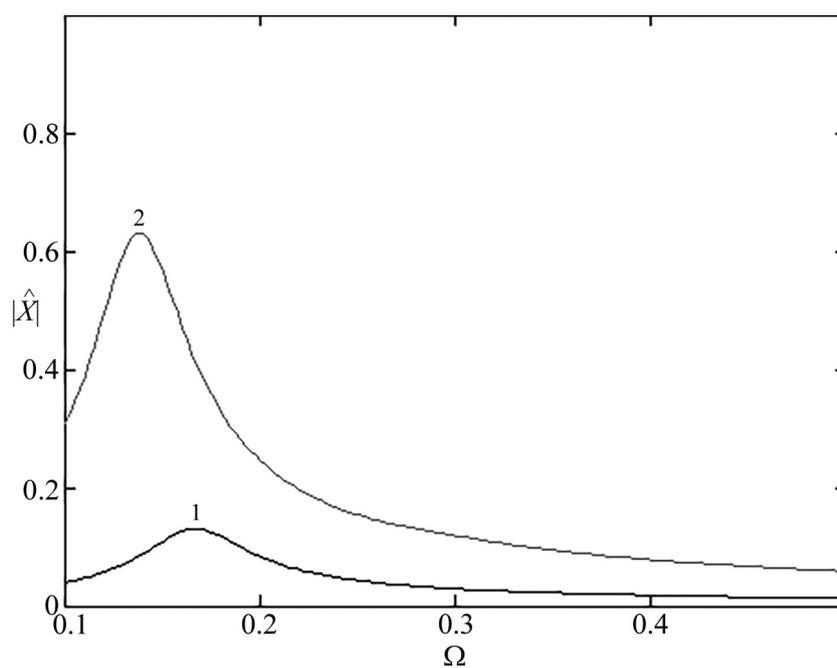


Рис. 5: АЧХ функции $X(\tau)$ при начальном отклонении $X = -0.25$ и заряде $z = 0$ в отсутствие поля (1) и в присутствии (2).

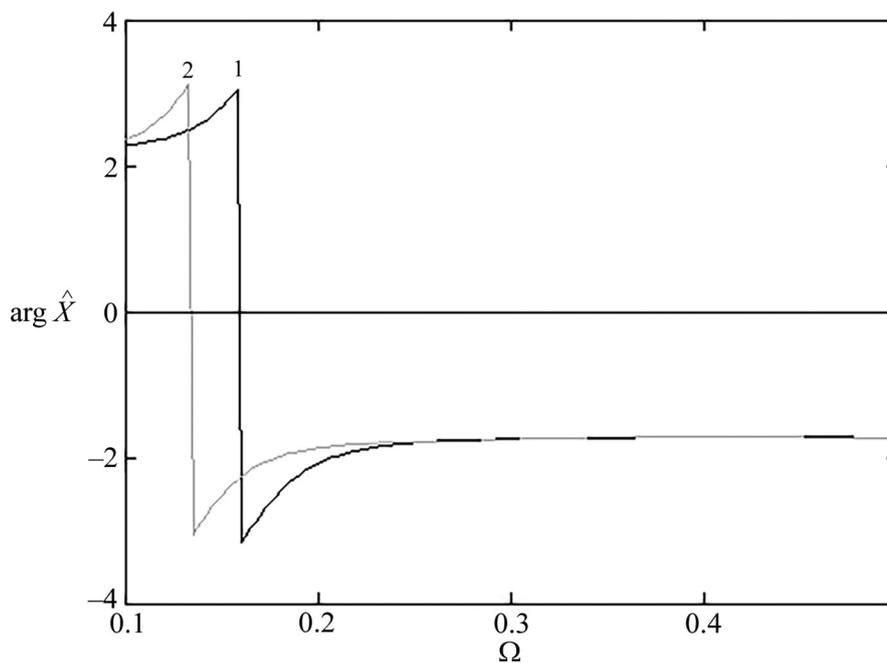


Рис. 6: ФЧХ функции $X(\tau)$ при начальном отклонении $X = -0.25$ и заряде $z = 0$ в отсутствие поля (1) и в присутствии (2).

что согласно рис. 3 фаза главного косинуса в нуле ожидалась равной нулю. При включении электрического поля спектральный пик смещается в сторону меньших частот, ФЧХ тоже сдвигается влево и немного деформируется.

4. *Выводы.* Вертикальное движение микрокапли капельного кластера, умеренно смещенной относительно положения равновесия, должно принимать характер нелинейных затухающих колебаний с периодом, близким к инфразвуку. Частота и декремент колебаний чувствительны к параметрам подстилающего каплю паровоздушного потока и величине внешнего электрического поля [8]. Знак и величина электрического заряда микрокапель до определенной величины слабо влияют на колебания в сильно неоднородном поле (рис. 3). Судя по всему, колебания в экспериментальных условиях могут быть вызваны искусственно с помощью электродинамического резонанса или интенсивной акустической волны, распространяющейся вдоль x . При отсутствии внешнего возбуждения колебания могли бы возникать при частичном коллапсе кластера по механизму капиллярных волн [13], однако до сих пор предметные поисковые наблюдения являлись затруднительными.

Д. Н. Габышев благодарит к.ф.-м.н. Н. Е. Актаева за обсуждение математического аппарата. Пункт 1 настоящего исследования был выполнен при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Госзадание № 3.12801.2018/12.2). Пункты 2–4 настоящего исследования были выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-38-00232 мол_а.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] V. J. Schaefer, Am. Sci. **59**, 534 (1971).
- [2] А. А. Федорец, Письма в ЖЭТФ **79**, 457 (2004).
- [3] А. А. Федорец, Письма в ЖЭТФ **81**, 551 (2005).
- [4] A. V. Shavlov et al., Phys. Lett. A **376**, 39 (2011), doi: 10.1016/j.physleta.2011.10.032
- [5] В. А. Джуманджи, Диссертация на соискание степени к.ф.-м.н. (Главная геофизическая обсерватория им. А.И. Воейкова, СПб, 2013), стр. 8. <http://www.voeikovmgo.ru/download/aspirantura/Djumanji.pdf>.
- [6] А. В. Филиппов и др., ЖЭТФ **148**, 1039 (2015).
- [7] В. А. Саранин, ЖТФ **68**(2), 16 (1998).
- [8] D. N. Gabyshev, Phys. Wave Phenom. **26**(3), 221 (2018).

- [9] М. А. Леонтович, *Введение в термодинамику. Статистическая физика* (М., Наука, 1983).
- [10] С. Н. Манида, *Физика. Решение задач повышенной сложности: по материалам городских олимпиад школьников* (СПб., Изд-во СПбГУ, 2004), с. 10, 398.
- [11] M. Esseling, *Photorefractive Optoelectronic Tweezers and Their Applications* (Springer, 2015), sec. 2, p. 13, doi: 10.1007/978-3-319-09318-5
- [12] А. А. Федорец, Письма в ЖТФ **38**(21), 63 (2012).
- [13] А. А. Федорец и др., Письма в ЖЭТФ **99**(5), 307 (2014).

Поступила в редакцию 26 июня 2018 г.