

КОНДЕНСАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Н. Е. Молевич^{1,2}, С. Ю. Пичугин¹, Д. С. Рящиков^{1,2}, Д. И. Завершинский^{1,2}

Рассмотрены условия возникновения конденсационной неустойчивости в тепловыделяющей частично ионизованной плазме, находящейся во внешнем магнитном поле с вектором индукции, перпендикулярным направлению, вдоль которого происходят возмущения. Получены линейные уравнения, описывающие динамику изобарических возмущений в двухжидкостной модели плазмы. С помощью этих уравнений выведено дисперсионное соотношение для конденсационных мод и произведены расчеты их временных инкрементов для различных значений степени ионизации плазмы и величины магнитного поля.

Ключевые слова: частично ионизованная плазма, магнитное поле, тепловыделение, изобарическая неустойчивость, конденсационная мода.

Частично ионизованная плазма встречается во Вселенной во многих различных астрофизических средах. Например, такая среда составляет основной компонент планетных ионосфер, нижней солнечной атмосферы и протуберанцев, молекулярных облаков межзвездной среды. В [1] представлен обзор физики частично ионизованной плазмы, включая недавние достижения в различных астрофизических областях, в которых частичная ионизация играет фундаментальную роль. Дисбаланс процессов тепловыделения и радиационного охлаждения приводит к возникновению в таких средах тепловых неустойчивостей, нелинейная стадия развития которых приводит к формированию различных пространственных или пространственно-временных структур при изобарической или изоэнтропической тепловых неустойчивостях, соответственно [2–5]. Изобарическая неустойчивость отвечает за рост конденсаций в среде (конденсационная мода).

¹ Самарский филиал ФИАН, 443011 Россия, Самара, ул. Ново-Садовая, 221; e-mail: theor@fian.smr.ru.

² Самарский университет, 443086 Россия, Самара, Московское ш., 34.

В [6] нами было исследовано влияние внешнего магнитного поля и частоты нейтральных соударений на развитие конденсационной моды в ионной компоненте слабоионизованного газа. При этом использовалась так называемая двухжидкостная модель магнитной газодинамики, в которой плазма может быть представлена как смесь двух компонент – ионной и нейтральной, причем ионная компонента объединяет электроны и ионы [7]. В настоящей работе с помощью двухжидкостной модели магнитной газодинамики исследуется конденсационная неустойчивость ионной и нейтральной компонент тепловыделяющей плазмы с произвольной степенью ионизации. Предполагается, что вектор индукции магнитного поля перпендикулярен направлению, вдоль которого исследовались возмущения параметров плазмы.

Система магнитогазодинамических уравнений для ионной компоненты в частично ионизованной плазме с источником тепловыделения выглядит следующим образом [7, 8]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= \text{rot}[\vec{V}_i \times \vec{B}]; \quad \text{div} \vec{B} = 0; \quad \rho_i \left(\frac{\partial \vec{V}_i}{\partial t} + \vec{V}_i \nabla \vec{V}_i \right) = -\nabla P_i - \rho_n v_{n,i} (\vec{V}_i - \vec{V}_n) - \frac{1}{4\pi} \vec{B} \times \text{rot} \vec{B}; \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla(\rho_i \vec{V}_i) &= 0; \\ C_{V\infty i} \rho_i \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + \vec{V}_i \nabla T_i \right) - \frac{k_B T_i}{m_i} \left(\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \vec{V}_i \nabla \rho_i \right) &= -\rho_i W_i(\rho_i, T_i) + \nabla(K_i \nabla T_i); \quad (1) \\ P_i &= \frac{k_B T_i \rho_i}{m_i}. \end{aligned}$$

Эту систему необходимо дополнить газодинамическими уравнениями для нейтральной компоненты:

$$\begin{aligned} \rho_n \left(\frac{\partial \vec{V}_n}{\partial t} + \vec{V}_n \nabla \vec{V}_n \right) &= -\nabla P_n - \rho_n v_{n,i} (\vec{V}_n - \vec{V}_i); \quad \frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla(\rho_n \vec{V}_n) = 0; \\ C_{V\infty n} \rho_n \left(\frac{\partial T_n}{\partial t} + \vec{V}_n \nabla T_n \right) - \frac{k_B T_n}{m_n} \left(\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \vec{V}_n \nabla \rho_n \right) &= -\rho_n W_n(\rho_n, T_n) + \nabla(K_n \nabla T_n); \\ P_n &= \frac{k_B T_n \rho_n}{m_n}. \quad (2) \end{aligned}$$

В (1)–(2) переменные с индексом “*i*” – это параметры ионной компоненты, а переменные с индексом “*n*” – параметры нейтральной компоненты, ρ , T , P – плотность, температура и давление соответственно, \vec{V} , \vec{B} – вектора скорости и индукции магнитного поля, k_B – постоянная Больцмана, $C_{V\infty i}$, $C_{V\infty n}$ – высокочастотные теплоёмкости

при постоянном объеме, m_i, m_n – средние молекулярные массы ионной и нейтральной компоненты, $\nu_{n,i}$ – частота нейтрально-ионных столкновений, причем $\nu_{n,i} = \Omega_{n,i}\rho_i$ ($\Omega_{n,i} = \langle \sigma v \rangle / (m_i + m_n)$) – константа скорости соударений на единицу массы, σ – сечение ионно-нейтральных столкновений, v – относительная скорость между частицами ионной и нейтральной компоненты), K_i, K_n – коэффициенты теплопроводности, $W_i(\rho_i, T_i)$, $W_n(\rho_n, T_n)$ – функции, описывающие тепловые потери для ионной и нейтральной компоненты, при этом $W(\rho, T) = L(\rho, T) - Q(\rho, T)$, где $Q(\rho, T)$ – удельная мощность нагрева, а $L(\rho, T)$ – удельная мощность охлаждения. При записи уравнений (1)–(2) пренебрегалось влиянием диссипативных процессов, обусловленных наличием вязкости и конечной проводимости, а также влиянием теплопередачи между нейтральной и ионной компонентами.

Будем решать уравнения (1)–(2), используя методы теории возмущений. Предполагаем, что в начальный момент среда не движется. Запишем следующие разложения:

$$\rho_i = \rho_{i0} + \tilde{\rho}_i, \quad \rho_n = \rho_{n0} + \tilde{\rho}_n, \quad \vec{V}_i = \vec{V}_i, \quad \vec{V}_n = \vec{V}_n,$$

$$T_i = T_{i0} + \tilde{T}_i, \quad T_n = T_{n0} + \tilde{T}_n, \quad P_i = P_{i0} + \tilde{P}_i, \quad P_n = P_{n0} + \tilde{P}_n, \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \tilde{\vec{B}}, \quad (3)$$

где $\tilde{\rho}_{i,n}/\rho_{i0,n0} \sim \tilde{T}_{i,n}/T_{i0,n0} \sim \tilde{P}_{i,n}/P_{i0,n0} \sim |\tilde{V}_{i,n}|/c_{\infty i, \infty n} \sim |\tilde{B}|/|\vec{B}_0| \sim \varepsilon \ll 1$, $c_{\infty i}, c_{\infty n}$ – высокочастотные скорости звука (см. ниже). В дальнейшем будем проводить исследования в декартовой системе координат x, y, z . При этом будем считать, что вектор индукции стационарного магнитного поля перпендикулярен оси z . Далее будем рассматривать динамику возмущений только вдоль оси z . Таким образом, зависимостями от x и y можно пренебречь ($\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$). Также учтем, что в стационарных условиях для обеих компонент отток энергии уравновешен притоком тепла (т.е. $W_i(\rho_{i0}, T_{i0}) = 0$, $W_n(\rho_{n0}, T_{n0}) = 0$). Если теперь подставить выражения (3) в уравнения (1)–(2) и ограничиться только членами первого порядка малости, то можно получить следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \tau_i C_{V\infty i} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial t^2} - (c_{\infty i}^2 + c_a^2) \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial z^2} + \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] + \\ & + C_{V0i} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial t^2} - (c_{0i}^2 + c_a^2) \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial z^2} + \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] - \\ & - \frac{K_{i0} \tau_i}{\rho_{i0}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial t^2} - \left(\frac{k_B T_{i0}}{m_i} + c_a^2 \right) \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_i}{\partial z^2} + \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] = 0, \quad (4) \\ & \tau_n C_{V\infty n} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial t^2} - c_{\infty n}^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial z^2} - \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +C_{V0n} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial t^2} - c_{0n}^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial z^2} - \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] - \\
& - \frac{K_{n0} \tau_n}{\rho_{n0}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left[\frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial t^2} - \frac{k_B T_{n0}}{m_n} \frac{\partial^2 \tilde{\rho}_n}{\partial z^2} - \Omega_{n,i} \rho_{n0} \left(\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} - \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} \frac{\partial \tilde{\rho}_n}{\partial t} \right) \right] = 0, \quad (5)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
c_a^2 &= \frac{B_0^2}{4\pi \rho_{i0}}, \quad c_{\infty i}^2 = \gamma_{\infty} \frac{k_B T_{i0}}{m_i}, \quad c_{\infty n}^2 = \gamma_{\infty} \frac{k_B T_{n0}}{m_n}, \quad c_{0i}^2 = \gamma_{0i} \frac{k_B T_{i0}}{m_i}, \quad c_{0n}^2 = \gamma_{0n} \frac{k_B T_{n0}}{m_n}, \\
\tau_i &= \frac{k_B T_{i0}}{m_i Q_{i0}}, \quad \tau_n = \frac{k_B T_{n0}}{m_n Q_{n0}}, \quad \gamma_{\infty} = \frac{C_{P\infty i}}{C_{V\infty i}} = \frac{C_{P\infty n}}{C_{V\infty n}}, \quad \gamma_{0i} = \frac{C_{P0i}}{C_{V0i}}, \quad \gamma_{0n} = \frac{C_{P0n}}{C_{V0n}}, \\
C_{V0i} &= \frac{k_B W_{0Ti}}{m_i}, \quad C_{P0i} = \frac{k_B (W_{0Ti} - W_{0\rho i})}{m_i}, \quad C_{V0n} = \frac{k_B W_{0Tn}}{m_n}, \quad C_{P0n} = \frac{k_B (W_{0Tn} - W_{0\rho n})}{m_n}, \\
W_{0Ti} &= \frac{T_{i0}}{Q_{i0}} \left(\frac{\partial W_i}{\partial T_i} \right)_0, \quad W_{0\rho i} = \frac{\rho_{i0}}{Q_{i0}} \left(\frac{\partial W_i}{\partial \rho_i} \right)_0, \quad W_{0Tn} = \frac{T_{n0}}{Q_{n0}} \left(\frac{\partial W_n}{\partial T_n} \right)_0, \quad W_{0\rho n} = \frac{\rho_{n0}}{Q_{n0}} \left(\frac{\partial W_n}{\partial \rho_n} \right)_0.
\end{aligned}$$

Здесь величины $C_{P\infty i} = C_{V\infty i} + k_B/m_i$, $C_{P\infty n} = C_{V\infty n} + k_B/m_n$ – высокочастотные теплоёмкости ионной и нейтральной компоненты при постоянном давлении, C_{V0i} , C_{P0i} и C_{V0n} , C_{P0n} – эффективные низкочастотные теплоёмкости ионной и нейтральной компоненты при постоянном объеме и давлении в тепловыделяющей среде [4, 9, 10]. Также введены обозначения для скоростей волн: $c_{\infty i}$, $c_{\infty n}$ – высокочастотные скорости звука в ионной и нейтральной компоненте, соответственно, c_a – скорость альфвеновских волн. Величины τ_i и τ_n – характерные времена нагрева ионной и нейтральной компоненты, при расчете которых считается $Q_{i0} = Q_i(\rho_{i0}, T_{i0})$, $Q_{n0} = Q_n(\rho_{n0}, T_{n0})$. В (4)–(5) $K_{n0} = K_n(T_n = T_{n0})$, $K_{i0} = K_{iN}(T_i = T_{i0})$, где K_{iN} – коэффициент теплопроводности ионной компоненты в направлении, перпендикулярном вектору магнитного поля.

Линейные уравнения (4) и (5) описывают динамику малых возмущений в ионной и нейтральной компонентах тепловыделяющей частично ионизованной плазмы, находящейся во внешнем магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен оси z . Благодаря учету столкновений ионов с нейтралами эти уравнения являются связанными.

Решения уравнений (4)–(5), описывающие конденсационные моды, имеют вид:

$$\tilde{\rho}_i = A_i \exp(nt + ikz), \quad \tilde{\rho}_n = A_n \exp(nt + ikz), \quad (6)$$

где n – временной декремент/инкремент, k – волновое число. Подстановка в (4) и (5) этих выражений позволяет получить следующее дисперсионное соотношение для конденсационных мод в частично ионизованной тепловыделяющей плазме:

$$D_i(n, k) D_n(n, k) = -\frac{n}{k^2} \rho_{n0} \Omega_{n,i} \left[\frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} D_i(n, k) + D_n(n, k) \right]. \quad (7)$$

Здесь:

$$D_i(n, k) = \frac{k_B T_{i0}}{m_i} \frac{C_{P0i} + n\tau_i C_{P\infty i} + k^2 \frac{K_{i0}\tau_i}{\rho_{i0}}}{C_{V0i} + n\tau_i C_{V\infty i} + k^2 \frac{K_{i0}\tau_i}{\rho_{i0}}} + c_a^2 + \frac{n^2}{k^2},$$

$$D_n(n, k) = \frac{k_B T_{n0}}{m_n} \frac{C_{P0n} + n\tau_n C_{P\infty n} + k^2 \frac{K_{n0}\tau_n}{\rho_{n0}}}{C_{V0n} + n\tau_n C_{V\infty n} + k^2 \frac{K_{n0}\tau_n}{\rho_{n0}}} + \frac{n^2}{k^2}.$$

При этом $D_i(n, k) = 0$ и $D_n(n, k) = 0$ – это дисперсионные соотношения, описывающие конденсационные моды в полностью ионизованной ($\rho_{n0} = 0$) тепловыделяющей плазме в магнитном поле с вектором индукции, перпендикулярным направлению, вдоль которого рассматриваются возмущения, и в нейтральном ($\rho_{i0} = 0$) тепловыделяющем газе, соответственно. При определенном значении волнового числа $k = k_j$ выражения (6) описывают неустойчивую конденсационную моду с временным инкрементом $n = n_j$ в случае существования положительного действительного корня n_j уравнения (7) для $k = k_j$. При этом обе амплитуды A_i и A_n в выражениях (6) будут отличны от нуля, а их отношение будет следующим:

$$\frac{A_i}{A_n} = \frac{\rho_{i0}}{\rho_{n0}} + k_j^2 \frac{D_n(n_j, k_j)}{n_j \rho_{n0} \Omega_{n,i}}.$$

Это означает, что в частично ионизованной тепловыделяющей плазме может одновременно существовать конденсационная неустойчивость в ионной компоненте с возмущением плотности, описываемым выражением $\tilde{\rho}_i = A_i \exp(n_j t + i k_j z)$, и конденсационная неустойчивость в нейтральной компоненте с возмущением плотности $\tilde{\rho}_n = A_n \exp(n_j t + i k_j z)$. Таким образом, в частично ионизованной плазме нельзя отдельно рассматривать конденсационные моды ионной и нейтральной компонент – столкновения между ионами и нейтралами приводят к “перемешиванию” этих мод. Ниже мы будем называть конденсационные моды в частично ионизованной плазме модифицированными ионными и нейтральными модами.

Аналогично [8] нами были проведены расчеты зависимостей нормализованных временных инкрементов конденсационных мод $n^* = n/(c_{\infty n} k_{n\rho})$ от величины нормализованного волнового числа $k^* = k/k_{n\rho}$, где $k_{n\rho} = m_n(\gamma_{\infty} - 1)(C_{V0n} - C_{P0n})/(k_B c_{\infty n} \tau_n)$. С этой целью численно решалось уравнение (7) при различных k и выбирались действительные корни, равные временным инкрементам конденсационных мод в исследуемых условиях. Расчеты проводились для условий, близких к условиям из раздела 3.2 в работе [8]:

$$\gamma_{\infty} = 5/3, \quad m_i = m_n/2, \quad T_{i0} = T_{n0}, \quad k_{i\rho} = m_i(\gamma_{\infty} - 1)(C_{V0i} - C_{P0i})/(k_B c_{\infty i} \tau_i) = k_{n\rho}/2,$$

$$C_{P0n} = -C_{V0n} < 0, \quad C_{P0i} = -C_{V0i} < 0,$$

$$m_i(\gamma_\infty - 1)K_{i0}k_{i\rho}/(k_B c_{\infty i} \rho_{i0}) = m_n(\gamma_\infty - 1)K_{n0}k_{n\rho}/(k_B c_{\infty n} \rho_{n0}) = 0.01.$$

На рис. 1 представлены полученные нами зависимости n^* от k^* при различных значениях степени ионизации плазмы $\chi = \rho_{i0}/(\rho_{i0} + \rho_{n0})$: $\chi = 0.2$ (кривые 2 и 5) и $\chi = 0.8$ (кривые 3 и 6) для $c_a/c_{\infty n} = 0.5$ (а) и $c_a/c_{\infty n} = 1.1$ (б) при значении нормализованной частоты ионно-нейтральных столкновений $\Omega_{n,i}\rho_{n0}/(c_{\infty n}k_{n\rho}) = 10$ (предполагалось, что $\rho_{n0} = \text{const}$). Для сравнения на рис. 1 приведены расчетные зависимости n^* от k^* для чисто нейтрального газа и полностью ионизованной плазмы. Пунктирные кривые на рис. 1 соответствуют конденсационной моде нейтральной компоненты в случае $\rho_{i0} = 0$ (кривые 1) и модифицированной нейтральной конденсационной моде (кривые 2 и 3). Сплошные кривые соответствуют конденсационной моде ионной компоненты в случае $\rho_{n0} = 0$ (кривые 4) и модифицированной ионной конденсационной моде (кривые 5 и 6). С ростом величины вектора индукции магнитного поля B_0 (и соответственно значения $c_a/c_{\infty n}$) область значений k , при которых модифицированная ионная мода неустойчива ($n > 0$), уменьшается. Как следует из анализа выражения (7) эта мода будет устойчива при $(c_a/c_{\infty i})^2 \geq -\gamma_{0i}/\gamma_\infty$, то есть для условий, при которых проводились расчеты ($\gamma_{0i} = -1$, $\gamma_\infty = 5/3$, $c_{\infty i}^2 = 2c_{\infty n}^2$), при $c_a/c_{\infty n} \geq 1.1$. Этот случай показан на рис. 1(б).

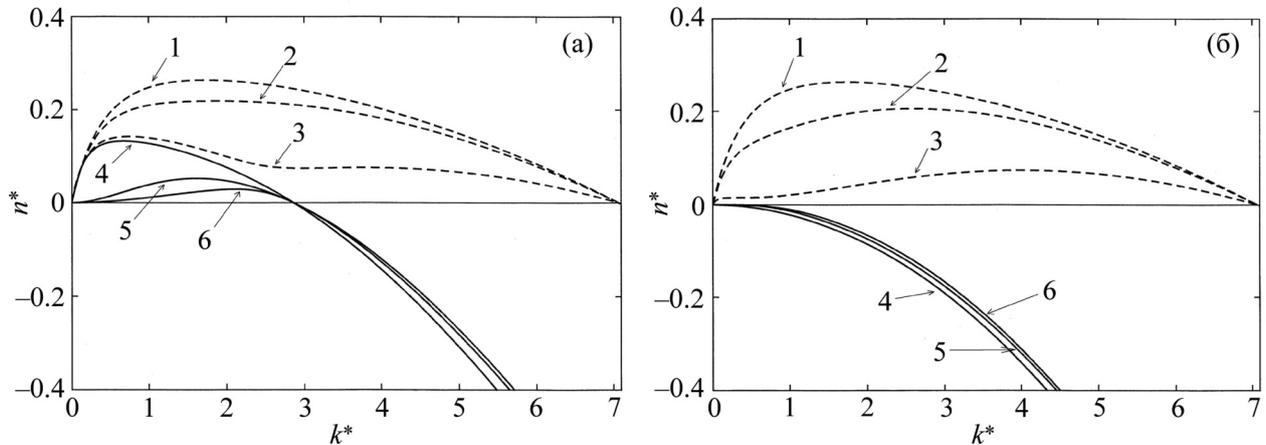


Рис. 1: Расчетные зависимости нормализованного инкремента конденсационных мод нейтральной (пунктир) и ионной (сплошные) компонент частично ионизованной плазмы от нормализованного волнового числа для $\chi = 0.2$ (кривые 2 и 5) и $\chi = 0.8$ (кривые 3 и 6) при $c_a/c_{\infty n} = 0.5$ (а) и $c_a/c_{\infty n} = 1.1$ (б). Кривые 1 и 4 – зависимости n^* от k^* соответственно в чисто нейтральном газе и в полностью ионизованной плазме.

Таким образом, в настоящей работе проведено исследование изобарической (конденсационной) неустойчивости в частично ионизованной тепловыделяющей плазме, находящейся в магнитном поле, вектор индукции которого перпендикулярен направлению, вдоль которого происходят возмущения. Были получены линейные уравнения, описывающие тепловую неустойчивость в плазме с произвольной степенью ионизации, и найдено дисперсионное соотношение для конденсационных мод. С использованием данного соотношения проведены расчеты зависимостей временных инкрементов конденсационных мод от волнового числа при различных значениях степени ионизации плазмы и величины магнитного поля.

Авторы выражают благодарность С. В. Крестину за помощь при проведении численных расчетов. Работа частично поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках государственного задания ФАНО (проект 0023-2016-0002), Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности (проект № 3.1158.2017/4.6), РФФИ и Правительства Самарской области (проекты №№ 17-42-630224, 16-41-63059).

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] J. L. Ballester, I. Alexeev, M. Collados, et al., *Space Science Reviews* **214**, 58 (2018).
- [2] G. B. Field, *Astrophysical Journal* **142**, 531 (1965).
- [3] R. Chin, E. Verwichte, G. Rowlands, V. M. Nakariakov, *Physics of Plasmas* **17**, 032107 (2010).
- [4] N. E. Molevich, D. I. Zavershinsky, R. N. Galimov, V. G. Makaryan, *Astrophysics and Space Science* **334**, 35 (2011).
- [5] K. V. Krasnobaev, R. R. Tagirova, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **469**, 1403 (2017).
- [6] Д. И. Завершинский, Н. Е. Молевич, С. Ю. Пичугин, Д. С. Рящиков, *Краткие сообщения по физике ФИАН* **44**(10), 35 (2017).
- [7] T. V. Zagarashvili, M. L. Khodachenko, H. O. Rucker, *Astron. & Astrophys.* **529**, A82 (2011).
- [8] T. Fukue, H. Kamaya, *Astrophysical Journal* **669**, 363 (2007).
- [9] N. E. Molevich, D. I. Zavershinskiy, D. S. Ryashchikov, *Magnetohydrodynamics* **52**, 191 (2016).
- [10] N. E. Molevich, D. S. Ryashchikov, D. I. Zavershinskiy, *Magnetohydrodynamics* **52**, 199 (2016).

Поступила в редакцию 14 июня 2018 г.