Краткие сообщения по физике № 2-1988 г.

УДК 538.561

ОБ ОНДУЛЯТОРНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЧАСТИЦ В ВОЛНОВОДЕ

В.И. Алексеев, Е.Г. Бессонов, А.В. Серов

Исследуются некоторые особенности излучения частиц в волноводе, помещенном в магнитное поле ондулятора. Результаты теории сравниваются с экспериментом.

Задача о возбуждении электромагнитного излучения в цилиндрических волноводах, помещенных в магнитное поле ондулятора, рассматривалась в ряде работ, например, в /1/. В них исследуется работа генераторов в сантиметровом диапазоне длин волн, использующих слаборелятивистские сильноточные электронные пучки. Настоящая работа посвящена исследованию возбуждения ондуляторного излучения релятивистскими частицами, движущимися в волноводе по произвольным периодическим траекториям.

Частица, движущаяся в поле внешней электромагнитной волны, передает ей энергию $\Delta\mathcal{E} = e\int_{t_1}^{t_2} \mathbf{E}\mathbf{v}dt$, где e, $\mathbf{v}$ — заряд и вектор скорости частицы; $\mathbf{E}$ — вектор напряженности электрического поля волны; $(t_2 - t_1)$ — интервал времени, в течение которого частица взаимодействует с волной. Если внешняя волна распространяется в волноводе, то ее можно представить в виде $\mathbf{E} = \mathrm{Re}\{\mathbf{E}_0 \exp[i(\omega t \mp k_B y)]\}$, где $\mathbf{E}_0$ — вектор амплитуды напряженности электрического поля волны; $k_w = 2\pi/\lambda_w$, λ_w; ω — длина волны и частота излучения, распространяющегося в волноводе, знак минус перед величиной k_w в показателе экспоненты относится к распространению волны в положительном направлении оси y волновода, знак плюс — в противоположном направлении. В этом случае передаваемая энергия

$$\Delta\mathcal{E} = e\mathrm{Re}\int_{t_1}^{t_2} (\mathbf{E}_0\mathbf{v}) \exp[i(\omega t \mp k_w y)]dt. \tag{1}$$

Рассмотрим взаимодействие частицы с волной в случае, когда волновод помещен в магнитное поле ондулятора. Скорость частицы можно представить в виде $\mathbf{v} = \overline{\mathbf{v}} + \delta\mathbf{v}$, где $\overline{\mathbf{v}}$, $\delta\mathbf{v}$ — постоянная и переменная составляющие скорости частицы в ондуляторе. В этом случае входящие в (1) величины $\mathbf{v}$, y являются периодическими функциями времени с периодом $T = 2\pi/k_0\overline{v}_y$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 — период ондулятора, $\overline{v} = (\overline{\mathbf{v}}\mathbf{e}_y)$, $\mathbf{e}_y$ — единичный вектор в направлении оси y. Поэтому y и $\mathbf{v}\exp(\mp ik_w y)$ можно представить в виде $y_1 + \overline{v}_y(t - t_1) + \delta y$ и $\mathbf{v}\exp(\mp ik_w\delta y)\exp\left\{\mp ik_w[y_1 + \overline{v}_y(t - t_1)]\right\}$, где $y_1 = y(t_1)$, $\delta y = (\mathbf{r}\mathbf{e}_y)$ — переменная составляющая продольной координаты частицы. Разложив периодическую во времени величину $\mathbf{v}\exp(\pm ik_w\delta y)$ в ряд Фурье вида $\sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathbf{a}_n \exp(-in\Omega_y t)$, преобразуем (1) к виду

$$\Delta\mathcal{E} = 2e\pi K\,\Omega_y^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathrm{Im}[(\mathbf{E}_0^w\mathbf{a}_n)e^{i\varphi_n}\,\mathrm{sinc}\,\sigma_n], \tag{2}$$

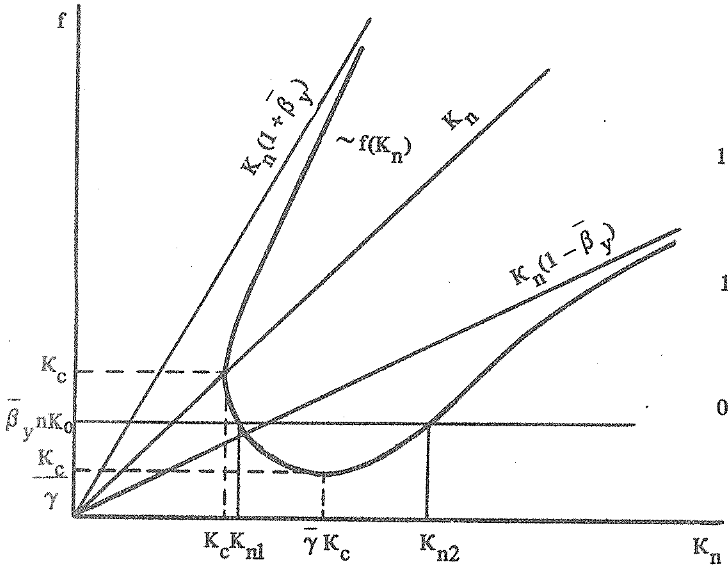
где $\mathbf{a}_n = (1/T)\int_0^T \mathbf{v}\exp(\pm ik_w\delta y)\exp(in\Omega_y t)\,dt$; $\Omega_y = 2\pi/T = k_0\overline{v}_y$; $\varphi_n = \mp k_w y_1 + \omega t + \sigma_n$; $\mathrm{sinc}\,\sigma_n = \sin\sigma_n/\sigma_n$; $\sigma_n = \pi n K\left\{[\omega - (nk_0 \pm k_w)\overline{v}_y]/n\Omega_y\right\}$; K — число периодов ондулятора $(KT = t_2 - t_1)$; n — номер гармоники ондуляторного излучения. Величина $\Delta\mathcal{E}$ максимальна при $\sigma_n = 0$, т.е. при частоте $\omega = \omega_n$, определяемой из дисперсионного соотношения $(nk_0 \pm k_{wn})\overline{\beta}_y = k_n$, где $\beta_y = \overline{v}_y/c$, $k_n = \omega_n/c$, c — скорость света. Учитывая связь волновых векторов в волноводе и в свободном пространстве $k_{wn} = k_n/\beta_{ph}$, где $\beta_{ph} = 1/\sqrt{1 - k_c^2/k_n^2}$, можно записать

$$k_n \pm \bar\beta_y \sqrt{k_n^2 - k_c^2} = n\bar\beta_y k_0, \tag{3}$$

где знак плюс соответствует распространению волны в положительном направлении оси y, а знак минус – в противоположном направлении, $k_c = 2\pi/\lambda_c$, λ_c – критическая длина волны рассматриваемой моды излучения. Решив уравнение (3) относительно волнового вектора k, найдем

$$k_n = \frac{\bar\beta_y n k_0}{1-\bar\beta_y^2}\left\{1 \pm \left[1-(1-\bar\beta_y^2)\left(1+\frac{k_c^2}{n^2 k_0^2}\right)\right]^{1/2}\right\}. \tag{4}$$

Исследуем выражения (3) и (4). На рис. 1 представлены графики функции $f(k_n) = k_n \pm \bar\beta_y (k_n^2 - k_c^2)^{1/2}$ и прямых $f = n\bar\beta_y k_0$, $f = k_n$, $f = k_n(1-\bar\beta_y)$, $f = k_n(1+\bar\beta_y)$. Видно, что частица, движущаяся в волноводе, может излучать только при выполнении условия $\bar\beta_y n k_0 > k_c/\bar\gamma_y$, где $\bar\gamma_y = (1-\bar\beta_y^2)^{-1/2}$. При $\bar\beta_y n k_0 < k_c$ излучение возможно только в положительном направлении оси ондулятора. При этом излучаются две волны с разными по величине волновыми векторами k_{n1} и k_{n2} в соответствии со знаками плюс и минус в выражении (4). При $\bar\beta_y n k_0 > k_c$ излучаются также две волны, однако в этом случае волна с меньшей длиной распространяется в положительном направлении оси y, а волна с большей длиной – в противоположном направлении.



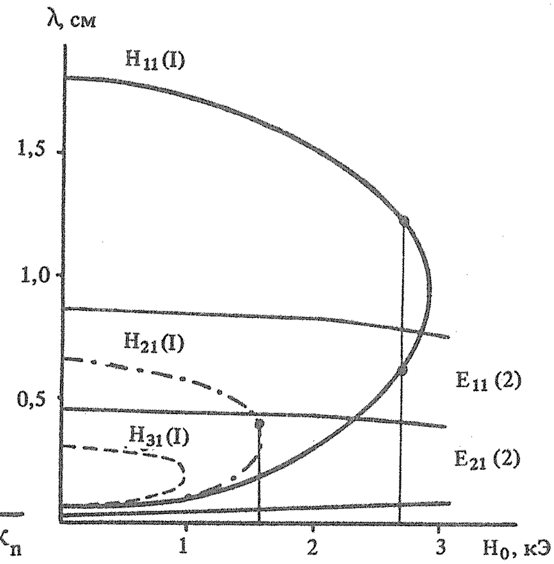


Рис. 1. Графики функции $f(k_n) = k_n \pm \bar\beta_y (k_n^2 - k_c^2)^{1/2}$ и прямых $f = n\bar\beta_y k_0$, $f = k_n$, $f = k_n(1-\bar\beta_y)$, $f = k_n(1+\bar\beta_y)$.

Рис. 2. Зависимость λ от H_{xm} для случая ондулятора с линейно поляризованным магнитным полем при $\lambda_0 = 16{,}8$ см, R = 12 мм, $\gamma = 14$.

На практике удобнее пользоваться выражением (4), записанным через длину излучаемой волны $\lambda = 2\pi c/\omega$. Если положить $\vec{\beta} \parallel e_y$, $\bar{\gamma} = \gamma/(1 + \overline{P}^2_{\perp 0})^{-1/2}$, где $\gamma = \mathcal{E}/mc^2$ — релятивистский фактор частицы, $\sqrt{\overline{P}^2_{\perp 0}}$ — среднеквадратичное значение относительного поперечного импульса частицы (в единицах mc) /2, 3/, то выражение (4) можно представить в виде

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \frac{1 \pm [1 - [(1 + \overline{P}^2_{\perp 0})/\gamma^2](1 + \lambda_0^2/n^2\lambda_c^2)]^{1/2}}{1 + \lambda_0^2/n^2\lambda_c^2} \; . \tag{5}$$

Величина $\overline{P}^2_{\perp 0}$ определяется величиной и формой поля ондулятора. Например, в случае ондулятора с эллиптически поляризованным магнитным полем $\overline{P}^2_{\perp 0} = (H_{xm} + H_{zm})/2H_c^2$, где H_{xm} и H_{zm} — амплитуды x- и z- компонент магнитного поля ондулятора /4/.

Для иллюстрации на рис. 2 изображена зависимость λ от H_{xm} для случая ондулятора с линейно поляризованным магнитным полем ($H_{zm} = 0$), периодом $\lambda_0 = 16{,}8$ см, радиусом волновода $R = 12$ мм и $\gamma = 14$. Этот случай реализован в лазере на свободных электронах ФИАН /5/. При величине магнитного поля $H_{xm} \sim 2800$ Э получена генерация на длинах волн 7,2 и 12 мм, а при $H_{xm} \sim 1600$ Э – на длине волны 4,2 мм. Как видно из рис. 2, результаты расчетов достаточно хорошо согласуются с экспериментом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Шаткус А. Д. ЖТФ, 54, в. 3, 534 (1984).
2. Бессонов Е. Г. Труды Всесоюзного совещания "Генераторы и усилители на релятивистских электронных потоках", изд. МГУ, 1987, с. 45.
3. Бессонов Е. Г. Квантовая электроника, 13, в. 8, 1617 (1986).
4. Бессонов Е. Г. ЖТФ, 56, в. 12, 2361 (1986).
5. Алексеев В. И. и др. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 12, 38 (1987); Препринт ФИАН № 339, М., 1987.

Поступила в редакцию 4 ноября 1987 г.