

ТЕОРИЯ ДВУХВОЛНОВОГО СМЕШЕНИЯ В ФОТОРЕФРАКТИВНОЙ СРЕДЕ ДЛЯ ВОЛН СРАВНИМОЙ АМПЛИТУДЫ

А.А. Зозуля

Построена теоретическая модель попутного двухволнового смешения в фоторефрактивной среде, не использующая приближения слабой модуляции, и проведено ее сравнение с экспериментом.

Исследование схем двух- и четырехволнового взаимодействия в фоторефрактивных средах привлекает к себе большое внимание в связи с перспективностью использования этих сред для создания систем оптической обработки данных [1, 2]. Появление в последнее время детальных исследований характеристик энергообмена в схемах двух- и четырехволнового смешения свидетельствует о том, что в ряде случаев теория находится в количественном противоречии с экспериментом и может претендовать лишь на качественное описание [3]. Одной из причин этого может служить то обстоятельство, что все существующие к настоящему времени теоретические модели оптического смешения в фоторефрактивных средах, привлекаемые для объяснения эксперимента, построены в приближении слабой модуляции засветки, когда интенсивность одной из присутствующих в среде электромагнитных волн много больше интенсивностей всех остальных. В эксперименте это часто не выполнено. В настоящей работе построена теория двухволнового смешения в фоторефрактивной среде в условиях, отвечающих эксперименту [3], не использующая приближения слабой модуляции, и проведено ее сравнение с экспериментом.

При двухволновом смешении (рис. 1) высокочастотное электромагнитное поле в кристалле представляет собой сумму двух волн

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma=\pm 1} A_{\sigma}(r) \exp [ik_{\sigma}r - i\omega t + i\varphi_{\sigma}(r)] + \text{к.с.}, \quad (1)$$

создающих в результате интерференции пространственно-неоднородное распределение интенсивности $I = \text{сн} |\mathcal{E}|^2 / 8\pi$:

$$I = I_0 [1 + m \cos((k_1 - k_{-1})r + (\varphi_1 - \varphi_{-1}))], \quad (2)$$

где $I_0 = \text{сн} (|A_1|^2 + |A_{-1}|^2) / 8\pi$; $m = 2A_1 A_{-1} / (|A_1|^2 + |A_{-1}|^2)$ — параметр модуляции; n — показатель преломления. Распределение интенсивности (2) порождает в кристалле пространственно-неоднородное распределение заряда и, следовательно, статического электрического поля E , создающего нелинейную добавку к диэлектрической проницаемости среды $\Delta\epsilon$ из-за линейного электрооптического эффекта $\Delta\epsilon = n^2 \gamma_{\text{ef}} E$, где γ_{ef} — коэффициент электрооптического эффекта. Система материальных уравнений, описывающих нелинейный отклик фоторефрактивной среды [4], в условиях стационарного энергообмена и при отсутствии внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, позволяет записать следующее уравнение для определения статического электрического поля E , наводимого распределением интенсивности высокочастотного поля (2):

$$(1 + m \cos \xi) - \tilde{n}(0) [1 - (E_T/E_Q) \partial^2 y / \partial \xi^2] \exp(y) = 0. \quad (3)$$

Здесь $\xi = |k_1 - k_{-1}|x + (\varphi_1 - \varphi_{-1})$ — безразмерная координата; ось x направлена вдоль разности волновых векторов $k_1 - k_{-1}$; $y = E_T^{-1} \int_0^{\xi} E(\xi') d\xi'$, $E_T = T|k_1 - k_{-1}|/e$ — характерное диффузионное поле;

$E_q = 4\pi e N_A / |k_1 - k_{-1}| \epsilon_{st}$ — поле разделения зарядов; $\tilde{n}(0)$ — плотность электронов, обезразмеренная на среднюю плотность $n_0 = \sigma I_0 N_0 / \gamma_R N_A$ (обозначения совпадают с [4]). Параметр $E_T/E_q \propto |k_1 - k_{-1}|^2$ зависит от пространственного периода интерференционной картины, создаваемой высокочастотным полем (1).

В условиях попутного двухволнового взаимодействия, когда угол 2θ между волновыми векторами k_1 и k_{-1} мал (рис. 1), параметр $E_T/E_q \ll 1$. В этом случае второй производной в уравнении (3) можно пренебречь и его решение дает [4]:

$$E(\xi) = -E_T m \sin \xi (1 + m \cos \xi)^{-1}. \quad (4)$$

Энергообмен между двумя высокочастотными волнами (1) осуществляется через первую пространственную гармонику электростатического поля (4), имеющую период, совпадающий с периодом интерференционной структуры (2)

$$E_1 = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} d\xi' E(\xi') \exp(-i\xi') = iE_T (1 - \sqrt{1 - m^2})/m. \quad (5)$$

Система укороченных уравнений, описывающих энергообмен между волнами (1), следует из уравнений Максвелла и имеет вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + a \right) I_{\pm 1} \pm \gamma (1 - \sqrt{1 - m^2}) (I_1 + I_{-1}) = 0, \quad (6)$$

где a — коэффициент затухания электромагнитных волн; $\gamma = (\omega/c) n^2 r_{ef} E_T / \cos \theta$; $m = 2\sqrt{I_1 I_{-1}} (I_1 + I_{-1})^{-1}$. Система уравнений (6) имеет интеграл $[I_1(z) + I_{-1}(z)] = [I_1(0) + I_{-1}(0)] e^{-az}$, использование которого позволяет выразить отношение интенсивностей взаимодействующих волн на выходе из кристалла ($z = l$) $q_l = I_{-1}(l)/I_1(l)$ через отношение их интенсивностей на входе ($z = 0$) $q_0 = I_{-1}(0)/I_1(0)$:

$$\begin{aligned} q_l &= q_0 e^{2\gamma l} [1 + q_0 (1 - e^{2\gamma l})]^{-1} \quad \text{при } q_0 < 1, \quad q_l < 1, \\ q_l &= 4q_0 (1 + q_0)^{-1} e^{2\gamma l} - 1 \quad \text{при } q_0 < 1, \quad q_l > 1, \\ q_l &= (1 + q_0) e^{2\gamma l} [4 - (1 + q_0) e^{2\gamma l}]^{-1} \quad \text{при } q_0 > 1, \quad q_l < 1, \\ q_l &= (1 + q_0) e^{2\gamma l} - 1 \quad \text{при } q_0 > 1, \quad q_l > 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Использование в уравнениях энергообмена высокочастотных волн вместо (5) приближения слабой модуляции $E_1 = iE_T m/2$ во всем диапазоне параметра m привело бы к известному выражению [4]

$$q_l = q_0 \exp(2\gamma l). \quad (8)$$

Сравнение (7) и (8) показывает, что последовательный учет полного отклика системы (4) приводит к более высоким значениям амплитуды решетки диэлектрической проницаемости $\Delta \epsilon \propto (1 - \sqrt{1 - m^2})/m$ по сравнению с приближением слабой модуляции, когда $\Delta \epsilon \propto m/2$. Следовательно, формулы (7) описывают более сильный энергообмен по сравнению с (8). Различие между результатами, даваемыми соотношениями (7) и (8), наиболее значительно при таких входных значениях отношения интенсивностей двух волн q_0 , когда в результате энергообмена внутри среды их интенсивности сравниваются (параметр m приближается к единице), то есть, при $q_0 \exp(2\gamma l) \sim 1$. При очень больших или очень малых значениях q_0 , когда, несмотря на энергообмен, параметр модуляции m везде внутри среды остается малым по сравнению с единицей, результаты (7) и (8) совпадают.

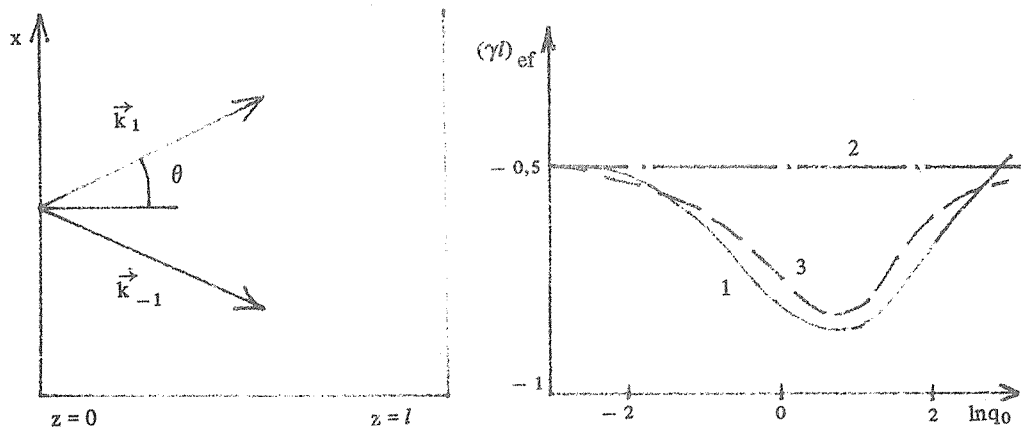


Рис. 1. Схема попутного двухволнового смешения, $z = 0, l$ — границы нелинейной среды.

Рис. 2. Эффективность энергообмена при попутном смешении двух волн в кристалле SBN. Кривая 1 — эксперимент [3]; 2 — теория, основанная на приближении слабой модуляции (8); 3 — кривая, построенная по формулам (7).

На рис. 2 сплошной кривой изображены экспериментальные данные характеристик энергообмена при попутном двухволновом смешении в кристалле SBN [3]. По оси абсцисс отложен логарифм отношения входных интенсивностей двух волн $\ln q_0$, по оси ординат — величина $(\gamma l)_{ef} = (1/2) \ln(q_1/q_0)$. Согласно предсказаниям теории слабой модуляции (8), величина $(\gamma l)_{ef}$ должна быть константой (кривая 2). На эксперименте, однако, наблюдаются значительные отклонения от постоянного значения. Кривая 3 является теоретической, построенной по формулам (7). Видно, что имеет место хорошее количественное совпадение между результатами эксперимента и теоретической моделью.

Таким образом, в данной работе построена теория попутного двухволнового смешения в фоторефрактивной среде в условиях стационарного энергообмена и при отсутствии внешнего электрического поля, не использующая приближения слабой модуляции. Проведено сравнение предсказаний теории с экспериментом, указывающее на хорошее согласие между ними.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hall T. J. et al. *Progr. Quant. Electr.*, **10**, 77 (1985).
2. Петров М. П., Степанов С. И., Хоменко А. В. *Фоточувствительные электрооптические среды в голографии и оптической обработке информации*. Л., Наука, 1983.
3. Kwong S. K. et al. *Opt. Lett.*, **10**, 359 (1985).
4. Kukhtarev N. V. et al. *Ferroelectrics*, **22**, 949 (1979).

Поступила в редакцию 10 ноября 1987 г.