Краткие сообщения по физике № 5-1988 г.

УДК 533.9

ОСОБЕННОСТИ ОКОЛОЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Ю.Б. Мовсесянц

Показано, что учет инерции электронов существенен в околозвуковой зоне течений бесстолкновительной квазинейтральной плазмы и приводит к появлению "бесстолкновительной магнитной вязкости".

Исследования поляризационных свойств и устойчивости течений бесстолкновительной плазмы в магнитном поле, и возможности распространения в такой среде нелинейных волн представляют интерес в связи с их многочисленными приложениями в астрофизике, физике ионосферы, разряде низкого давления и т.д. Для описания относительно медленных течений (со скоростью меньше тепловой скорости электронов) сильно неизотермической ($T_e \gg T_i \approx 0$) плазмы исходят из системы уравнений двухжидкостной гидродинамики:

$$dv_i/dt = E + (v_i \times B), \tag{1}$$

$$(m/M)\cdot dv_e/dt = - E - (v_e \times B) - (1/n)\vec{\nabla} P, \tag{2}$$

$$\vec{\nabla} \times B = - n(v_e - v_i), \tag{3}$$

$$\partial n/\partial t + \vec{\nabla}(nv_i) = 0, \tag{4}$$

$$\vec{\nabla} B = 0, \quad \vec{\nabla} \times E = - \partial B/\partial t. \tag{5}$$

Здесь скорости электронной и ионной компонент измеряются в единицах скорости ионного звука v_s ($v_s^2 = T_e/M$ при $T_e = \mathrm{const}$); безразмерная плотность плазмы $n = N(r,t)/N_0$, N_0 – постоянная; характерный размер $\sim v_s\omega_p^{-1}$, $\omega_p^2 = 4\pi e^2 N_0/M$; m,M – массы электрона и иона, заряды которых считаются равными по величине и противоположными по знаку.

Уравнения (1) – (5) имеют одномерные нестационарные и двумерные стационарные решения /1, 2/. Процедура их отыскания основана на возможности сведения этой системы при условии $m dv_e/dt \ll M dv_i/dt$ к уравнениям газодинамики и приводит к независимым решениям, описывающим до- и сверхзвуковые течения плазмы. В области, разделяющей эти решения, амбиполярное поле формально обращается в бесконечность. Предполагается, что главную роль здесь играет электрическое поле, возникающее вследствие разделения зарядов /3, 4/.

Однако этому явлению может сопутствовать другой эффект. Анализ двумерного потенциального течения в поперечном магнитном поле ($v_i \perp B$, $v_e \perp B$, $\vec{\nabla} \times v_i = 0$ и $B_\perp \sim n$) показывает /6/, что в околозвуковой зоне обращению E в бесконечность предшествует поворот электронной компоненты относительно ионной на угол, больший $\pi/2$. Для правильного описания картины течения здесь необходимо учесть вихревую часть инерционного отклика электронов $\sim v_e \times (\vec{\nabla} \times v_e)$. Для этого представим $dv_e/dt = \partial v_e/\partial t + \nabla(v_e^2/2) - v_e \times (\nabla \times v_e)$, выразим v_e из (3) и сложим уравнения (1) и (2). В полученном уравнении переноса массы следует удержать члены $\sim m/M$:

$$dv_i/dt = - n^{-1}[\vec{\nabla} P + B \times (\vec{\nabla} \times B)] - (m/M)n^{-1}(\vec{\nabla} \times B) \times \left\{\vec{\nabla} \times [n^{-1}(\vec{\nabla} \times B)]\right\}. \tag{6}$$

Последнее слагаемое в (6) имеет смысл "бесстолкновительной вязкости" /5/.

Рассмотрим проявление вязкостного эффекта на примере одномерного стационарного решения (1) – (5), описывающего плоский поперечно однородный поток, инжектируемый в область $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$. Положим $v_{ix} = u(x)$, $v_{iz} = v(x)$, тогда из (1) – (5) имеем:

$$E_x = uu' + vv', \quad E_z = E_0, \quad B_y = E_0 j_0^{-1} n + v',$$
$$n = j_0 u^{-1}, \quad v_{ex} = u, \quad v_{ez} = v - j_0^{-1} u B', \tag{7}$$

$$j_0(1 + m/M)u + (1/2)B_y^2 + P = P_0,$$
$$j_0(1 + m/M)v - (m/M)uB'_y = 0, \tag{8}$$

где j_0, E_0, P_0 – постоянные интегрирования, штрих – дифференцирование по x. Учет члена m/M при B'_y, содержащего старшую производную по v(x), приводит к появлению нетривиального решения системы (7), (8). Отметим, что в (7) выражение для B_y соответствует наиболее общему виду $B_\perp = an + b(\vec{\nabla} \times v_i)_\perp$. При этом с учетом того, что при $T_e = \text{const}$ $P = n$, первое из уравнений (8) является алгебраическим уравнением третьей степени относительно u(x), причем в силу поперечной однородности потока $E_z = 0$ (это справедливо только для плоского одномерного течения). Тогда $B_y = v'$ и уравнение для u(x) превращается в квадратное, откуда находим:

$$u_{1,2} = (1/2j_0)(P_0 - v'^2/2) \pm \sqrt{(1/4j_0^2)(P_0 - v'^2/2)^2 - 1}. \tag{9}$$

Здесь величины P_0, j_0 и v'^2 ограничены условиями $P_0 > 2j_0$, $v'^2/2 \leqslant P_0 - 2j_0$. Верхний и нижний знаки в (9) соответствуют независимым решениям с $u \geqslant 1$ и $u \leqslant 1$ (сверх- и дозвуковая ветви). При $v'^2 = 2(P_0 - 2j_0)$ имеем $u_1 = u_2 = 1$. Зависимости $u_{1,2}(P_0/2j_0)$ существенно отличаются друг от друга при $v'^2 \to 0$. В первом случае $u_1(v'^2 = 0)$ при $P_0/2j_0 \gtrsim 1$ с увеличением $P_0/2j_0$ нарастает практически линейно, тогда как $u_2(v'^2 = 0)$ уже при $P_0/2j_0 \gtrsim 1{,}2$ более чем в два раза отличается от единицы. Этот скачок происходит в области с характерным размером $l_0 \sim (mT_e/4\pi e N_0 j_0 M)^{1/2}$.

При $E_z = 0$, $B_y = v'$ первый интеграл второго уравнения (8) имеет вид:

$$\frac{M}{2m} v^2 = A_0 - \frac{1}{4j_0^2}\left(P_0 - \frac{1}{2}v'^2\right)^2 \mp \left\{\frac{1}{2j_0}\left(P_0 - \frac{1}{2}v'^2\right) \times \right.$$
$$\left. \times \sqrt{\frac{1}{4j_0^2}\left(P_0 - \frac{1}{2}v'^2\right)^2 - 1} - \ln\left[\frac{1}{2j_0}\left(P_0 - \frac{1}{2}v'^2\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4j_0^2}\left(P_0 - \frac{1}{2}v'^2\right)^2 - 1}\right]\right\}, \tag{10}$$

где A_0 – постоянная интегрирования. Эффект "бесстолкновительной вязкости" может быть оценен непосредственно из решения (10). Считаем, что при $x = x_1$ поток имеет только продольную компоненту скорости, то есть $v(x_1) = 0$. Тогда учитывая, что при $0 \leqslant v'^2 \leqslant 2(P_0 - 2j_0)$ в (10) $v^2(x)$ должно быть положительно, получим:

при $u \geqslant 1$: $v(v' = 0) = 0$,

$$A_0 = P_0^2/4j_0^2 + [(P_0^2/4j_0^2)\sqrt{1 - 4j_0^2/P_0^2} - \ln(P_0/2j_0 + \sqrt{P_0^2/4j_0^2 - 1})],$$
$$(M/2m)v^2[v'^2 = 2(P_0 - 2j_0)] = (P_0^2/4j_0^2)(1 + \sqrt{1 - 4j_0^2/P_0^2}) - \ln(P_0/2j_0 + \sqrt{P_0^2/4j_0^2 - 1}) - 1; \tag{11}$$

при $u \leqslant 1$:

$$A_0 = 1, \quad v^2[v'^2 = 2(P_0 - 2j_0)] = 0,$$
$$(M/2m)\,v^2\,(v'^2 = 0) = 1 - (P_0^2/4j_0^2)\,(1 - \sqrt{1 - 4j_0^2/P_0^2}) - \ln(P_0/2j_0 - \sqrt{P_0^2/4j_0^2 - 1}). \qquad (12)$$

Выражения (11) совместно с (7) – (9) описывают тормозящийся в нарастающем магнитном поле сверхзвуковой поток. При $v'^2 \to 2(P_0 - 2j_0)$ $E_x \to \infty$ (заряды разделяются), $v_{iz} \sim \sqrt{m/M}\,P_0 j_0^{-1} v_{ix}$, $v_{ez} \sim \sqrt{M/m}\;P_0 j_0^{-1} v_{ex}$. Прирост поперечной компоненты скорости ионов существенен только при $P_0/2j_0 \gg 1$, а электронный поток практически при любом $P_0/2j_0 > 1$ разворачивается на угол $\sim \pi/2$ относительно ионного.

Выражения (7) – (9), (12) также описывают тормозящийся поток, но в спадающем до нуля магнитном поле. При этом

$$v_{iz}(v' = 0) \approx \sqrt{(m/M)\,[1 + 2\ln(P_0/j_0)]}, \quad v_{ix}(v' = 0) \approx j_0/P_0,$$
$$E_x[v'^2 = 2(P_0 - 2j_0)] \sim v/\sqrt{(1/4j_0^2)\,(P_0 - v'^2)^2 - 1}.$$

Соотношение между v_{ix} и v_{iz} зависит от величины P_0/j_0. Значение E_x в плоскости инжекции может быть конечным (квазинейтральный режим) или бесконечным (двойной слой).

Проведенное рассмотрение показывает, что учет в околозвуковой зоне "бесстолкновительной вязкости" $\sim (m/M)\,v_e \times (\nabla \times v_e)$ приводит к резкой анизотропии течения и, как следствие, неустойчивости данной конфигурации. Это обстоятельство может играть роль в перезамыкании магнитных силовых линий /6/ и, по-видимому, должно учитываться при исследовании процессов эволюции нелинейных волн в сверхзвуковой области.

Автор признателен А.А. Рухадзе за проявленный интерес и поддержку работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М., Наука, 1976, с. 102.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М., Наука, 1959, с. 281.
3. Лэм Дж. Л. Введение в теорию солитонов. М., Мир, 1983, с. 186.
4. Захаров В.Е. ЖЭТФ, 62, 1745 (1972).
5. Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы. М., Госатомиздат, 1963, вып. 1, с. 183.
6. Кадомцев Б.Б. УФН, 151, 3 (1987).

Институт общей физики АН СССР
Поступила в редакцию 1 февраля 1988 г.